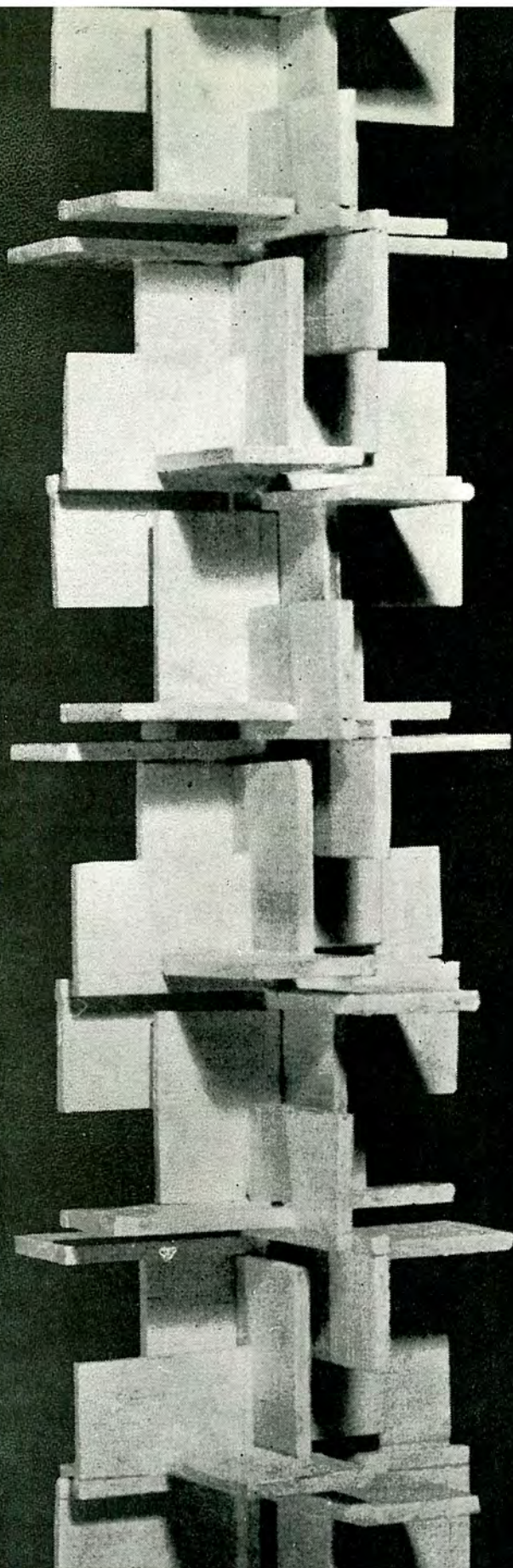


ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
ΟΠΛΙΣΜΕΝΟΥ
ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ

τομος β'

ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ
ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΙΔΗ
πολ.μηχανικου

αθηνα



**ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
ΟΠΛΙΣΜΕΝΟΥ
ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ**

τομος β'

**ΑΠΟΣΤΟΛΟΥ
ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΙΔΗ
πολ.μηχανικού**

αθηνά 1976

Κάθε γνήσιο αντίτυπο έχει την υπογραφή του συγγραφέα.

Copyright:

Απόστολος Κωνσταντινίδης Σκρᾶ 38 Καλλιθέα Ἀθήνα

Τηλ. 95-66-129

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Μετά από κοπιαστική δουλειά και άφοϋ ξεπεράστηκαν πολλά εμπόδια - κυρίως οίκονομικά και τεχνικά - παραδίδεται ὁ β' τόμος τῶν ἐφαρμογῶν τοῦ ὀπλισμένου σκυροδέματος στοὺς φοιτητές καὶ στοὺς συνάδελφους μηχανικούς. Τό βιβλίο αὐτό εἶναι ἡ συνέχεια τοῦ α' τόμου καὶ περιλαμβάνει τρεῖς βασικές ὁμάδες στοιχείων ὀπλισμένου σκυροδέματος, τίς δοκοὺς, τίς πλάκες καὶ τὰ πλαίσια.

Τά θέματα ἔχουν ἀναπτυχθεῖ μέ μία συνθετική μέθοδο ὥστε σάν σύνολο νά δίνουν μία πλήρη γνώση γιά τήν μελέτη κατασκευῶν ἀπό ὀπλισμένο σκυρόδεμα.

Πολύτιμος καὶ ἀνεκτίμητος συνεργάτης σέ ὅλες τίς φάσεις τῆς ἐργασίας ἦταν ὁ φίλος καὶ συνάδελφος Γιώργος Κυρατζῆς.

Στήν παρουσίαση τοῦ βιβλίου βοήθησαν ἀκόμη ὁ γραφίστας Ἀντώνης Ρῆγος πού ἔφτιαξε τὰ σχήματα καὶ ὁ φωτογράφος Βασίλης Λυμπερόπουλος πού ἔκανε τήν φωτογράφιση καὶ τό μοντάρισμα τῶν σελίδων.

Πιστεύοντας ὅτι θά μπορέσουμε νά δώσουμε καὶ τόν γ' τόμο στό κοντινὸ μέλλον εὐχαριστοῦμε τοὺς συνάδελφους γιά τήν ὑποδοχή τοῦ α' τόμου.

ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΙΔΗΣ
ΜΑΪΟΣ 1976

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΧ

ΔΟΚΟΙ

Σελίδα

1. Γενικά	11
2. Κανονισμοί - οδηγίες	11
2.1. Θεωρητικό άνοιγμα	11
2.1.1. Σέ έλεύθερα έδραζόμενες ή πακτωμέ- νες δοκούς	12
2.1.2. Σέ συνεχεῖς δοκούς	12
2.2. Συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκού	12
2.2.1. Για τήν ανάληψη τάσεων λόγω κάμψης.	12
2.2.2. Για τόν ύπολογισμό στατικών μεγεθών.	13
2.3. Ύπολογισμός στατικών μεγεθών σέ μονολιθικές κατασκευές	13
2.4. Όπλισμός δοκών	15
2.4.1. Διαμήκεις κύριοι όπλισμοί	15
2.4.2. Άλλοι διαμήκεις όπλισμοί	16
2.4.3. Λοξοί όπλισμοί καί συνδετήρες	17
2.4.4. Όπλισμός στis πλακοδοκούς για τήν ά- πόσχιση τής πλάκας	17
3. Προβλήματα δοκών	18
3.1. Προεκτιμήσεις	18
3.2. Στατικές έπιλύσεις	19
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	21

ΚΕΦΑΛΑΙΟ X

ΟΛΟΣΩΜΕΣ ΠΛΑΚΕΣ ΚΑΜΠΤΟΜΕΝΕΣ ΚΑΤΑ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ

Σελίδα

1. Γενικά	89
2. Θεωρητικό άνοιγμα πλακών	89
3. Ελάχιστο πάχος πλακών	90
4. Υπολογισμός των ροπών κάμψης	90
5. Τέμνουσες δυνάμεις	93
6. Αντιδράσεις πλακών	94
7. Όπλισμοί πλακών	94
7.1. Όπλισμοί άντοχης	94
7.2. Όπλισμός διανομής	95
7.3. Εγκάρσιος άρνητικός όπλισμός	95
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	97

ΚΕΦΑΛΑΙΟ XI

ΟΛΟΣΩΜΕΣ ΠΛΑΚΕΣ ΚΑΜΠΤΟΜΕΝΕΣ ΚΑΤΑ ΔΥΟ ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ

1. Γενικά	133
2. Ελάχιστο πάχος πλακών	133
3. Όπλισμός	133
4. Στατική επίλυση	135
4.1. Θεμελιώδεις ροπές στήριξης και ροπές άνοιγ- μάτων	135
4.1.1. Μέθοδος MARCUS (προσεγγιστική) ...	135
4.1.2. Μέθοδος έλαστικότητας κατά Czerny .	138
4.2. Ροπές συνεχών τετραερείστων πλακών	139
4.2.1. Μέθοδος συνεχών λωρίδων	139
4.2.2. Ακριβής μέθοδος	141
4.2.3. Πρακτικά ακριβής μέθοδος	141
5. Στατική επίλυση πλακών	142
6. Όπλισμός συστροφής	142
7. Αντιδράσεις στηρίξεων πλακών	142
7.1. Σύμφωνα με την θεωρία έλαστικότητας	142

7.2. Σύμφωνα με τούς υπάρχοντες κανονισμούς	143
7.3. Σύμφωνα με τούς νέους Γερμανικούς κανονι- σμούς	144
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	147

ΚΕΦΑΛΑΙΟ XII

ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΑ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ

1. Πλάτος εισαγωγής του φορτίου	193
2. Πλάτος διανομής b_m	193
2.1. Για τόν υπολογισμό τών ροπών κάμψης	193
2.2. Για τόν υπολογισμό τεμνουσών δυνάμεων	194
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	195

ΚΕΦΑΛΑΙΟ XIII

ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΝΕΥΡΩΣΕΙΣ

1. Γενικά	205
2. Κανονισμοί	206
DIN 1045 (έκδοσις 1972)	207
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	209

ΚΕΦΑΛΑΙΟ XIV

ΚΛΙΜΑΚΕΣ

1. Γενικά	225
2. Φορτίο	225
3. Κλίμακες με ανεξάρτητες βαθμίδες	226
3.1. 'Αμφιέριστες βαθμίδες	226
3.2. Πρόβολοι βαθμίδες	227
3.3. Προέχουσες βαθμίδες	228
4. 'Ολόσωμες κλίμακες	228
4.1. Στήριξη στα άκρα τών βαθμίδων	228
4.2. Στήριξη τών βαθμίδων σε ένιαία πλάκα	231
5. 'Ελικοειδεῖς κλίμακες	233

ΚΕΦΑΛΑΙΟ XV

Σελίδα

ΠΛΑΚΕΣ ΟΠΛΙΣΜΕΝΕΣ ΜΕ ΔΟΜΙΚΑ ΠΛΕΓΜΑΤΑ

Σελίδα

1. Γενικά	237
2. Κατάταξη τών πλεγμάτων	237
3. Χαρακτηρισμός πλεγμάτων	238
4. Έπιτρεπόμενες τάσεις	239
5. Μήκη άγκύρωσης δομικών πλεγμάτων	240
6. Ματίσματα πλεγμάτων (ένώσεις με παράθεση)	246
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	247

ΚΕΦΑΛΑΙΟ XVI

ΠΛΑΙΣΙΑ

1. Γενικά	253
2. Κόμβοι	254
2.1. Άκραϊος κόμβος πλαισίου	254
2.1.1. Έφελκυσμός έξωτερικά	254
2.1.2. Έφελκυσμός έσωτερικά	255
2.2. Μεσαϊος κόμβος πλαισίου	256
2.2.1. Περίπτωση μικρής ροπής στόν στύλο .	256
2.2.2. Περίπτωση μεγάλης ροπής στόν στύλο.	256
2.3. Κόμβοι με άμβλεϊτες γωνίες	257
2.4. Σύνδεση πλακών	257
ΠΛΑΙΣΙΑΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΑΚΡΑΙΩΝ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ	258
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	262
ΠΙΝΑΚΕΣ	315
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	363

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΧ

ΔΟΚΟΙ

1. ΓΕΝΙΚΑ

Οι δοκοί είναι δύσκαμπτα στοιχεῖα μεγάλου ὕψους πού ἔχουν σκοπό νά στηρίζουν τίς πλάκες πάνω στίς ὁποῖες κινοῦνται τά φορτία.

Τά φορτία μέσω τῶν πλακῶν μεταφέρονται στίς δοκοὺς (μαζί μέ τά ἴδια βάρη τῶν πλακῶν καί τῶν δοκῶν) ἀπ' ὅπου μεταβιβάζονται στά ὑποστυλώματα.

Ἡ ἀπ' εὐθείας ἔδραση τῶν πλακῶν στά ὑποστυλώματα, σέ πρώτη ἀνάλυση εἶναι ἡ σωστότερη λύση.

Μιά προσεκτική ὅμως ἀνάλυση τοῦ προβλήματος δείχνει ὅτι ἡ μεταφορά τῶν φορτίων μέσω τῶν δοκῶν εἶναι οἰκονομικώτερη, ἀπό τήν μεταφορά ἀπ' εὐθείας μέσω τῶν πλακῶν, γιατί:

1ον. Τό ἀναγκαῖο πάχος τῆς πλάκας εἶναι μικρότερο, ἄρα καί τό ἴδιο βάρος, ἐπομένως καί ὁ ὀπλισμός.

2ον. Οἱ δοκοί ἔχουν μικρό πάχος καί κάθε αὐξηση τοῦ φορτίου συνεπάγεται μικρή μόνο αὐξηση τοῦ ὕψους, ἄρα καί μικρή μόνο αὐξηση τοῦ ἴδιου βάρους.

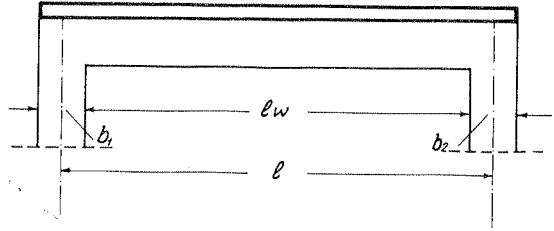
2. ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΙ-ΟΔΗΓΙΕΣ

2.1. Θεωρητικό ἄνοιγμα

Θεωροῦμε l_w τό ἐλεύθερο ἄνοιγμα τῆς δοκοῦ καί l τό θεωρητικό ἄνοιγμα. Τότε:

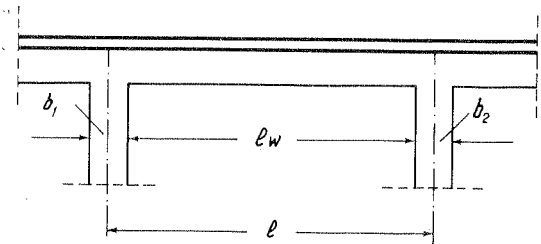
2.1.1. Σέ ελεύθερα ἐδραζόμενες ἢ πακτωμένες δοκοὺς

$$l = \min \left\{ l_w + \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2}, 1,05l_w \right\}$$



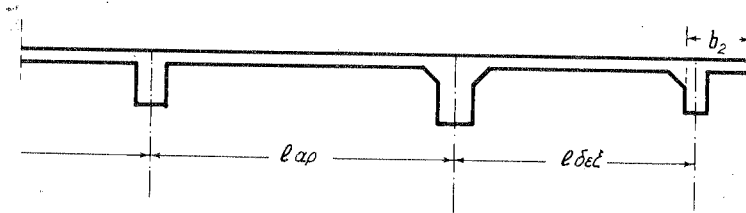
2.1.2. Σέ συνεχεῖς δοκοὺς

$$l = l_w + \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2}$$



2.2. Συνεργαζόμενο πλάτος πλακοδοκοῦ

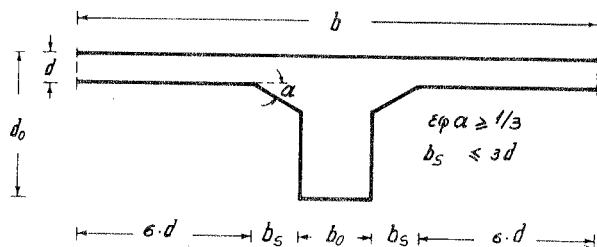
Ἄν ἡ πλάκα πού ἐδράζεται στή δοκό ἔχει πάχος $d \geq 7 \text{ cm}$ πορεῖ νά ἔχωμε λωρίδα πλάκας πλάτους b πού ἂν δέν καθορίζεται ἀκριβέστερα λαμβάνεται:



2.2.1. Γιά τήν ἀνάληψη τάσεων λόγω κάμψης

2.2.1.1. Σέ δοκοὺς μέ πλάκα ἀπ'τίς δύο πλευρές.

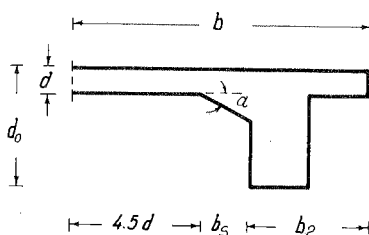
$$b = \min \left\{ \frac{b_0 + 2b_s + 12d}{\frac{l_{ap} + l_{deξ}}{2}}, \frac{l_{δοκ}}{2} \right\}$$



Ἄν ἡ πλάκα δέν ἔχη ἐνίσχυση $b_s = 0$.

2.2.1.2. Σέ δοκούς μέ πλάκα μόνο από τήν μιά πλευρά.

$$b = \min \left\{ \begin{array}{l} b_2 + b_s + 4,5d \\ \frac{l_w}{2} + b_2 \\ \frac{l_{\text{δοκού}}}{4} \end{array} \right\}$$



2.2.2. Για τόν υπολογισμό στατικῶν μεγεθῶν

2.2.2.1. Σέ δοκούς μέ πλάκα από τίς δύο πλευρές

$$b = \min \left\{ \begin{array}{l} b_o + 2b_s + 6d \\ \frac{l_{\alpha\rho} + l_{\delta\epsilon\xi}}{2} \end{array} \right\}$$

2.2.2.2. Σέ δοκούς μέ πλάκα μόνο από τήν μιά πλευρά

$$b = \min \left\{ \begin{array}{l} b_2 + b_s + 2,25d \\ \frac{l_w}{2} + b_2 \end{array} \right\}$$

Πάντως πρέπει νά τονισθῇ ὅτι σέ περιπτώσεις ιδιαίτερα σοβαρῶν καταπονήσεων καί κυρίως ὅταν ὑπάρχουν φορτίσεις διαφορετικές ἀπό τήν ὁμοιόμορφη, τό συνεργαζόμενο πλάτος πρέπει νά υπολογίζεται μέ ἀκρίβεια μέ τήν θεωρία τῆς ἐλαστικότητας ἢ μέ κάποια ἄλλη ἀκριβῆ μέθοδο (βλέπε κεφάλαιο VIII τόμος Α).

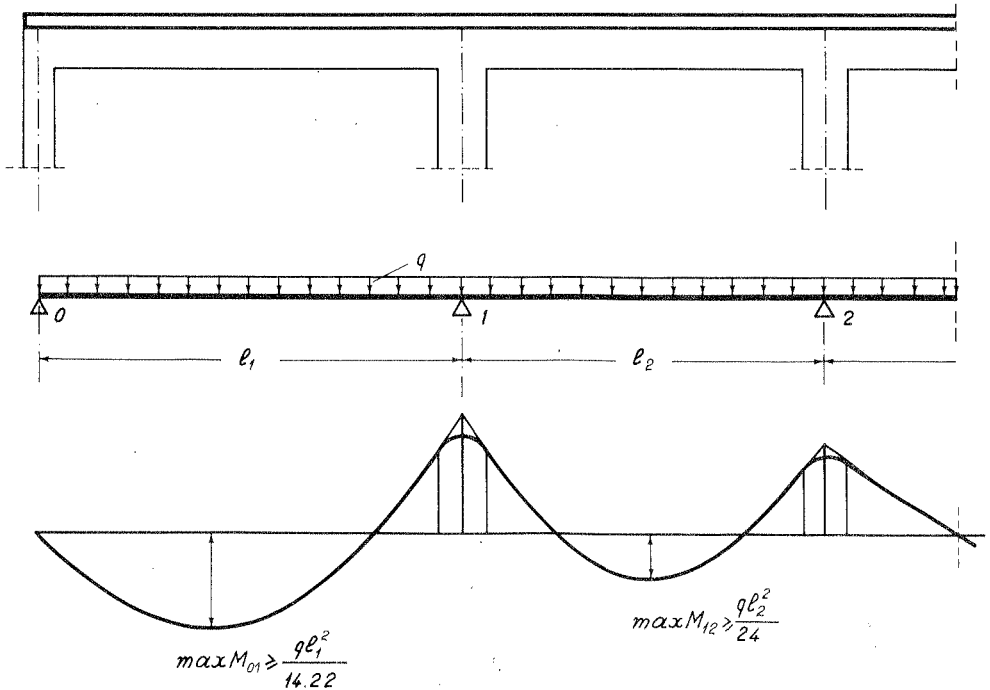
2.3. Υπολογισμός στατικῶν μεγεθῶν σέ μονολιθικές κατασκευές

2.3.1. Οἱ ροπές κάμψης τῶν ἀπλῶν καί συνεχῶν δοκῶν στή περίπτωση κοινῶν οἰκοδομικῶν ἔργων θά υπολογίζωνται γενικά μέ τήν ὑπόθεση περί στρεπτῶν στηριγμάτων. Δηλαδή δέν θά λαμβάνεται ὑπ' ὄψη ἡ πλαισιακή λειτουργία λόγω τῆς ἀκαμψίας τῶν ὑποστυλωμάτων.

2.3.2. Ἡ μέγιστη ροπή κάμψης σέ ἀκράτο ἀνοιγμα συνεχοῦς δοκοῦ δέν πρέπει νά εἶναι μικρότερη ἀπ' τήν μέγιστη ροπή ἀνοίγματος μονόπακτης δοκοῦ.

Σέ μεσαῖο ἀνοιγμα συνεχοῦς δοκοῦ δέν πρέπει νά εἶναι

μικρότερη από την μέγιστη ροπή άμφίπακτης δοκού.



Όταν υπάρχει ομοιόμορφη φόρτιση q είναι

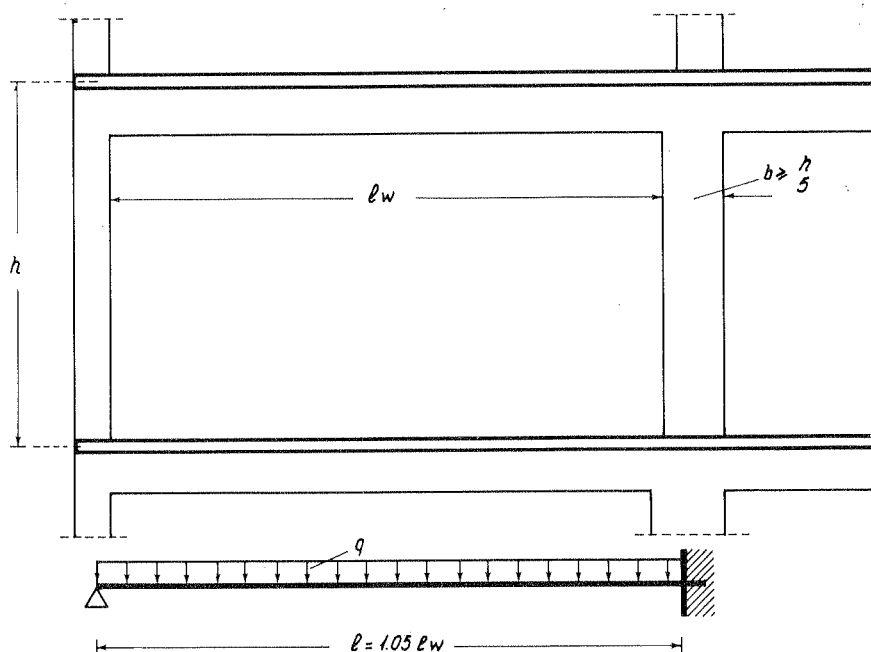
$$\max M_{01} = \frac{q l_1^2}{14,22}$$

$$\max M_{12} = \frac{q l_2^2}{24}$$

2.3.3. Στην περίπτωση περίπου ίσων ανοιγμάτων οι αρνητικές ροπές των ανοιγμάτων μπορούν να λαμβάνονται από την σχέση:

$$\min M = \frac{l^2}{24} \left(g - \frac{2}{3} p \right)$$

2.3.4. Όταν το πλάτος του υποστυλώματος είναι μεγαλύτερο ή ίσο του ενός πέμπτου ($1/5$) του ύψους του όρόφου, είναι δυνατό η δοκός να υπολογιστεί σαν πακτωμένη σε αυτό το υποστύλωμα. Εάν θεωρητικό άνοιγμα σ'αυτή την περίπτωση θά είναι τό $1,05$ του ελεύθερου ανοίγματος.



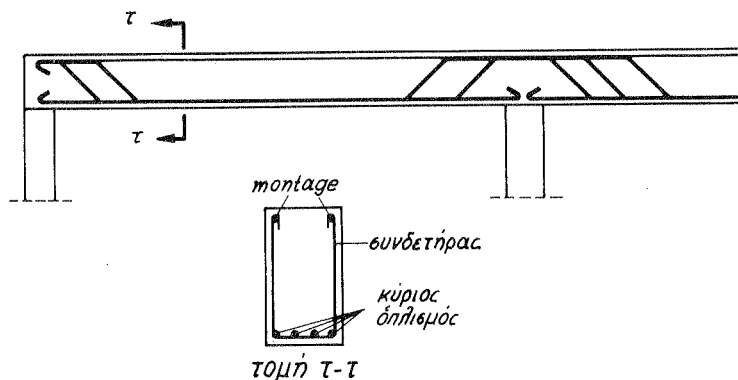
Παρατήρηση

★ Όλα τὰ προηγούμενα εἶναι ὁδηγίες πού θά ἐφαρμόζωνται μόνο ὅταν δέν γίνεται μία ἄλλη σωστή θεωρία τῶν προβλημάτων.

2.4. Ὀπλισμός δοκῶν

2.4.1. Διαμήκεις κύριοι ὀπλισμοί

2.4.1.1. Οἱ ράβδοι στό ἐφελκυσμένο πέλμα πρέπει νά εἶναι τοῦ-



λάχιστον τέσσερις, ώστε να μένουν δύο ράβδοι σε όλο το μήκος της δοκοῦ, για να στερεώνονται οι συνδετήρες και οι δύο να κάμπτονται για την ανάληψη διατμητικών τάσεων.

2.4.1.2 Αύτες οι ράβδοι πρέπει να έχουν διάμετρο $\geq 10\text{mm}$. Δηλαδή σε κάθε δοκό πρέπει να τοποθετηῖται όπλισμός τούλάχιστον $4\phi 10$.

2.4.1.3 Από τις ράβδους του κάτω πέλματος κάμπτονται στα στηρίγματα τό $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$ αὐτῶν για την ανάληψη αρνητικῶν ροπῶν στηρίξεων και διατμητικῶν τάσεων.

Σε 4 ράβδους κάμπτονται οι 2	
" 5 " " "	3
" 6 " " "	3 ή 4
" 7 " " "	4

Οι ράβδοι μιᾶς δοκοῦ εἶναι δυνατόν να διαφέρουν μεταξύ τους κατά μία διάμετρο π.χ. $2\phi 16 + 2\phi 18$. Τότε κάμπτονται οι $2\phi 18$.

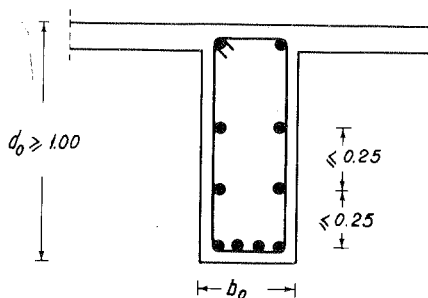
2.4.1.4. Σε οἰκοδομικά ἔργα οι ράβδοι δέν ἐπιτρέπεται να μπαίνουν σε περισσότερες από δύο σειρές.

2.4.1.5. Θλιβόμενος όπλισμός.

Σε περίπτωση δοκοῦ ὀρθογωνικῆς διατομῆς (ἢ καλλίτερα ὀρθογωνικῆς θλιβόμενης ζώνης) ἐπιτρέπεται να χρησιμοποιήσωμε θλιβόμενο όπλισμό σε μία στρώση κυρίως. Συνιστᾶται ὅμως να ἀποφεύγωμε να χρησιμοποιήσωμε τέτοιο όπλισμό γιατί οἰκονομικά δέν συμφέρει.

2.4.2. Άλλοι διαμήκεις όπλισμοί

2.4.2.1. Όταν τό ὕψος τῆς δοκοῦ εἶναι μεγαλύτερο από 1.40m (πρακτικά μεγαλύτερο από 1,00 m) τοποθετεῖται όπλισμός κατά τό ὕψος του ἐφελκυσμένου κορμοῦ, 8% του κύριου όπλισμοῦ ὅπως στό σχῆμα.



2.4.2.2. Όταν η δοκός καταπονείται με στρέψη, τοποθετείται πρόσθετος διαμήκης όπλισμός κατά τό ύψος της δοκού (βλέπε κεφάλαιο VI για την στρέψη).

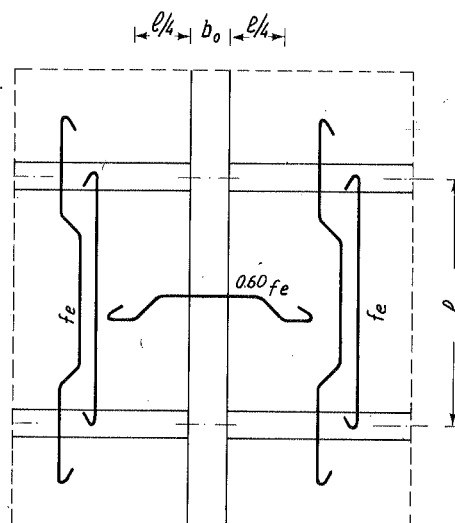
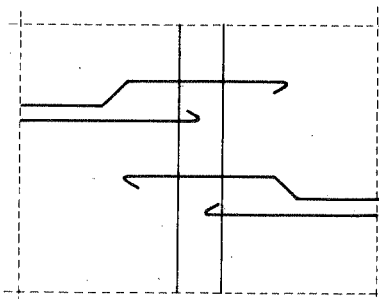
2.4.3. Λοξοί όπλισμοί καί συνδετήρες

Βλέπε κεφάλαιο V για την διάτμηση καί κεφάλαιο VI για στρέψη.

2.4.4. Όπλισμός στις πλακοδοκούς για την απόσχιση της πλάκας

Όταν ο κύριος όπλισμός της πλάκας είναι κάθετος προς την δοκό, την απόσχιση έμποδίζει ο όπλισμός κάμψης της πλάκας.

Όταν ο κύριος όπλισμός της πλάκας έχει την ίδια διεύθυνση με την δοκό μπαίνει πρόσθετος όπλισμός εγκάρσια στην δοκό ίσος με 60% του κύριου όπλισμού της πλάκας (βλέπε καί κεφάλαιο X για πλάκες).



Γιά τόν ύπολογισμό των διατομών σκυροδέματος καί χάλυβα βλέπε τά κεφάλαια του πρώτου τόμου.

3. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΟΚΩΝ

Τά προβλήματα που μπορούν να παρουσιαστούν σε δοκούς μπορούν να καταταχθούν σε δύο είδη:

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α: Δίνονται οι διαστάσεις, τά φορτία και οι διατομές των δοκών και ζητείται ο υπολογισμός των αναγκαίων όπλισμών.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β: Δίνονται οι διαστάσεις και τά φορτία της δοκού και ζητείται ο υπολογισμός των αναγκαίων διατομών και των αναγκαίων όπλισμών.

Η πορεία της εργασίας για την αντιμετώπιση του προβλήματος είναι:

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α

1. Στατική επίλυση
2. Έλεγχος σε κάμψη
3. Έλεγχος σε διάτμηση
4. Σχεδίαση όπλισμών

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β

- A. 1. Προεκτίμηση
- B. 1. Στατική επίλυση
2. Έλεγχος σε κάμψη
3. Έλεγχος σε διάτμηση
4. Σχεδίαση όπλισμών

3.1. Προεκτιμήσεις

Σε πλακοδοκό με θετική ροπή ή οίκονομία επιβάλλει στατικό ύψος

$$h_{ολκ} \text{ (cm)} \cong 20\sqrt{M(\text{tm})} \quad \text{για St I}$$

$$h_{ολκ} \text{ (cm)} \cong 18\sqrt{M(\text{tm})} \quad \text{για St II}$$

$$h_{ολκ} \text{ (cm)} \cong 16\sqrt{M(\text{tm})} \quad \text{για St III}$$

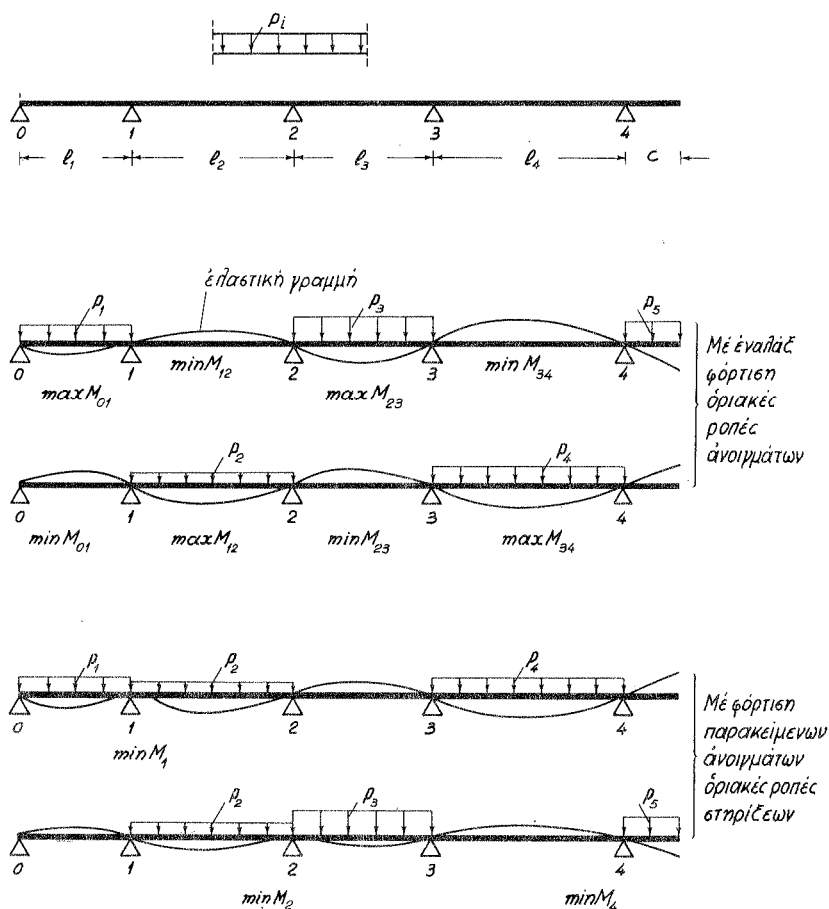
Σε δοκό όρθογωνικής διατομής ή σε πλακοδοκό με άρνητι-

κή ροπή ή οικονομία επιβάλλει νά μή χρησιμοποιήσωμε θλιβόμενο όπλισμό μέ $h_{ολκ} = k_h^* \sqrt{\frac{M}{b_0}}$ (συνήθως γιά $b_0 = 0,20\text{m}$).

Επειδή σέ δοκούς τό ίδιο βάρος είναι σχετικά μικρό, στό στάδιο τής προεκτίμησης λαμβάνεται ίδιο βάρος $g = 0,300 \text{ t/m}$. Η αναγκαία διατομή προκύπτει κατά τόν έλεγχο σέ κάμψη. "Αν τό ίδιο βάρος πού προκύπτει διαφέρει σημαντικά από τό ίδιο βάρος πού είχαμε άρχικά, ή επίλυση γίνεται πάλι μέ τό σωστό ίδιο βάρος.

3.2. Στατικές επίλυσεις

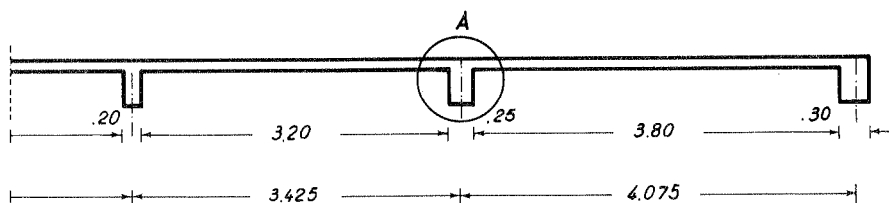
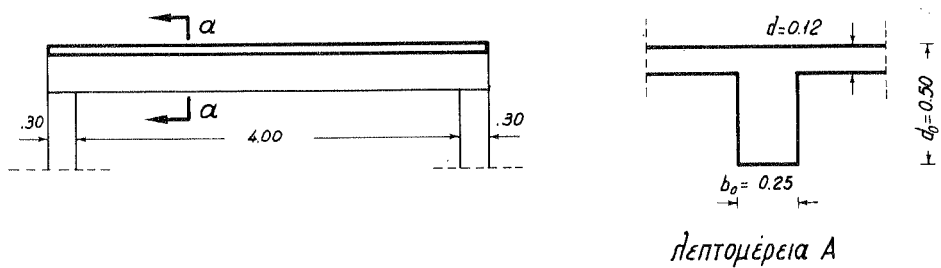
Δίνονται όρισμένες οδηγίες γιά τήν σύντομη επίλυση συνεχών δοκών λόγω κινητών φορτίων.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 78

Στή δοκό (οίκοδομικού έργου) ζητούνται:



τομή α-α

1. Οι αναγκαίοι όπλισμοί.
2. Η λεπτομερειακή σχεδίαση του όπλισμού.
3. Η αναλυτική προμέτρηση των αναγκαίων υλικών.

Δίνονται:

Φορτία από αντίδραση πλακών μόνιμα: $g = 2,24 \text{ t/m}$

κινητά: $p = 0,75 \text{ t/m}$

Υλικό: B 160, St I

Λύση

$$l_{\text{δοκοῦ}} = \min \left\{ l_w + \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2} \right\} = \min \left\{ 4,00 + \frac{0,30}{2} + \frac{0,30}{2} \right\} = 4,20 \text{ m}$$

$$1,05 l_w$$

Συνεργαζόμενο πλάτος b :

$$b = \min \left\{ \frac{b_0 + 12d}{\frac{l_{\text{αρ}} + l_{\text{δεξ}}}{2}} \right\} = \min \left\{ \frac{0,25 + 12 \times 0,12}{\frac{3,425 + 4,075}{2}} \right\} = 1,69 \text{ m}$$

$$\frac{l_{\text{δοκοῦ}}}{2}$$

$$\frac{4,20}{2}$$

Παρατήρηση

★ Πιο συνηθισμένα το καθοριστικό συνεργαζόμενο πλάτος είναι το $b = b_0 + 12d$ εκτός από τις περιπτώσεις πλακοδοκῶν μικρῶν ανοιγμάτων, πλακοδοκῶν με παχειές πλάκες καὶ πλακοδοκῶν πού βρίσκονται σε πυκνές αποστάσεις με τις γειτονικές.

1. Στατική επίλυση

Φόρτιση

ἴδιο βάρος

$$g_{\text{υδ}} = (0,50 - 0,12) \times 0,25 \times 2,40 = 0,23 \text{ t/m}$$

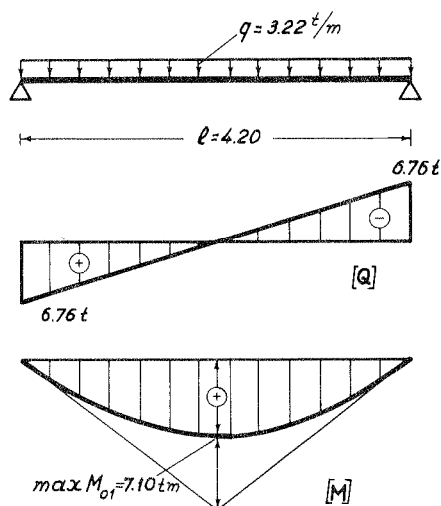
$$g_{\text{πλ}} = 2,24 \text{ t/m}$$

$$p_{\text{πλ}} = 0,75 \text{ t/m}$$

$$q = 3,22 \text{ t/m}$$

$$Q_0 = Q_1 = \frac{ql}{2} = 3,22 \times \frac{4,20}{2} = 6,76 \text{ t}$$

$$\max M_{01} = \frac{ql^2}{8} = \frac{3,22 \times 4,20^2}{8} = 7,10 \text{ tm}$$



Παρατήρηση

★ Στο μόνιμο φορτίο από αντίδραση πλακών περιλαμβάνεται και το φορτίο που αντιστοιχεί στην πλάκα στο πάνω μέρος της δοκού.

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$\frac{\varepsilon_{\text{ποβ}}}{\varepsilon_{\text{ποε}}} = \frac{50}{1400} \Rightarrow k_h^* = 11,4$$

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{47}{\sqrt{\frac{7,10}{1,69}}} = 22,9 > 11,4 \Rightarrow k_x = 0,19$$

$$\Rightarrow x = k_x \cdot h = 9,3 \text{ cm} < 12 \text{ cm}$$

$$k_e = 0,77. Fe = k_e \frac{M}{h} = 0,77 \times \frac{7,10}{0,47} = 11,63 \text{ cm}^2 \Rightarrow Fe = 4\emptyset 20 (12,56 \text{ cm}^2)$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

$$Q_{\text{παρειάς}} = Q_o - qb' = 6,76 - 3,22 \times 0,10 = 6,44 \text{ t}$$

$$(\text{ή τό ίδιο } Q_{\text{παρ}} = \frac{ql_w}{2} = 3,22 \times 4,0 = 6,44 \text{ t})$$

πίνακας 29α: $Q_{o1} = 6,17 < Q = 6,44 < Q_{o2} = 16,45$ άρα χρειάζεται ό-
πλισμός διάτμησης.

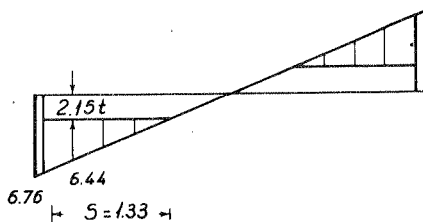
I. Συνδετήρες

$$Q_B = \frac{1}{3} 6,44 = 2,15 \text{ t}$$

$$z = \frac{7}{8} \times 47 = 41,125 \text{ cm}$$

$$\frac{f_{eB}}{e} = \frac{Q_B}{2 \cdot z \cdot \sigma_e} = \frac{2,15}{2 \times 41,125 \times 1,40} =$$

$$= 0,0187$$



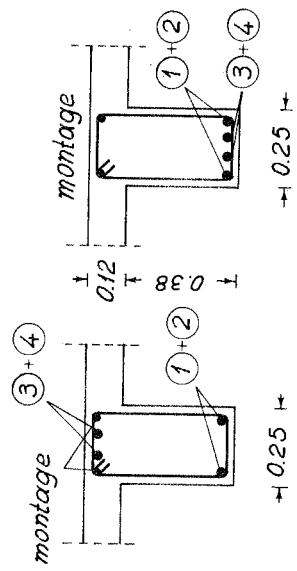
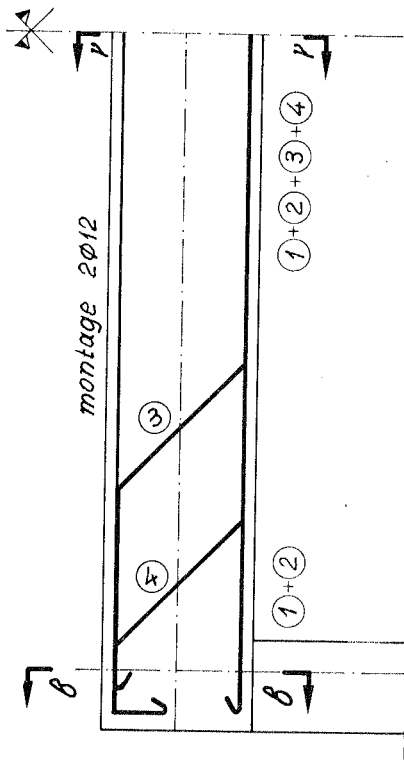
Από τόν πίνακα 30 $\Rightarrow$ Συνδετήρες δίτμητοι $\emptyset 6/15$.

II. Λοξός όπλισμός

$$E_Q = \frac{(Q_{\pi} - Q_B)^2}{2q} = \frac{(6,44 - 2,15)^2}{2 \times 3,22} = 2,86 \text{ tm}$$

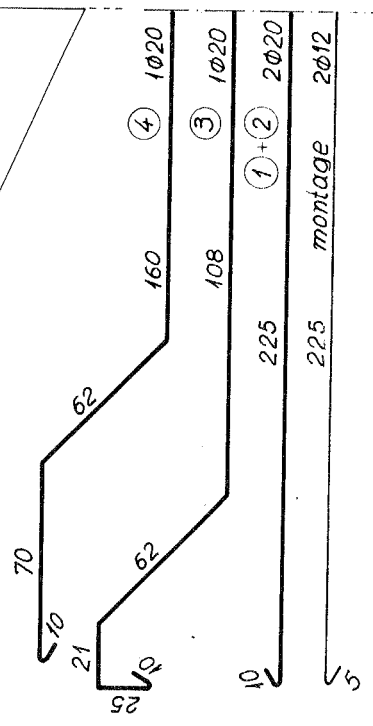
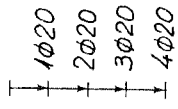
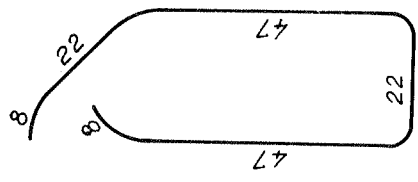
$$Fe_s = \frac{E_Q}{\sqrt{2} \cdot z \cdot \sigma_e} = \frac{2,86}{\sqrt{2} \times 0,41125 \times 1,40} = 3,51 \text{ cm}^2 \Rightarrow Fe_s = 2\emptyset 20$$

(= 6,28 cm²)



τομή δ - δ

τομή γ - γ



4. Σχεδίαση όπλισμών

Γιά την διάτμηση

$$S = \frac{Q_{\pi} - Q_B}{q} = \frac{6,44 - 2,15}{3,22} = 1,33\text{m}$$

$$n = 2$$

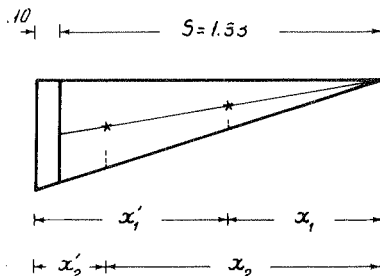
$$x_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{S}{\sqrt{2}} = 0,63\text{m}$$

$$x_2 = \sqrt{1,5} \cdot \frac{S}{\sqrt{2}} = 1,14\text{m}$$

Μέ άξονα άρχής τό θεωρητικό σημείο στήριξης

$$x'_1 = 1,43 - 0,63 = 0,80\text{m}$$

$$x'_2 = 1,43 - 1,14 = 0,29\text{m}$$



Γιά την κάμψη

$$11,63\text{cm}^2 \Rightarrow 7,10\text{tm}$$

$$1\emptyset 20 \Rightarrow 3,14\text{cm}^2 \Rightarrow 1,92\text{tm}$$

5. Προμέτρηση

α) Σκυρόδεμα

$$V = (0,50 - 0,12) \times 0,25 \times 4,60 = 0,437\text{m}^3$$

$$V_{\sigma\kappa} = 0,44\text{m}^3$$

β) Χάλυβας

Δοκός	α/α	Σχήμα	∅	$\frac{G}{m}$ (kg)	L (m)	v	v · L (m)	G (kg)
Δ1	1		20	2,466	4,70	1	4,70	11,59
	2		20	2,466	4,70	1	4,70	11,59
	3		20	2,466	5,56	1	5,56	13,71
	4		20	2,466	5,00	1	5,00	12,33
	mont.		12	0,888	4,60	2	9,20	8,17
	Συνδετ.		6	0,222	1,54	30	46,20	10,26

$$\Sigma G = 67,65\text{kg}$$

$$x_1 = S + 0,025l_w - x'_2 + \frac{d_o}{2} - e = \frac{l_w}{3} + 0,025l_w - 0,289l_w + \frac{d_o}{2} - e =$$

$$= 0,0693l_w + \frac{d_o}{2} - e \Rightarrow x_1 = 0,066l + \frac{d_o}{2} - e$$

$$x_2 = S + 0,025l_w - x'_1 + \frac{d_o}{2} - e = \frac{l_w}{3} + 0,025l_w - 0,157l_w + \frac{d_o}{2} - e =$$

$$= 0,2013l_w + \frac{d_o}{2} - e \Rightarrow x_2 = 0,192l + \frac{d_o}{2} - e$$

Γιά την κάμψη

$$\frac{2}{4} \frac{ql^2}{8} = \frac{ql}{2} x_1 - \frac{qx_1^2}{2} \Rightarrow x_1 = 0,146l$$

$$\frac{3}{4} \frac{ql^2}{8} = \frac{ql}{2} x_2 - \frac{qx_2^2}{2} \Rightarrow x_2 = 0,250l$$

Για $l \geq 3,00$ και για συνηθισμένα ύψη δοκών ($d_o = \frac{1}{8} \div \frac{1}{20}$) η κάμψη των ράβδων της διάτμησης καλύπτει το διάγραμμα των ροπών κάμψης.

2η περίπτωση

Πέντε ράβδοι για την κάμψη της ίδιας διατομής.

Γιά την διάτμηση (θα καμφθούν οι τρεις ράβδοι)

$$S = \frac{l_w}{3} \quad x'_1 = \frac{2}{3} \frac{l_w}{3\sqrt{3}} = 0,128l_w$$

$$x'_2 = \sqrt{1,5} \frac{l_w}{3\sqrt{3}} = 0,236l_w$$

$$x'_3 = \sqrt{2,5} \frac{l_w}{3\sqrt{3}} = 0,304l_w$$

$$x_1 = S + 0,025l_w - x'_3 + \frac{d_o}{2} - e = 0,0543l_w + \frac{d_o}{2} - e = 0,052l + \frac{d_o}{2} - e$$

$$x_2 = S + 0,025l - x'_2 + \frac{d_o}{2} - e = 0,1223l_w + \frac{d_o}{2} - e = 0,117l + \frac{d_o}{2} - e$$

$$x_3 = S + 0,025l - x'_1 + \frac{d_o}{2} - e = 0,2303l_w + \frac{d_o}{2} - e = 0,219l + \frac{d_o}{2} - e$$

Γιά την κάμψη

$$\frac{2}{5} \frac{ql^2}{8} = \frac{ql}{2} x_1 - \frac{qx_1^2}{2} \Rightarrow x_1 = 0,113l$$

$$\frac{3}{5} \frac{ql^2}{8} = \frac{ql}{2} x_2 - \frac{qx_2^2}{2} \Rightarrow x_2 = 0,184l$$

$$\frac{4}{5} \frac{ql^2}{8} = \frac{ql}{2} x_3 - \frac{qx_3^2}{2} \Rightarrow x_3 = 0,2761$$

Για $l \geq 3,00\text{m}$ και για συνηθισμένα ύψη δοκῶν ($d_o = \frac{1}{8} \div \frac{1}{20}$) ἡ διάτμηση καλύπτει τὴν κάμψη.

3η περίπτωση

Ἐξί ράβδοι γιὰ τὴν κάμψη τῆς ἴδιας διατομῆς.

Γιὰ τὴν διάτμηση (ὅπως στὴν 2η περίπτωση)

$$x_1 = 0,0521 + \frac{d_o}{2} - e$$

$$x_2 = 0,1171 + \frac{d_o}{2} - e$$

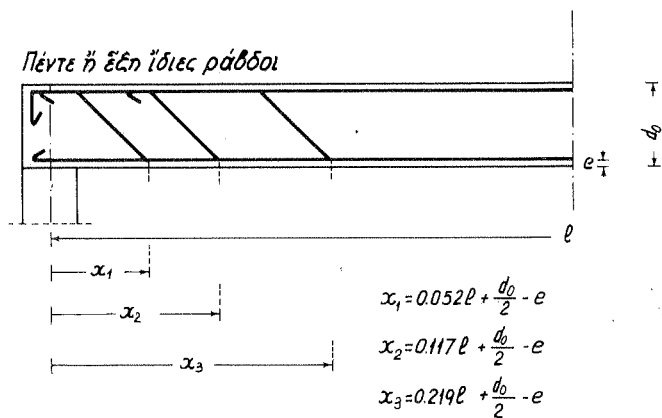
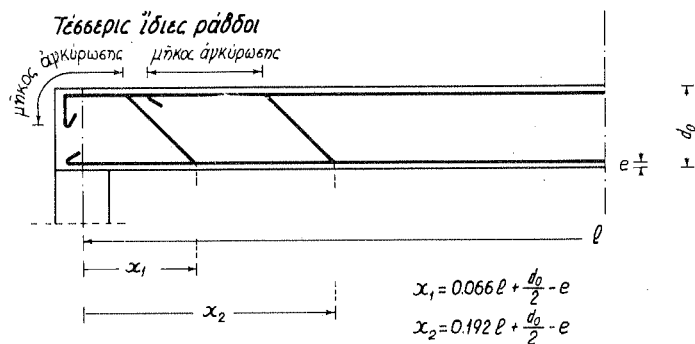
$$x_3 = 0,2191 + \frac{d_o}{2} - e$$

Γιὰ τὴν κάμψη

Τὰ θεωρητικὰ σημεῖα κάμψης μετατοπίζονται πρὸς τὰ δεξιὰ σὲ σχέση μετὰ τὴν δεύτερη περίπτωση ἄρα ἡ κάμψη καλύπτεται τώρα καλλίτερα ἀπ' τὴν διάτμηση.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ

Εἴτε χρειάζεται ὀπλισμός διάτμησης εἴτε ὄχι.



Παρατηρήσεις

★ Σὲ περίπτωση πού ὑπάρχουν ἀμφιβολίες γίνεται ἔλεγχος μόνο στοῦ διαγράμματος κάμψης.

★ Ὑπάρχει περίπτωση νά χρησιμοποιηθοῦν συνδετήρες πού θά παίρνουν μικρότερη τέμνουσα ἀπὸ τὸ $1/3Q_k$ τότε ἡ διάταξη τῶν ὀπλισμῶν θά γίνῃ σύμφωνα μὲ ὅσα ἔχουν ἀναφερθῇ στοῦ κεφάλαιο τῆς διάτμησης.

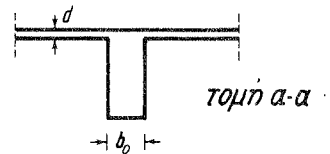
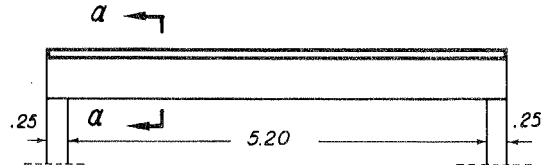
ΑΣΚΗΣΗ 79

Νά υπολογισθῇ ἡ διατομή (οἰκονομικὴ) καὶ οἱ ἀντίστοιχοι ὀπλισμοί τῆς δοκοῦ τοῦ σχήματος.

Δίνονται: Συνολικὸ φορτίο ἀπὸ πλάκες

$$q = 2,60 \text{ t/m}$$

Υλικά: B 225, St III

**Λύση**

Λαμβάνεται $b_0 = 0,20\text{m}$

$$l = \min \left\{ l_w + \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2}, \frac{1,05 l_w}{1,05 \times 5,20} \right\} = \min \left\{ 5,20 + \frac{0,25}{2} + \frac{0,25}{2}, \frac{1,05 \times 5,20}{1,05 \times 5,20} \right\} = 5,45\text{m}$$

$$b = b_0 + 12d = 0,20 + 12 \times 0,10 = 1,40\text{m}$$

Λαμβάνεται ἴδιο βάρος: $g_{\text{υδ}} = 0,30\text{t/m}$

1. Στατική ἐπίλυση

Φόρτιση

ἴδιο βάρος $g_{\text{υδ}} = 0,30\text{t/m}$

ἀπὸ πλάκα $q_{\text{πλ}} = 2,60\text{t/m}$

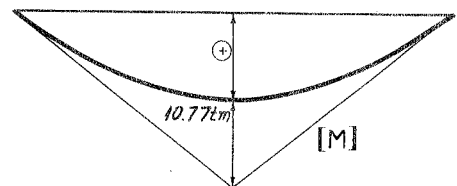
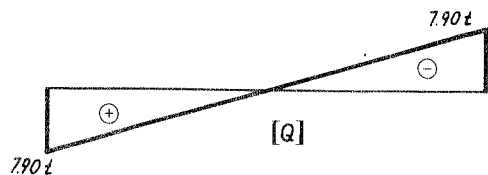
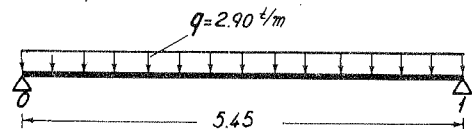
$$\frac{q_{\text{πλ}}}{q} = 2,90\text{t/m}$$

$$Q_0 = |Q_1| = \frac{q l}{2} = 2,90 \times \frac{5,45}{2} = 7,90\text{t}$$

$$\max M = \frac{q l^2}{8} = 2,90 \times \frac{5,45^2}{8} = 10,77\text{tm}$$

$$h_{\text{ολκ}} = 16\sqrt{M} = 52,5\text{cm}$$

Λαμβάνεται $d_0 = 55\text{cm}$



Τότε ίδιο βάρος: $g_{\text{Lδ}} = (0,55 - 0,10) \times 0,20 \times 2,40 = 0,216 \text{ t/m}$ ενώ ελ-
χει ληφθῇ $g_{\text{Lδ}} = 0,30 \text{ t/m}$. Η διαφορά είναι μικρή καί γι' αυτό
δέν γίνεται διόρθωση.

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$\frac{\epsilon_{\text{psb}}}{\epsilon_{\text{pe}}} = \frac{70}{2200} \Rightarrow k_h^* = 10,0$$

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{52}{\sqrt{\frac{10,77}{1,40}}} = 18,7 > k_h^* \quad , \quad k_x \cong 0,19 \Rightarrow x = k_x \cdot h = 9,88 \text{ cm} < 10,0 \text{ cm} = d$$

$$k_e = 0,49 \Rightarrow F_e = k_e \frac{M}{h} = 0,49 \times \frac{10,77}{0,52} = 10,15 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 4\phi 18 \quad (10,16 \text{ cm}^2)$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

Από τόν πίνακα 29β $\Rightarrow Q_{o1} = 6,37 \text{ t}$ καί $Q_{o2} = 16,38 \text{ t}$

$$Q_{\text{παρ}} = Q_o - q_b \cdot \frac{0,25}{2} = 7,90 - 2,90 \times \frac{0,25}{2} = 7,54 \text{ t} \begin{matrix} > 6,37 \text{ t} \\ < 16,38 \text{ t} \end{matrix}$$

Χρειάζεται όπλισμός διάτμησης.

I. Συνδετήρες

$$Q_B = \frac{1}{3} \times 7,54 = 2,51 \text{ t}$$

$$z = \frac{7}{8} \times 52 = 45,5 \text{ cm}$$

$$\frac{F_{eB}}{e} = \frac{Q_B}{2 \cdot z \cdot \sigma_e} = \frac{2,51}{2 \times 45,5 \times 2,20} = 0,0125$$

Από τόν πίνακα 30 έχομε συνδετήρες $\phi 6/20$.

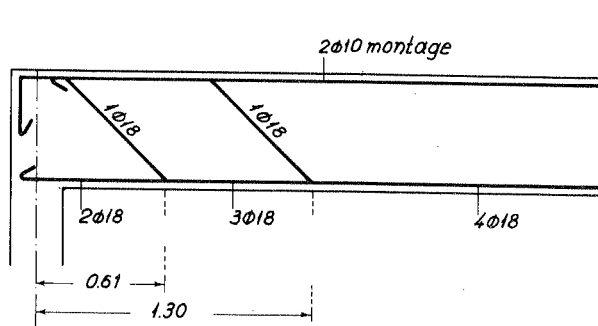
II. Λοξός όπλισμός

$$E_Q = \frac{(Q_{\pi} - Q_B)^2}{2 \times q} = \frac{(7,54 - 2,51)^2}{2 \times 2,90} = 4,36 \text{ tm}$$

$$F_{eS} = \frac{E_Q}{\sqrt{2} \cdot z \cdot \sigma_e} = \frac{4,36}{\sqrt{2} \cdot 0,455 \cdot 2,20} = 3,08 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$F_{eS} = 2\phi 18 (= 5,08 \text{ cm}^2)$$

4. Σχεδίαση όπλισμών



$$x_1 = 0,0671 + \frac{d_o}{2} - e = 0,067 \times 5,45 + \frac{0,55}{2} - 0,03 = 0,61\text{m}$$

$$x_2 = 0,1931 + \frac{d_o}{2} - e = 0,193 \times 5,45 + \frac{0,55}{2} - 0,03 = 1,30\text{m}$$

ΑΣΚΗΣΗ 80

Σε μονοπροέχουσα δοκό διατομής όπως στο σχήμα ζητούνται οι αναγκαίοι όπλισμοί.

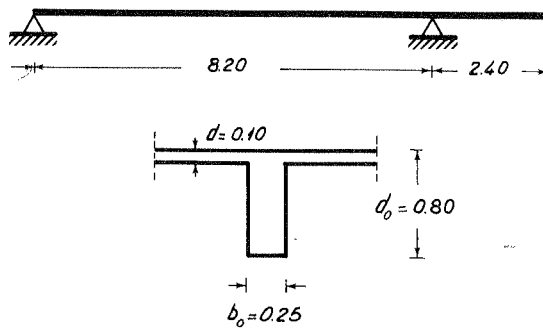
Δίνονται:

Μόνιμα φορτία:

Ίδιο βάρος $g_{\text{ιδ}} = 0,40\text{t/m}$

από αντίδραση πλακών $g_{\text{πλ}} = 1,20\text{t/m}$

από όπτοπλινθοδομή $g_{\text{οπ}} = 0,90\text{t/m}$



Κινητά φορτία:

από αντίδραση πλακών $P_{\pi\lambda} = 1,60 \text{ t/m}$

Υλικό: B 225, St III_R

Λύση

$$b = b_0 + 12d = 0,25 + 12 \times 0,10 = 1,45 \text{ m}$$

1. Στατική επίλυση

$$\min M_1$$

Φόρτιση

$$p = g_{\omega\delta} + g_{\pi\lambda} + g_{o\pi} = 2,50 \text{ t/m}$$

$$p = 1,60 \text{ t/m}$$

$$q = g + p = 4,10 \text{ t/m}$$

$$M_1 = -q \frac{c^2}{2} = -4,10 \times \frac{2,40^2}{2} =$$

$$= -11,81 \text{ tm}$$

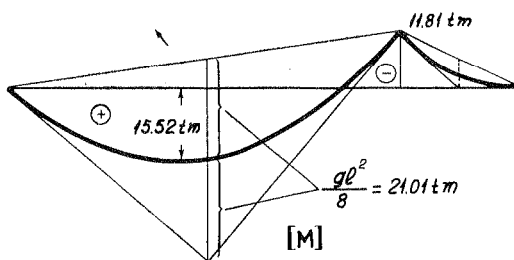
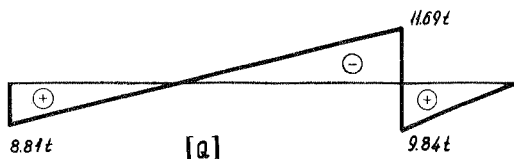
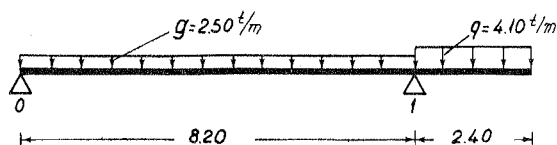
$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{gl}{2} + \frac{M_1 - M_0}{1} = \\ &= 2,50 \times \frac{8,20}{2} - \frac{11,81}{8,20} = \\ &= 10,25 - 1,44 = 8,81 \text{ t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_1^{\alpha\beta} &= \frac{gl}{2} - \frac{M_1 - M_0}{1} = \\ &= 10,25 + 1,44 = 11,69 \text{ t} \end{aligned}$$

$$Q_1^{\delta\epsilon\xi} = qc = 4,10 \times 2,40 = 9,84 \text{ t}$$

$$\begin{aligned} \max M_{01} &= \frac{Q_0^2}{2 \cdot g} = \frac{8,81^2}{2 \times 2,50} = \\ &= 15,52 \text{ tm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_m &= \frac{gl^2}{8} + \frac{M_1}{2} = 21,01 - \\ &- \frac{11,81}{2} = 15,11 \text{ tm} \approx \max M_{01} \end{aligned}$$



$$\max M_{01}$$

$$M_1 = -2,50 \times \frac{2,40^2}{2} = -7,20 \text{ tm}$$

$$Q_0 = \frac{q_1}{2} + \frac{M_1 - M_0}{1} =$$

$$= \frac{4,10 \times 8,20}{2} - \frac{7,20}{8,20} =$$

$$= 16,81 - 0,88 = 15,93 \text{ t}$$

$$Q_1^{\alpha\rho} = 16,81 + 0,88 = 17,69 \text{ t}$$

$$Q_1^{\delta\epsilon\zeta} = g \cdot c = 2,50 \times 2,40 = 6,00 \text{ t}$$

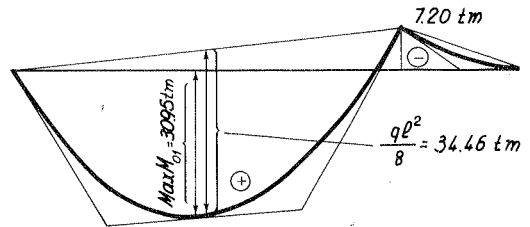
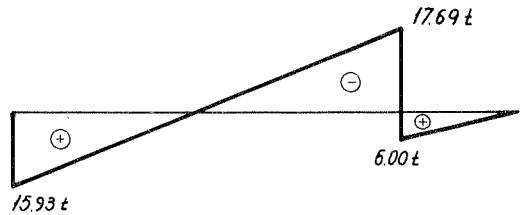
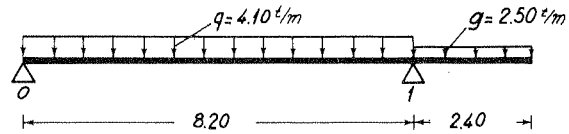
$$\max M_{01} = \frac{Q_0^2}{2q} = \frac{15,93^2}{2 \times 4,10} =$$

$$= 30,95 \text{ tm}$$

$$M_m = \frac{q_1^2}{8} + \frac{M_1}{2} =$$

$$= 34,46 - \frac{7,20}{2} =$$

$$= 30,86 \text{ tm} \approx \max M_{01}$$



2. Έλεγχος σέ κάμψη

Άνοιγμα $\frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{70}{2400} \Rightarrow k_h^* = 10,2$

$$k_h = \frac{75}{\sqrt{\frac{30,95}{1,45}}} = 16,2 > k_h^* \Rightarrow k_x = 0,20 \Rightarrow x = 0,20 \times 75 = 15 \text{ cm} > 10 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{b_0} = \frac{1,45}{0,25} = 5,8 > 5$$

$$F_e = \frac{M}{(h - \frac{d}{2}) \sigma_e} = \frac{30,95}{(0,75 - \frac{0,10}{2}) \times 2,40} = 18,42 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$F_e = 6\phi 20 (18,84 \text{ cm}^2).$$

"Έλεγχος άντοχής σκυροδέματος

$$k_h = \frac{75}{\sqrt{\frac{30,95}{\frac{1,45}{2}}}} = 11,5 > 10,2 \text{ καλά}$$

Στήριξη $\frac{\epsilon\sigma_b}{\epsilon\sigma_e} = \frac{90}{2400}, k_h^* = 8,4$

$$k_h = \frac{77}{\sqrt{\frac{11,81}{0,25}}} = 11,2 > k_h^* \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow$$

$$Fe = 0,46 \times \frac{11,81}{0,77} = 7,06 \text{ cm}^2 \Rightarrow Fe = 3\emptyset 20 (9,42 \text{ cm}^2) \text{ υπάρχουν}$$

ἀπ'τό ἀνοιγμα.

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

Απ'τόν πίνακα 29β: $Q_{o1} = 11,79 \text{ t}, Q_{o2} = 30,32 \text{ t}$

Παρατηρείται ὅτι χρειάζεται ὀπλισμός διάτμησης στό στήριγμα 0 καί στό στήριγμα 1 ἀριστερά.

I. Συνδετήρες

Σ'ὄλο τό μήκος τῆς δοκοῦ τοποθετοῦνται ἴδιοι συνδετήρες: $Q_B = \frac{15,93}{3} = 5,31 \text{ t}, z = \frac{7}{8} \times 77 = 67,375 \text{ cm}$

$$\frac{Fe_B}{e} = \frac{Q_B}{2 \cdot z \cdot \sigma_e} = \frac{5,31}{2 \times 67,375 \times 2,40} = 0,0164 \Rightarrow \text{ἀπ'τόν πίνακα}$$

30:συνδετήρες $\emptyset 6/17$.

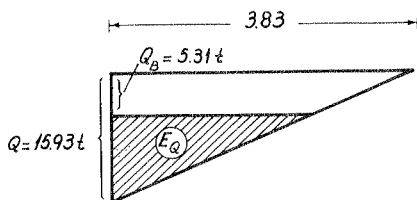
II. Λοξός ὀπλισμός

α) Στήριξη "0"

$$E_Q = \frac{(15,93 - 5,31)^2}{2 \times 4,10} = 13,75 \text{ tm}$$

$$Fe_s = \frac{13,75}{\sqrt{2} \times 0,67375 \times 2,40} = 6,01 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Fe_s = 2\emptyset 20 (6,28 \text{ cm}^2).$$

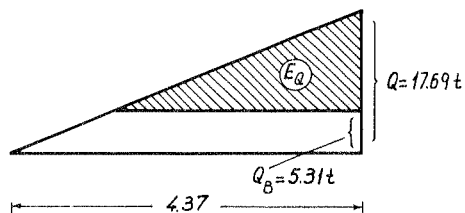


β) Στήριξη "1" άριστερά

$$E_Q = \frac{(17,69 - 5,31)^2}{2 \times 4,10} = 18,69 \text{ tm}$$

$$F_{e_s} = \frac{18,69}{\sqrt{2} \times 0,67375 \times 2,40} = 8,17 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{e_s} = 3\phi 20 (9,42 \text{ cm}^2).$$



4. Σχεδίαση όπλισμών

Οι ράβδοι θά καμφθοϋν κατά τά γνωστά. Για τόν έλεγχο τής κάλυψης τοϋ διαγράμματος τών ροπών θά χρησιμοποιηθῇ ἡ περιβάλλουσα τών ροπών δηλαδή ἡ έπικάλυψη τών δύο διαγραμμάτων τών M.

Παρατηρήσεις

* Στόν στατικό ὑπολογισμό ἡ πιό σύντομη πορεία γιά νά βρισκονται τά έντατικά μεγέθη εἶναι: 1. Βρίσκονται οἱ ροπές τών στηριγμάτων (στηρίξεων συνεχῶν δοκῶν ἢ στηρίξεων προεχουσῶν δοκῶν). 2. Ἡ εϋρεση τοϋ διαγράμματος τών Q καί 3. Ἡ εϋρεση τών μέγιστων ροπῶν ἀπό τό διάγραμμα τών Q.

$$\star \max M_{KL} = E_Q + M_K$$

Στήν περίπτωση φόρτισης μόνο μέ ὁμοιόμορφο φορτίο q εἶναι

$$E_Q = \frac{Q^2}{2 \cdot q}$$

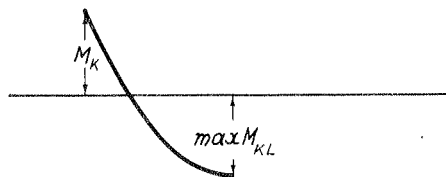
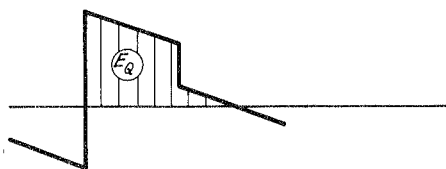
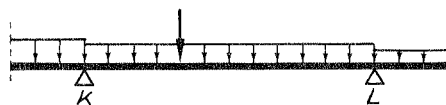
Όταν τό σημείο Κ εἶναι τό ἄκρο δοκοῦ (ἄρθρωση) $M_K = 0$ καί $\max M_{KL} = E_Q$.

Μέ αὐτό τόν τρόπο ἔχομε τίς μέγιστες ροπές τών ἀνοιγμάτων στήν τελευταία ἄσκηση.

"Αν ληφθῇ ἡ δοκός ἀντίστροφα, δηλαδή ἀπ'τό σημείο I πρὸς τό 0, γιά τήν περίπτωση

$$\begin{aligned} \max M_{o1} : \max M_{o1} &= \frac{17,69^2}{2 \times 4,10} - 7,20 = \\ &= 30,96 \text{ tm.} \end{aligned}$$

Δηλαδή τό ἴδιο ἀποτέλεσμα.



* Η αντίδραση της δοκού σε ένα σημείο είναι

$$V_i = Q_i^{\alpha\rho} + Q_i^{\delta\epsilon\zeta} \quad (\text{μέ απόλυτες τιμές})$$

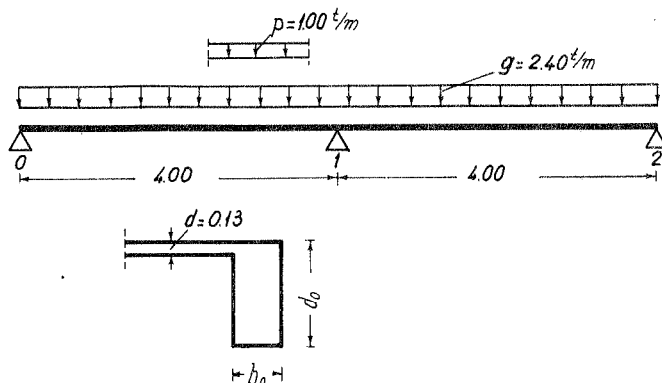
π.χ. $V_1 = 17,69 + 6,0 = 23,69 \text{ t}$.

* Ο έλεγχος της κάμψης γίνεται πάντοτε πρώτα στα ανοίγματα και μετά στις στηρίξεις. Αντίθετα στο στάδιο της προεκτίμησης γίνεται αρχή από τις στηρίξεις και μετά ακολουθεί το άνοιγμα.

* Στο άνοιγμα έχουμε $h = 75 \text{ cm}$ γιατί η ροπή ήταν μεγάλη και επομένως και πολύς όπλισμός που δεν θα χωρούσε σε μία σειρά. Αντίθετα στην στήριξη η ροπή ήταν σχετικά μικρή και γι' αυτό το $h = 77 \text{ cm}$.

ΑΣΚΗΣΗ 81

Ζητείται ο υπολογισμός της πλακοδοκού του σχήματος.



Δίνονται

Φορτία:

g από πλάκα = $1,60 \text{ t/m}$

g από όπτοπλ. = $0,80 \text{ t/m}$

p από πλάκα = $1,00 \text{ t/m}$

Υλικά: B 160, St III και St I

Λύση

Λαμβάνεται $b_0 = 0,20 \text{ m}$

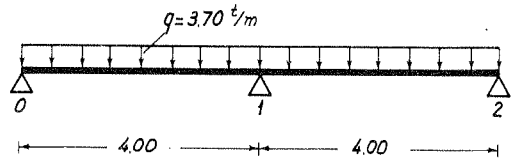
$b = b_0 + 4,50d = 0,20 + 4,50 \times 0,13 = 0,785 \text{ m}$

Λαμβάνεται ίδιο βάρος $0,30 \text{ t/m}$.

1. Στατική επίλυση

Φορτία

$$\begin{array}{rcl}
 \text{ζδιο } g_{\text{ζδ}} & = & 0,30 \text{ t/m} \\
 g_{\text{πλ}} & = & 1,60 \text{ t/m} \\
 g_{\text{οπ}} & = & 0,80 \text{ t/m} \\
 \hline
 g & = & 2,70 \text{ t/m} \\
 P & = & 1,00 \text{ t/m} \\
 \hline
 q & = & 3,70 \text{ t/m}
 \end{array}$$

Min M_1 

Απ' τόν πίνακα 56

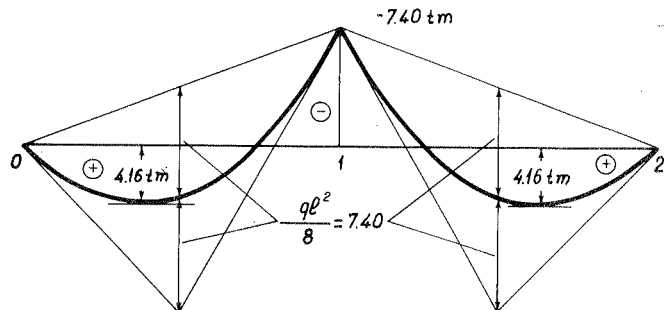
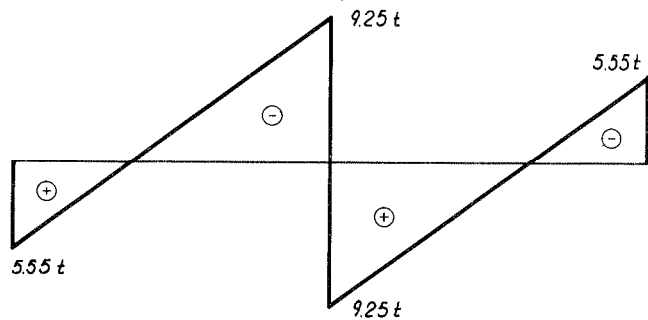
$$M_1 = -0,125ql^2 = -0,125 \times 3,70 \times 4,00^2 = -7,40 \text{ tm}$$

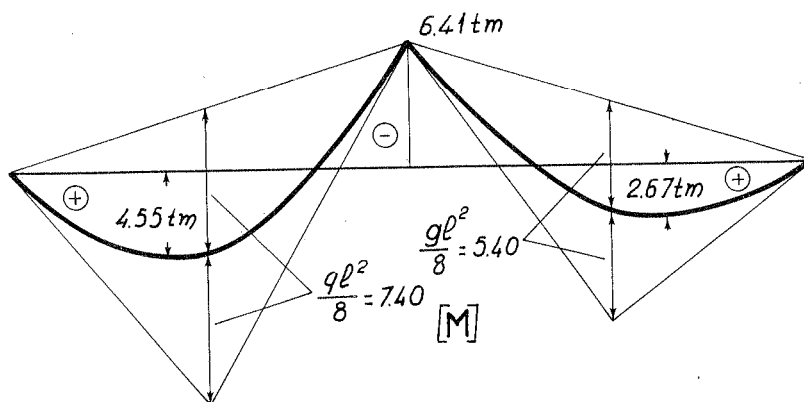
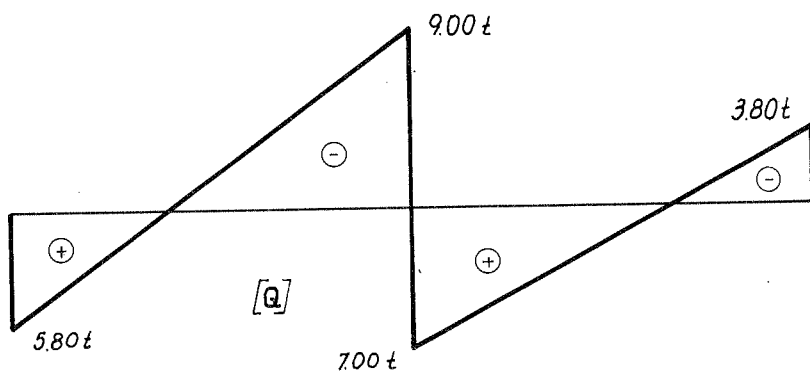
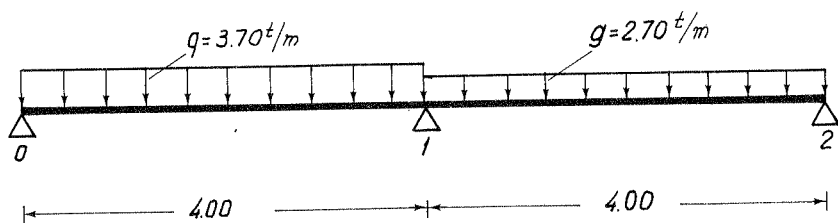
$$Q_0 = \frac{ql}{2} + \frac{M_1}{l} = 3,70 \times \frac{4,00}{2} - \frac{7,40}{4,00} = 7,40 - 1,85 = 5,55 \text{ t}$$

$$Q_1^{\alpha\rho} = \frac{ql}{2} - \frac{M_1}{l} = \frac{3,70 \times 4,00}{2} + \frac{7,40}{4,00} = 7,40 + 1,85 = 9,25 \text{ t}$$

$$Q_1^{\delta\epsilon\xi} = Q_1^{\alpha\rho}, Q_2 = Q_0.$$

$$M_{01} = \frac{5,55^2}{2 \times 3,70} = 4,16 \text{ tm}$$





$$M_1^g = -0,125gl^2 = -0,125 \times 2,70 \times 4,0^2 = -5,40 \text{ tm}$$

$$M_1^p = -0,063Pl^2 = -0,063 \times 1,00 \times 4,0^2 = -1,01 \text{ tm}$$

$$M^{g+p} = -6,41 \text{ tm}$$

$$Q_0 = \frac{gl}{2} + \frac{M_1}{l} = 3,70 \times \frac{4,00}{2} - \frac{6,41}{4,00} = 7,40 - 1,60 = 5,80 \text{ t}$$

$$Q_1^{\alpha\rho} = \frac{gl}{2} - \frac{M_1}{l} = 7,40 + 1,60 = 9,00 \text{ t}$$

$$Q_1^{\delta\epsilon\xi} = \frac{gl}{2} - \frac{M_1}{l} = 2,70 \times \frac{4,00}{2} + \frac{6,41}{4,00} = 5,40 + 1,60 = 7,00 \text{ t}$$

$$Q_2 = 5,40 - 1,60 = 3,80 \text{ t}$$

$$M_{o1} = \frac{5,80^2}{2 \times 3,70} = 4,55 \text{ tm}$$

$$M_{12} = \frac{3,80^2}{2 \times 2,70} = 2,67 \text{ tm}$$

Τό διάγραμμα αυτό μπορεί νά προκύψη καί ἄν φορτιστῇ τό ἄλλο ἄνοιγμα μέ τό p.

Ἐπειδή δέν ἀναφέρεται κανένας περιορισμός γιά τήν διατομή τῆς δοκοῦ θά χρησιμοποιηθῇ ἡ οἰκονομική.

Γιά νά μήν ὑπάρχη θλιβόμενος ὀπλισμός πρέπει

$$k_h = k_h^* = 10 \left(\frac{\varepsilon_{psb}}{\varepsilon_{pse}} = \frac{70}{2200} \right)$$

$$h_{o\lambda\kappa} = k_h^* \sqrt{\frac{M_1}{b}} = 10,0 \sqrt{\frac{7,40}{0,20}} = 60,8 \text{ cm}$$

$$\text{ἢ } h_{o\lambda\kappa} \approx 20 \sqrt{M_{o1}} = 20 \sqrt{4,55} = 42,7 \text{ cm}$$

$$\text{Λαμβάνεται } d_o = 65 \text{ cm}$$

$$\text{Ἰδιο βάρος } g_{\lambda\delta} = (0,65 - 0,13) \times 0,20 \times 2,40 = 0,25 \text{ t/m}$$

2. Ἐλεγχος σέ κάμψη (Χρησιμοποιεῖται St III)

$$\text{Ἄνοιγμα } \frac{\varepsilon_{psb}}{\varepsilon_{pse}} = \frac{50}{2200} \Rightarrow k_h^* = 13,1$$

$$k_h = \frac{62}{\sqrt{\frac{4,55}{0,785}}} = 25,8 \Rightarrow k_x = 0,14 \Rightarrow x = 8,68 < 13$$

$$k_e = 0,48 \Rightarrow F_e = 0,48 \times \frac{4,55}{0,62} = 3,52 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\emptyset 10 + 2\emptyset 12 \text{ (3,84 cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Στήριξη} \quad \frac{\varepsilon\sigma_b}{\varepsilon\sigma_e} = \frac{70}{2200} \Rightarrow k_h^* = 10,0$$

$$k_h = \frac{62}{\sqrt{\frac{7,40}{0,20}}} = 10,2 > k_h^* \Rightarrow k_e = 0,51$$

$$Fe = 0,51 \times \frac{7,40}{0,62} = 6,09 \text{ cm}^2 \Rightarrow Fe = 2\emptyset 12 \begin{matrix} \text{ἀπό τὸ} \\ \text{ἀνοιγμα} \end{matrix} + 4\emptyset 12 \text{ (πρόσθ.)} \\ (=6,78 \text{ cm}^2)$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

$$\left. \begin{array}{l} Q_{01} = 6,51 \text{ t} \\ Q_{02} = 17,36 \text{ t} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{"Αρα χρειάζεται ὀπλισμός διάτμησης ἀριστερά καί} \\ \text{δεξιά τοῦ στηρίγματος 1.} \end{array}$$

I. Συνδετήρες (Χρησιμοποιεῖται St I)

$$Q_B = \frac{1}{3} 9,25 = 3,08 \text{ t}, \quad z = \frac{7}{8} \times 62 = 54,25 \text{ cm}$$

$$\frac{Fe_B}{e} = \frac{Q_B}{2 \cdot z \cdot \sigma_{e_B}} = \frac{3,08}{2 \times 54,25 \times 1,40} = 0,0203$$

Διαλέγονται συνδετήρες $\emptyset 8/20$ (πίν. 30).

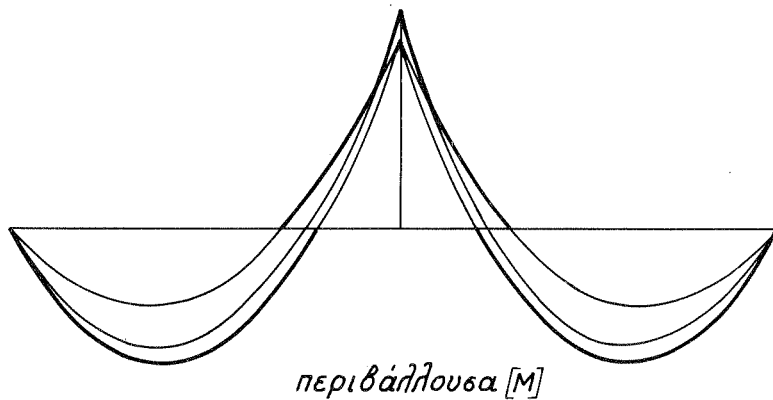
II. Λοξός ὀπλισμός (Χρησιμοποιεῖται St III)

$$E_Q = \frac{(9,25 - 3,08)^2}{2 \times 3,70} = 5,14 \text{ tm}$$

$$Fe_s = \frac{E_Q}{\sqrt{2} \cdot z \cdot \sigma_{e_s}} = \frac{5,14}{2 \times 0,543 \times 2,20} = 3,04 \text{ cm}^2 \Rightarrow Fe_s = 4\emptyset 12 (4,52 \text{ cm}^2)$$

4. Σχεδίαση ὀπλισμῶν

Θά γίνη ἀρχίζοντας ἀπὸ τήν διάτμηση σιὸ στήριγμα 1. Μετά θά γίνη ὁ ἔλεγχος τῆς κάμψης μέ τήν περιβάλλουσα τοῦ διαγράμματος τῶν ροπῶν κάμψης.



Παρατηρήσεις

★ Η περιβάλλουσα δέν διαφέρει πολύ από το διάγραμμα [M] λόγω φόρτισης q της δοκού και στα δύο ανοίγματα. Αυτό συμβαίνει επειδή το p είναι πολύ μικρότερο του g .

Πάντως σε περίπτωση περισσότερων ανοιγμάτων ή διαφορά των έντατικών μεγεθών είναι ακόμη μικρότερη.

★ Έχουμε τρεις όριακές ροπές και από τον πίνακα 58

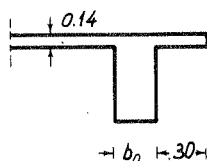
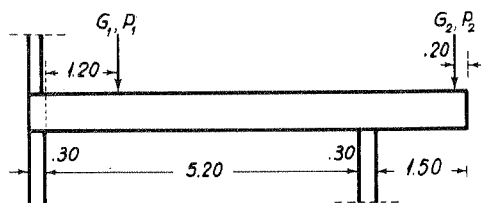
$$\frac{g}{q} = \frac{2,70}{3,70} = 0,73 \Rightarrow m_1 = 13,03$$

$$m_B = -8,0$$

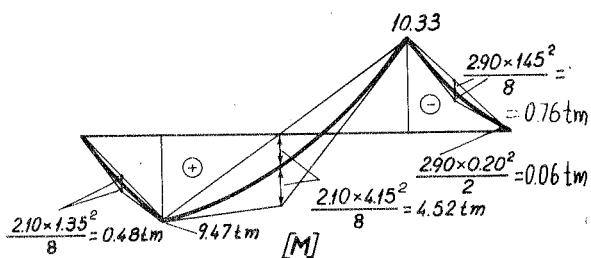
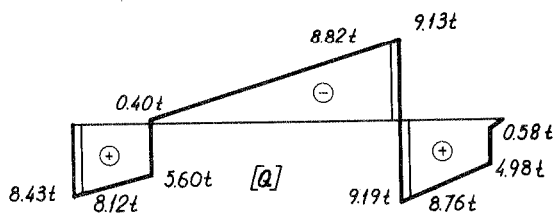
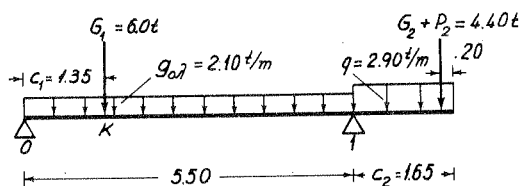
$$M_{01} = \frac{ql^2}{m_1} = \frac{3,70 \times 4,0^2}{13,03} = 4,54 \text{ tm}$$

$$M_B = - \frac{ql^2}{8} = - \frac{3,70 \times 4,0^2}{8} = -7,40 \text{ tm}$$

ΑΣΚΗΣΗ 82



1. Στατική επίλυση



Νά υπολογισθῇ ἡ διατομή (οἰκονομικὴ) καὶ οἱ ἀναγκαῖοι ὀπλισμοὶ στὴν μονοπροέχουσα πλακοδοκὸ τοῦ σχήματος καὶ νά σχεδιασθοῦν ἀναλυτικά.

Δίνονται :

$$g = 1,80 \text{ t/m} \quad G_1 = 6,0 \text{ t} \quad G_2 = 3,0 \text{ t} \\ P = 0,80 \text{ t/m} \quad P_1 = 2,8 \text{ t} \quad P_2 = 1,4 \text{ t}$$

Υλικά : B225, St III_R

Συνδετήρες : St I.

Λαμβάνεται $g_{\text{ολ}} = 0,30 \text{ t/m}$

$$g_{\text{ολ}} = g_{\text{ολ}} + g = 0,30 + 1,80 = 2,10 \text{ t/m}$$

$$P = 0,80 \text{ t/m}$$

$$q = 2,90 \text{ t/m}$$

$$M_1 = - \frac{q \cdot c_2^2}{2} - (G_2 + P_2) (c_2 - 0,20) =$$

$$= - \frac{2,90 \times 1,65^2}{2} - 4,40 \times 1,45 =$$

$$= -3,95 - 6,38 = -10,33 \text{ tm}$$

$$Q_0 = \frac{g_1}{2} + \frac{G_1 (1 - c_1)}{1} + \frac{M_1 - M_0}{1} =$$

$$= \frac{2,10 \times 5,50}{2} + \frac{6,0 (5,50 - 1,35)}{5,50} -$$

$$- \frac{10,33}{5,50} = 5,78 + 4,53 - 1,88 = 8,43 \text{ t}$$

$$Q_1^{\text{αρ}} = \frac{g_1}{2} + \frac{G_1 c_1}{1} - \frac{M_1 - M_0}{1} =$$

$$= \frac{2,10 \times 5,50}{2} + \frac{6,0 \times 1,35}{5,50} + \frac{10,33}{5,46} =$$

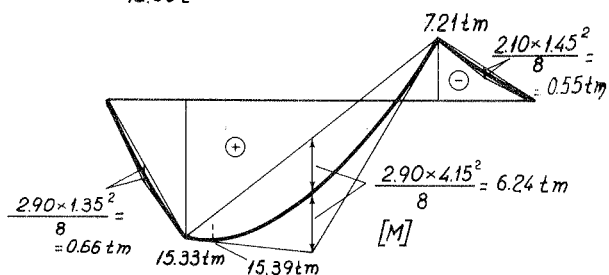
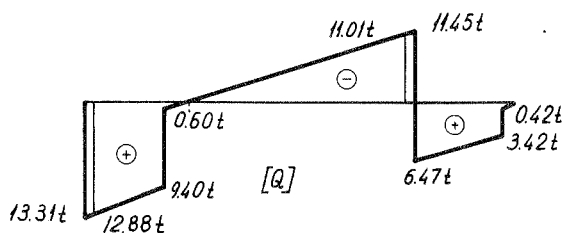
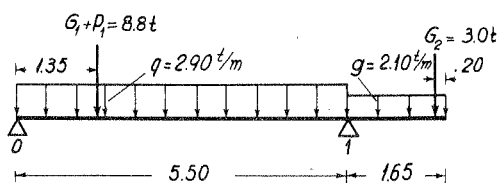
$$= 5,78 + 1,47 + 1,88 = 9,13 \text{ t}$$

$$Q_1^{\text{δεξ}} = q c_2 + G_2 + P_2 = 2,90 \times 1,65 + 4,40 =$$

$$= 9,19 \text{ t}$$

$$\max M_{01} = \frac{8,43+5,60}{2} \times 1,35 = 9,47 \text{ tm}$$

$$\max M_{01}$$



$$M_1 = -\frac{gc_2^2}{2} - G_2 \times 1,45 = -\frac{2,10 \times 1,65^2}{2} - 3,0 \times 1,45 = -2,86 - 4,35 = -7,21 \text{ tm}$$

$$Q_0 = \frac{q_1}{2} + \frac{(G_1+P_1)(1-c_1)}{1} + \frac{M_1-M_0}{1} = \frac{2,90 \times 5,50}{2} + \frac{8,8 \times 4,15}{5,50} - \frac{7,21}{5,50} =$$

$$= 7,98 + 6,64 - 1,31 = 13,31 \text{ t}$$

$$Q_1^{\alpha p} = \frac{q_1}{2} + \frac{(G_1+P_1)c_1}{1} - \frac{M_1-M_0}{1} = \frac{2,90 \times 5,50}{2} + \frac{8,8 \times 1,35}{5,50} + \frac{7,21}{5,50} =$$

$$= 7,98 + 2,16 + 1,31 = 11,45 \text{ t}$$

$$Q_1^{\delta \epsilon \xi} = gc_2 + G_2 = 2,10 \times 1,65 + 3,0 = 6,47 \text{ t}$$

$$\max M_{01} = \frac{13,31 + 9,40}{2} \times 1,35 + \frac{0,60^2}{2 \times 2,90} = 15,33 + 0,06 = 15,39 \text{ tm}$$

Λαμβάνεται $b_0 = 0,20 \text{ m}$

Υπολογισμός h

$$\text{Στήριξη} \quad \frac{\epsilon \rho \sigma_b}{\epsilon \rho \sigma_e} = \frac{90}{2400} \Rightarrow K_h^* = 8,4$$

$$M_{\sigma \text{ τηρ.}} = 10,33 \text{ tm}$$

$$h = K_h^* \sqrt{\frac{M}{b_0}} = 8,4 \sqrt{\frac{10,33}{0,20}} = 60,4 \text{ cm}$$

$$\text{Άνοιγμα} \quad h = 16\sqrt{M} = 16\sqrt{15,39} = 62,8 \text{ cm}$$

Λαμβάνεται: $d_0 = 0,65 \text{ m}$.

$$\text{Τότε} \quad g_{\text{υδ}} = 0,20 \times (0,65 - 0,14) \times 2,4 = 0,24 \text{ t/m}$$

Δέν επαναλαμβάνεται όμως ο υπολογισμός γιατί είναι μικρή η διαφορά και για ασφάλεια.

2. Έλεγχος σέ κάμψη

Ανοιγμα

$$b = 0,20 + 0,30 + 4,5 \times 0,14 = 1,13 \text{ m}$$

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{70}{2400} \Rightarrow K_h^* = 10,2$$

$$K_h = \frac{60}{\sqrt{\frac{15,39}{1,13}}} = 16,3 > 10,2 \Rightarrow K_x = 0,20 \Rightarrow x = 0,20 \times 0,60 =$$

$$= 0,12 < 0,14 \text{ m} = d.$$

$$K_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{15,39}{0,60} = 11,54 \Rightarrow F_e = 5\phi 18 (=12,7 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Στήριξη } M_{\kappa\alpha\rho} = -8,98 \text{ tm}$$

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{90}{2400} \Rightarrow K_h^* = 8,4$$

$$K_h = \frac{60}{\sqrt{\frac{8,98}{0,20}}} = 9,0 > 8,4 \Rightarrow K_e = 0,47 \Rightarrow F_e = 0,47 \times \frac{8,98}{0,60} = 7,03 \text{ cm}^2$$

$$\text{καί } F_e = 3\phi 18 (=7,62 \text{ cm}^2)$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

Απ'τόν πίνακα 29β $\Rightarrow Q_{01} = 7,35 \text{ t}$ καί $Q_{02} = 18,90 \text{ t}$
Χρειάζεται παντού όπλισμός διάτμησης.

I. Συνδετήρες.

Λαμβάνονται συνδετήρες $\phi 8/15$ δίτμητοι

$$Q_B = \frac{n \cdot F_{eB} \cdot z \cdot \sigma_e}{e} = \frac{2 \times 0,50 \times \frac{7}{8} \times 60 \times 1,4}{15} = 4,90 \text{ t}$$

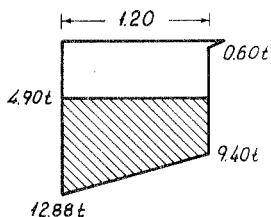
II. Λοξός όπλισμός

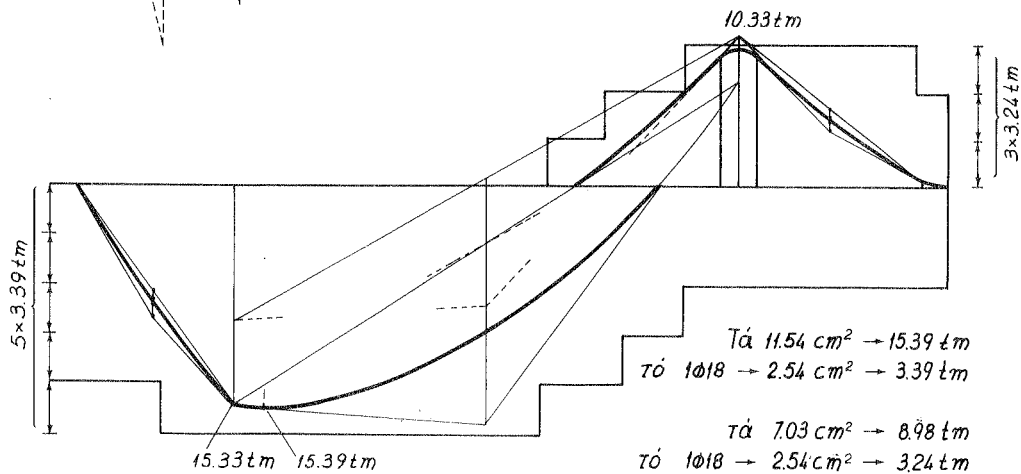
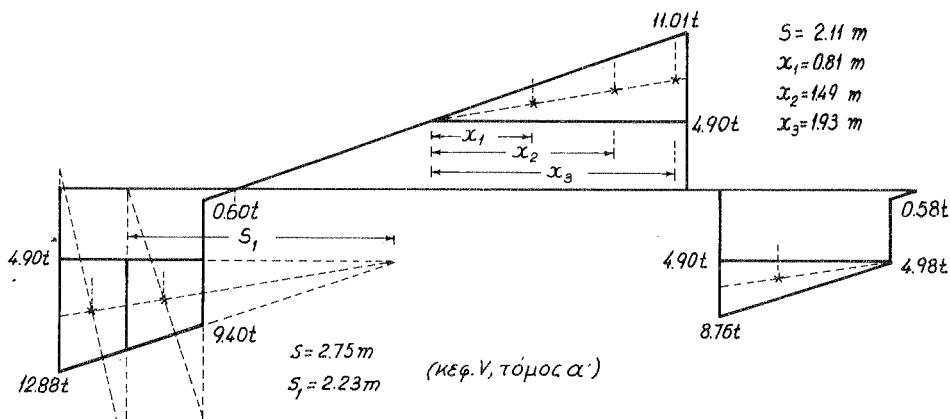
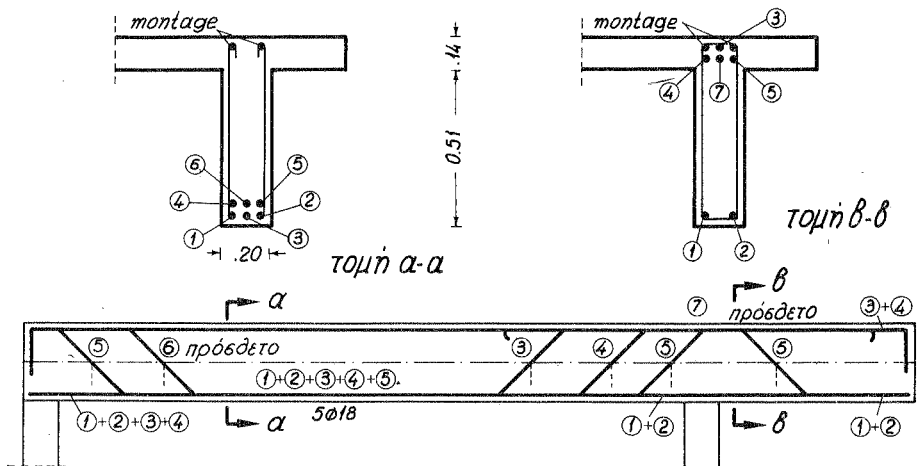
Στήριξη 0

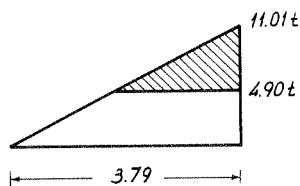
$$E_Q = \frac{(12,88 - 4,9) + (9,40 - 4,9)}{2} \times 1,20 = 7,49 \text{ tm}$$

$$F_{eS} = \frac{7,49 \times 10^2}{\sqrt{2} \times \frac{7}{8} \times 60 \times 2,40} = 4,20 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{eS} = 2\phi 18 (=5,08 \text{ cm}^2)$$



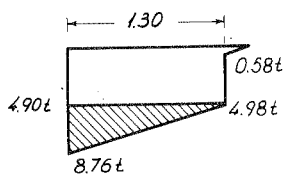


Στήριξη 1 αριστερά

$$E_Q = \frac{(11,01 - 4,90)^2}{2 \times 2,90} = 6,44 \text{ tm}$$

$$F_{e_s} = \frac{6,44 \times 10^2}{\sqrt{2} \times \frac{7}{8} 60 \times 2,40} = 3,61 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{e_s} = 2\emptyset 18 (=5,08 \text{ cm}^2)$$

Στήριξη 1 δεξιά

$$E_Q = \frac{8,76 + 4,98 - 2 \times 4,9}{2} \times 1,30 = 2,56 \text{ cm}^2$$

$$F_{e_s} = \frac{2,56 \times 10^2}{\sqrt{2} \times \frac{7}{8} 60 \times 2,40} = 1,44 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{e_s} = 1\emptyset 18 (=2,54 \text{ cm}^2)$$

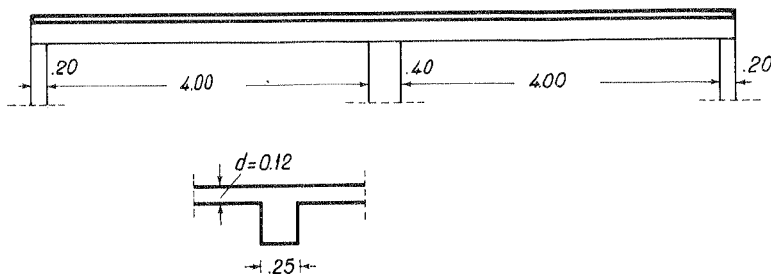
Παρατηρήσεις

★ Όταν υπάρχει συγκεντρωμένο φορτίο χαρακτηριστικό σημείο του διαγράμματος είναι τό σημείο εισαγωγής του συγκεντρωμένου φορτίου γιατί έ-
κει υπάρχει "σπάσιμο" (άσυνέχεια) της ροπής.

★ Στην στήριξη "0" ενώ υπάρχουν τρεις ράβδοι για κάμψη από τό άνοιγμα, θά καμφθῇ μόνο ή μιά, έπειδή τό διάγραμμα θετικών ροπών κοντά στην στήριξη είναι έντονο.

ΑΣΚΗΣΗ 83

Ζητείται ό ύπολογισμός της ελάχιστης δυνατής διατομής



στην συνεχή δοκό του σχήματος και οι ανάλογοι όπλισμοί.

Φορτία:

$$g = 2,50 \text{ t/m}, P = 1,00 \text{ tm}$$

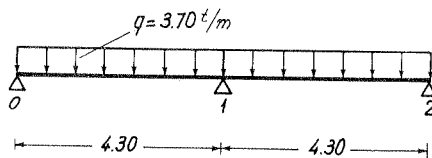
Υλικά: B160, St I

Λύση

Λαμβάνεται ίδιο βάρος: $g_{\text{ιδ}} = 0,20 \text{ t/m}$ (έπειδή ζητείται η ελάχιστη διατομή).

Επειδή $P < \frac{g}{2}$ δέν λαμβάνονται υπόψη δυσμενείς φορτίσεις.

1. Στατική επίλυση



Φόρτιση

$$g_{\text{ιδ}} = 0,20 \text{ t/m}$$

$$g = 2,50 \text{ "}$$

$$P = 1,00 \text{ "}$$

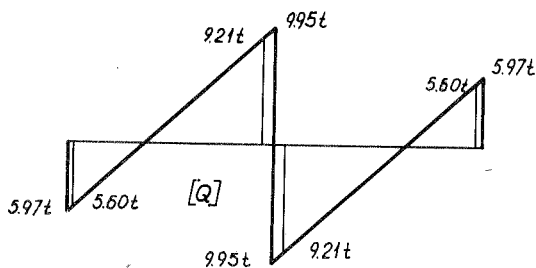
$$g = 3,70 \text{ "}$$

$$M_1 = -0,125 \times 3,70 \times 4,30^2 \text{ (πίνακας 56)}$$

$$= -8,55 \text{ tm}$$

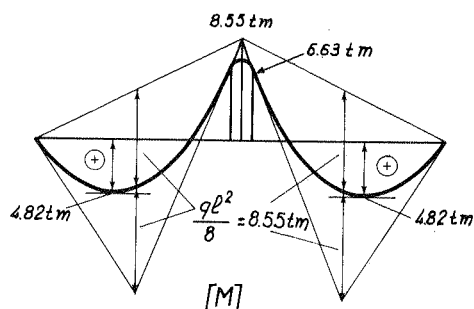
$$Q_0 = Q_2 = 3,70 \times \frac{4,30}{2} - \frac{8,55}{4,30} = 7,96 - 1,99 = 5,97 \text{ t}$$

$$Q_1^{\alpha\rho} = Q_1^{\delta\epsilon\xi} = \text{"} + \text{"} = \text{"} + \text{"} = 9,95 \text{ t}$$



$$\max M_{01} = \max M_{12} = \frac{5,97^2}{2 \times 3,70} =$$

$$= 4,82 \text{ tm}$$



$$M_{\pi\alpha\rho} = -8,55 + \frac{9,95+9,21}{2} \times 0,20 =$$

$$= -6,63 \text{ tm}$$

$$\text{Στήριξη: } \frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{70}{1400}$$

$$\min K_h = 5,5$$

$$h_{\min} = 5,5 \sqrt{\frac{6,63}{0,25}} = 28,3 \text{ cm}$$

Λαμβάνεται $d_o = 35 \text{ cm}$

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$\text{“Ανοιγμα” } \frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{50}{1400}$$

$$b = 0,25 + 12 \times 0,12 = 1,69 \text{ m}$$

$$K_h = \frac{32}{\sqrt{\frac{4,82}{1,69}}} = 18,9 \Rightarrow K_x = 0,22 \Rightarrow x = 0,22 \times 32 = 7,0 < 12$$

$$K_e = 0,78 \Rightarrow F_e = 0,78 \times \frac{4,82}{0,32} = 11,75 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 5\phi 18 (=12,7 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Στήριξη } \frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{70}{1400}$$

$$K_h = \frac{32}{\sqrt{\frac{6,63}{0,25}}} = 6,2 \Rightarrow K_e = 0,80, K'_e = 0,62$$

$$\beta = \frac{h'}{h} = \frac{3}{32} = 0,09 \Rightarrow \rho' = 1,08$$

$$F_e = 0,80 \times \frac{6,63}{0,32} = 16,58 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 7\phi 18 (=17,78 \text{ cm}^2)$$

$$F'_e = 0,62 \times \frac{6,63}{0,32} \times 1,08 = 13,87 \text{ cm}^2 \Rightarrow F'_e = 4\phi 18 (=10,16 \text{ cm}^2) + 2\phi 18 (=5,08 \text{ cm}^2)$$

(2)+(2) από τὰ πρόσθετα
άνοίγματα

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

Απ'τόν πίνακα 29α (α' τόμος):

$Q_{01} = 4,20 < Q = 9,21t < Q_{02} = 11,20t$. Χρειάζεται λοιπόν όπλισμός διάτμησης.

I. Συνδετήρες

$$Q_B = \frac{1}{3} \times 9,21 = 3,07t, \quad z = \frac{7}{8} \times 32 = 28,0cm$$

$$\frac{F_{e_B}}{e} = \frac{Q_B}{2 \cdot z \cdot \sigma_{e_B}} = \frac{3,07}{2 \times 28,0 \times 1,40} = 0,0392 \Rightarrow (\text{πίνακας 30}) \text{ συν-}$$

δετήρες $\emptyset 8/12$.

Γιά την στήριξη 0: 'Ο όπλισμός πού θά καμφθῇ από τό άνοιγμα εἶναι άρκετός.

Γιά την στήριξη 1^α:

$$E_Q = \frac{(9,21 - 3,07)^2}{2 \times 3,70} = 5,09tm$$

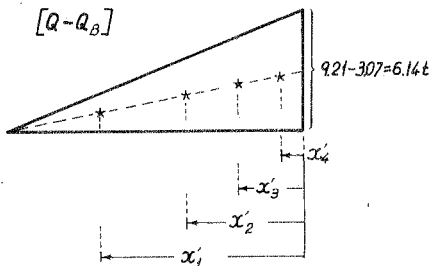
$$F_{e_s} = \frac{5,09}{\sqrt{2} \times 0,28 \times 1,40} = 9,18cm^2 \Rightarrow F_{e_s} = 4\emptyset 18 (=10,16cm^2).$$

4. Σχεδίαση όπλισμών

Γιά την κάμψη

Άνοιγμα: $11,75cm^2 \rightarrow 4,82tm$. Στήριξη: $16,58cm^2 \rightarrow 6,63tm$
 $1\emptyset 18 \rightarrow 2,54cm^2 \rightarrow 1,04tm$ $1\emptyset 18 \rightarrow 2,54cm^2 \rightarrow 1,02tm$

Γιά την διάτμηση



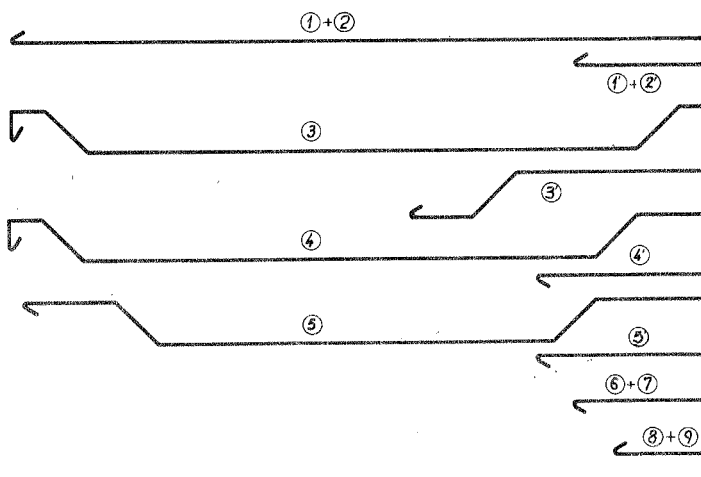
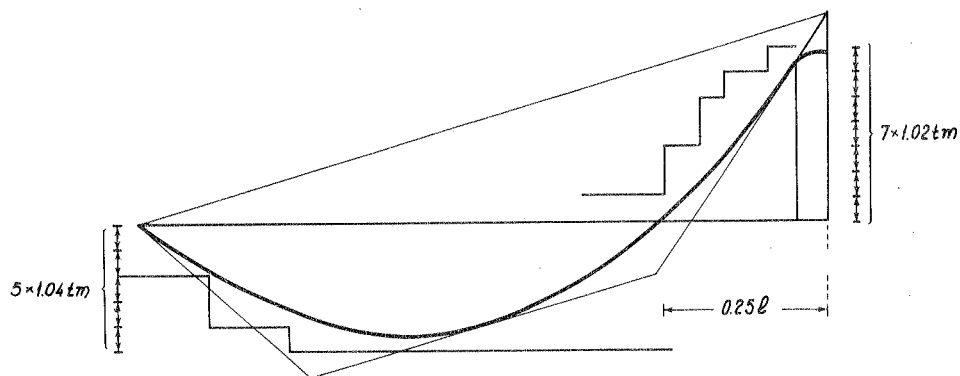
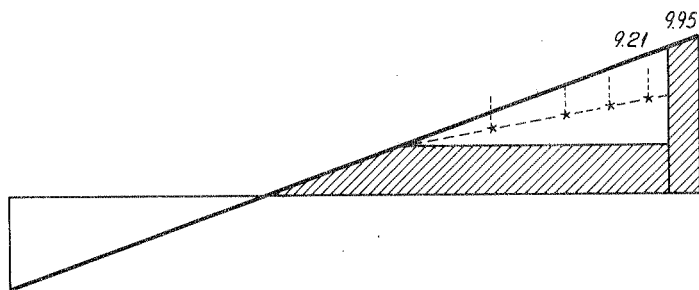
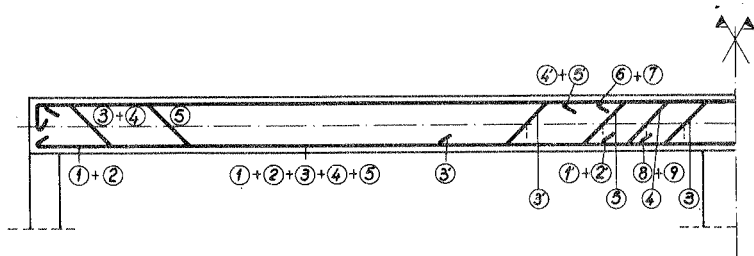
$$S = \frac{6,14}{3,70} = 1,66m$$

$$x_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1,66}{\sqrt{4}} = 0,55, x'_1 = 1,1m$$

$$x_2 = \sqrt{1,5} \cdot \frac{1,66}{\sqrt{4}} = 1,02, x'_2 = 0,64m$$

$$x_3 = \sqrt{2,5} \cdot \frac{1,66}{\sqrt{4}} = 1,31, x'_3 = 0,35m$$

$$x_4 = \sqrt{3,5} \cdot \frac{1,66}{\sqrt{4}} = 1,55, x'_4 = 0,11m$$

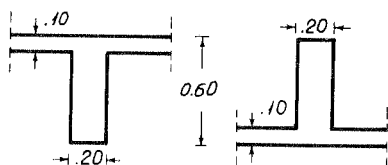
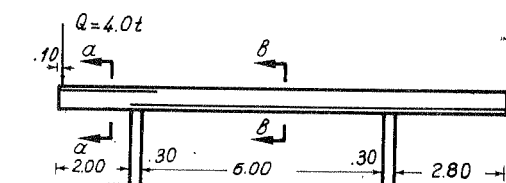


Τά σίδερα του άλλου ανοίγματος είναι αντισυμμετρικά προς αυτά και συμβολίζονται με f_e' .

Παρατήρηση

* Σέ δοκούς άπλές δέν εἶναι ἀναγκαῖο νά γίνεταί μέ τόση λεπτομέρεια ἡ σχεδίαση. Μποροῦν νά μπαίνουν ἐμπειρικά μέ τήν παρατήρηση ὅτι α) τό πρῶτο σίδερο τῆς διάτμησης συνήθως δέν συμμετέχει στήν κάμψη. β) Τό διάγραμμα τῶν ροπῶν κάμψης μηδενίζεται σέ ἀπόσταση 0,251 ἀπό τήν στήριξη. γ) Τό διάγραμμα $Q-Q_B$ μηδενίζεται σέ ἀπόσταση 0,401 ἀπό τήν στήριξη. δ) Ὅταν οἱ ράβδοι δέν κάμπτονται στό τέλος τους πρέπει νά ἐπεκτείνωνται κατὰ τό ἀναγκαῖο μήκος ἀγκύρωσης ἀπό τό θεωρητικό σημεῖο κάμψης.

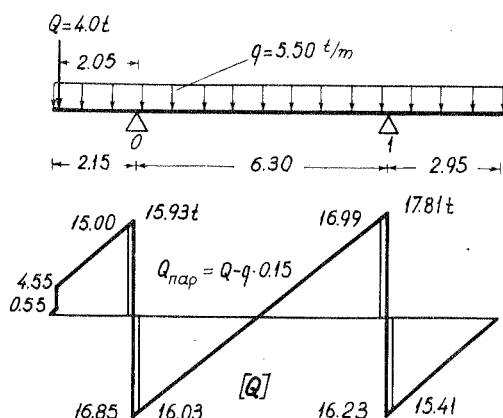
ΑΣΚΗΣΗ 84



τομή α-α

τομή β-β

1. Στατική επίλυση



Νά ὑπολογισθοῦν οἱ ἀναγκαῖοι ὀπλισμοί τῆς δοκοῦ τοῦ σχήματος.

Δίνονται:

$$q = 5,5t/m \quad (\text{μαζί μέ τό ἴδιο βάρος})$$

$$Q = 4,0t$$

Υλικά: B 300, St III

$$M_0 = -4,0 \times 2,05 - 5,5 \times \frac{2,15^2}{2} = -20,91tm$$

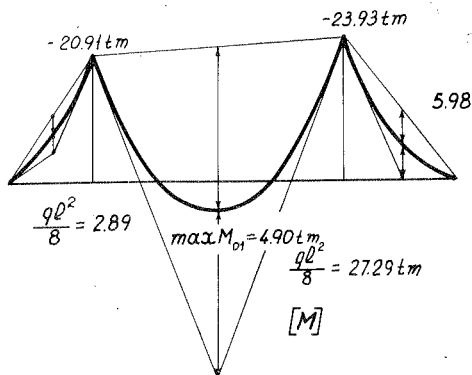
$$M_1 = -5,5 \times \frac{2,95^2}{2} = -23,93tm$$

$$Q_0^{\alpha\beta} = 4,0 + 2,15 \times 5,50 = 15,83t$$

$$Q_0^{\delta\epsilon\zeta} = 5,50 \times \frac{6,30}{2} + \frac{20,91 - 23,93}{6,30} = 17,33 - 0,48 = 16,85t$$

$$Q_1^{\alpha\beta} = 17,33 + 0,48 = 17,81t$$

$$Q_1^{\delta\epsilon\zeta} = 5,5 \times 2,95 = 16,23t$$



$$\max M_{01} = \frac{16,85^2}{2 \times 5,50} - 20,91 = 4,90 \text{ tm}$$

$$(\text{ή } \max M_{01} = \frac{17,81^2}{2 \times 5,50} - 23,93 = 4,91 \text{ tm})$$

$$\text{Θά γίνη ὁμως ὁ ὑπολογισμός μέ ροπή } M_{01} = \frac{q l^2}{24} = \frac{5,50 \times 6,30^2}{24} = 9,10 \text{ tm}$$

γιά νά καλυφθῇ ἡ περίπτωση πλαισιακῆς λειτουργίας ἀφοῦ καί ἡ μέγιστη ροπή τοῦ ἀνοίγ-

ματος εἶναι τόσο μικρή.

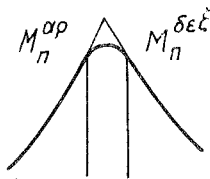
2. Έλεγχος σέ κάμψη

“Ανοίγμα $\frac{\epsilon_{\text{πσ}_b}}{\epsilon_{\text{πσ}_e}} = \frac{110}{2200}$, $K_h^* = 7,0$ (θλίβεται σάν ὀρθογωνική διατομή).

$$K_h = \frac{57}{\sqrt{\frac{9,10}{0,20}}} = 8,5 \Rightarrow K_e = 0,52 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,52 \times \frac{9,10}{0,57} = 8,30 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\emptyset 16 + 2\emptyset 18 (= 9,10 \text{ cm}^2)$$

Στήριξη 0



$$M_{\text{παρ}}^{\alpha\rho} = 20,91 - \frac{15,83 + 15,00}{2} \times 0,15 = 18,60 \text{ tm}$$

$$M_{\text{παρ}}^{\delta\epsilon\chi} = 20,91 - \frac{16,85 + 16,02}{2} \times 0,15 = 18,44 \text{ tm}$$

Αριστερά $\frac{\epsilon_{\text{πσ}_b}}{\epsilon_{\text{πσ}_e}} = \frac{110}{2200}$, $K_h^* = 7,0$

$$K_h = \frac{55}{\sqrt{\frac{18,60}{0,20}}} = 5,7 < K_h^* \Rightarrow K_e = 0,52, K'_e = 0,27$$

$$\beta = \frac{5}{55} = 0,09 \Rightarrow \rho' = 1,08$$

$$F_e = 0,52 \times \frac{18,60}{0,55} = 17,59 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\emptyset 18 \text{ (ἀπό τό ἀνοίγμα)} + 5\emptyset 18 (= 17,78 \text{ cm}^2) \text{ (πρόσθ.)}$$

$$F'_e = 0,27 \times \frac{18,60}{0,55} \times 1,08 = 9,86 \text{ cm}^2 \Rightarrow F'_e = 2\emptyset 16 \text{ (ἀπό τό ἀνοίγμα)} + 3\emptyset 16 (= 10,05 \text{ cm}^2) \text{ (πρόσθ.)}$$

$$\text{Δεξιά} \quad \frac{\varepsilon\sigma_b}{\varepsilon\sigma_e} = \frac{90}{2200}, K_h^* = 8,2$$

$$b = b_o + 12d = 0,20 + 12 \times 0,10 = 1,40 \text{ m}$$

$$K_h = \frac{55}{\sqrt{\frac{18,44}{1,40}}} = 15,2 \Rightarrow K_x = 0,22 \Rightarrow x = 0,22 \times 55 = 12,1 > 10$$

$$\frac{b}{b_o} = \frac{1,40}{0,20} = 7,0 > 5$$

$$F_e = \frac{M}{(h - \frac{d}{2}) \sigma_e} = \frac{18,44}{(0,55 - \frac{0,10}{2}) \times 2,20} = 16,76 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 7\phi 18 (17,78 \text{ cm}^2)$$

Έλεγχος τάσης:

$$K_h = \frac{55}{\sqrt{\frac{18,44}{\frac{1,40}{2}}}} = 10,7 > K_h^* \quad \text{έν τάξει}$$

$$\text{Στήριξη 1} \quad \frac{\varepsilon\sigma_b}{\varepsilon\sigma_e} = \frac{90}{2200}, K_h^* = 8,2$$

Λαμβάνεται η μεγαλύτερη (απόλυτα) ροπή παρειάς, για τους υπολογισμούς. Αυτή βρίσκεται προς την πλευρά της μικρότερης τέμνουσας.

$$M_{\text{παρ}} = 23,93 - \frac{16,23 + 15,40}{2} \times 0,15 = 21,56 \text{ tm}$$

Όλοι οι υπολογισμοί θα δώσουν αποτελέσματα όπως καί στον προηγούμενο έλεγχο.

$$F_e = \frac{21,56}{(0,55 - \frac{0,10}{2}) \times 2,20} = 19,60 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 2\phi 18 \left(\begin{smallmatrix} \text{άπό τό} \\ \text{άνοιγμα} \end{smallmatrix} \right) + 6\phi 18 \left(\begin{smallmatrix} \text{πρόσθ.} \\ (=20,32 \text{ cm}^2) \end{smallmatrix} \right)$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση.

Από τον πίνακα 29γ:

$$Q_{01} = 7,70 \text{ t} \quad \text{καί} \quad Q_{02} = 19,25 \text{ t.}$$

Χρειάζεται παντού όπλισμός διάτμησης.

I. Συνδετήρες

$$Q_B = \frac{1}{3} \times 15,00 = 5,00 \text{ t}, \quad z = \frac{7}{8} \times 55 = 48,125 \text{ cm}$$

$$\frac{f_{eB}}{e} = \frac{5,00}{2 \times 48,125 \times 2,20} = 0,0236 \Rightarrow \text{Συνδετήρες } \phi 6/11 \text{ (πίν.30)}$$

II. Λοξός όπλισμός

$$O^{\alpha\rho}: E_Q = \frac{(15,00 - 5,00)^2}{2 \times 5,50} = 9,09 \text{ tm} \Rightarrow F_{eS} = \frac{9,09}{\sqrt{2} \times 0,48125 \times 2,20} = 6,07 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow F_{eS} = 3\phi 18 (=7,62 \text{ cm}^2)$$

$$O^{\delta\epsilon\xi}: E_Q = \frac{(16,02 - 5,00)^2}{2 \times 5,50} = 11,05 \text{ tm}$$

$$F_{eS} = \frac{11,05}{\sqrt{2} \times 0,48125 \times 2,20} = 7,38 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_{eS} = 3\phi 18 (=7,62 \text{ cm}^2)$$

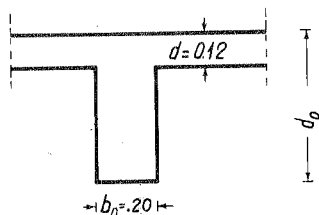
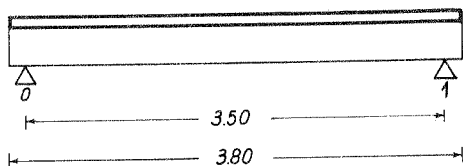
$$1^{\alpha\rho}: E_Q = \frac{(16,99 - 5,0)^2}{2 \times 5,50} = 13,07 \text{ tm}$$

$$F_{eS} = \frac{13,07}{\sqrt{2} \times 0,48125 \times 2,20} = 8,73 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_{eS} = 4\phi 18 (=10,16 \text{ cm}^2)$$

$$1^{\delta\epsilon\xi}: E_Q = \frac{(15,41 - 5,0)^2}{2 \times 5,50} = 9,85 \text{ tm}$$

$$F_{eS} = \frac{9,85}{\sqrt{2} \times 0,48125 \times 2,20} = 6,58 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_{eS} = 3\phi 18 (=7,62 \text{ cm}^2)$$

ΑΣΚΗΣΗ 85



Νά υπολογισθούν σέ προ-
μελέτη οί οίκονομικές ποσό-
τητες σκυροδέματος καί όπλι-
σμοϋ τής πλακοδοκού τοϋ σχή-
ματος γιά συνολική φόρτιση:
 $q = 2,60 \text{ t/m}$ καί γιά συνδυασμό ύ-
λικών

- 1) B 160, St I
- 2) B 160, St III
- 3) B 225, St III
- 4) B 300, St III

Δίνονται τιμές έτοιμων υλικών στον τόπο του έργου B160: $600 \delta\rho\chi/m^3$, B225: $640 \delta\rho\chi/m^3$, B300: $700 \delta\rho\chi/m^3$, St I: $12 \delta\rho\chi/kg$, St III: $13 \delta\rho\chi/kg$.

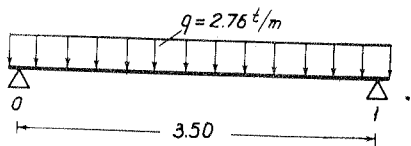
Λύση

Γιά ίδιο βάρος: $g_{\text{υδ}} = 0,30 \text{ t/m}$; $q_{\text{ολ}} = 2,60 + 0,30 = 2,90 \text{ t/m}$
 $\max M_{01} = 2,90 \times \frac{3,50^2}{8} = 4,44 \text{ tm}$

Γιά St I $h_{\text{ολκ}} = 20\sqrt{4,44} = 42,1 \text{ cm}$

Γιά St III $h_{\text{ολκ}} = 16\sqrt{4,44} = 33,7 \text{ cm}$

1. B 160 και St I 20/45



Φόρτιση

$$g_{\text{υδ}} = (0,45 - 0,12) \times 0,20 \times 2,40 = 0,16 \text{ t/m}$$

$$q = \frac{2,60 \text{ t/m}}{2,76 \text{ t/m}}$$

$$q_{\text{ολ}} = \frac{2,76 \text{ t/m}}{2,76 \text{ t/m}}$$

$$\max M_{01} = 2,76 \times \frac{3,50^2}{8} = 4,23 \text{ tm} \quad Q_0 = Q_1 = 2,76 \times \frac{3,50}{2} = 4,83 \text{ t}$$

$$\frac{\epsilon\sigma_b}{\epsilon\sigma_e} = \frac{50}{1400} \Rightarrow K_h^* = 11,4$$

$$b = 0,20 + 12 \times 0,12 = 1,64 \text{ m}$$

$$K_h = \frac{42}{\sqrt{\frac{4,23}{1,64}}} = 26,2 \Rightarrow \sigma_b \approx 17 \text{ kg/cm}^2 \text{ και } K_x = 0,16$$

$$x = 0,16 \times 42 = 6,72 < 12$$

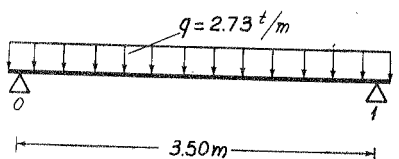
$$\text{και } K_e = 0,76$$

$$F_e = 0,76 \times \frac{4,23}{0,42} = 7,65 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\phi 16 (= 8,04 \text{ cm}^2)$$

Γιά την διάτμηση έπαρκει ο όπλισμός από την κάμψη.

Συνδετήρες $\phi 6/20$

2. B 160 και St III 20/40



Φόρτιση

$$g_{\text{υδ}} = 0,28 \times 0,20 \times 2,40 = 0,13 \text{ t/m}$$

$$q = \frac{2,60 \text{ t/m}}{2,73 \text{ t/m}}$$

$$q_{\text{ολ}} = \frac{2,73 \text{ t/m}}{2,73 \text{ t/m}}$$

$$\max M_{01} = 2,73 \times \frac{3,50^2}{8} = 4,18 \text{ tm}$$

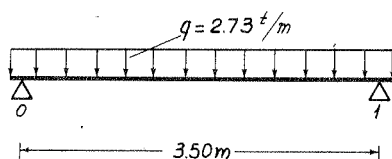
$$\frac{\varepsilon \sigma_b}{\varepsilon \sigma_e} = \frac{50}{2200} \Rightarrow K_h^* = 13,1$$

$$K_h = \frac{37}{\sqrt{\frac{4,18}{1,64}}} = 23,2 \Rightarrow \sigma_b \approx 26 \text{ kg/cm}^2 \text{ και } K_e = 0,48 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,48 \times \frac{4,18}{0,37} = 5,42 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\phi 14 (=6,16 \text{ cm}^2)$$

Η διάτμηση καλύπτεται.

3. B 225 και St III 20/40



Φόρτιση

$$g_{\text{υδ}} = (0,40 - 0,12) \times 0,20 \times 2,40 = 0,13 \text{ t/m}$$

$$q = 2,60 \text{ t/m}$$

$$q_{\text{ολ}} = 2,73 \text{ t/m}$$

$$Q_0 = Q_1 = 2,73 \times \frac{3,50}{2} = 4,78 \text{ t}$$

$$\max M_{01} = 2,73 \times \frac{3,50^2}{8} = 4,18 \text{ tm}$$

$$\frac{\varepsilon \sigma_b}{\varepsilon \sigma_e} = \frac{70}{2200} \Rightarrow K_h^* = 10,0, K_h = \frac{37}{\sqrt{\frac{4,18}{1,64}}} = 23,2 \Rightarrow$$

$$\sigma_b \approx 25 \text{ kg/cm}^2, K_x = 0,15 \Rightarrow x = 0,15 \times 37 = 5,55 < 12$$

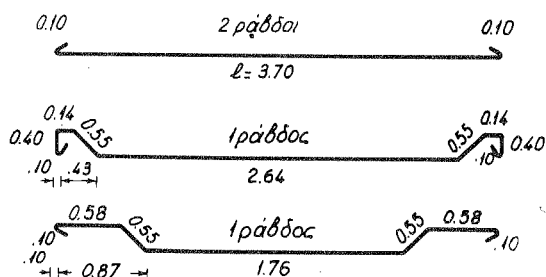
$$K_e = 0,48 \Rightarrow F_e = 0,48 \times \frac{4,18}{0,37} = 5,42 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\phi 14 (=6,16 \text{ cm}^2)$$

Η διάτμηση καλύπτεται.

4. B 300, St III 20/40

Ο ίδιος όπλισμός με την περίπτωση 2.

οικονομική σύγκριση κόστους κατασκευής.



1. B 160 St I

$$x_1 = 0,0661 + \frac{d_0}{2} - e = 0,43 \text{ m}$$

$$x_2 = 0,1921 + \frac{d_0}{2} - e = 0,87 \text{ m}$$

Προμέτρηση - Προϋπολογισμός

Όπλισμός

$$\Sigma l = 2 \times 3,90 + 1 \times 5,02 + 1 \times 4,22 = 17,04 \text{ m}$$

$$\text{Γιά } \emptyset 16 \quad \text{Βάρος: } 1,578 \text{ kg/m} : B_{\text{ολ}} = 1,578 \times 17,04 = 26,89 \text{ kg}$$

$$\text{Σκυρόδεμα: } V = 0,33 \times 0,20 \times 3,80 = 0,25 \text{ m}^3$$

$$\Delta = 0,25 \times 600 + 26,89 \times 12 = 150 + 323 = 473 \text{ δρχ.}$$

2. B 160 και St III

$$\Sigma l = 17,04 \text{ m}$$

$$\text{Γιά } \emptyset 14 \quad \text{Βάρος } 1,208 \text{ Kg/m} : B_{\text{ολ}} = 1,208 \times 17,04 = 20,58 \text{ kg}$$

$$V = 0,28 \times 0,20 \times 3,80 = 0,21 \text{ m}^3$$

$$\Delta = 0,21 \times 600 + 20,58 \times 13 = 126 + 268 = 394 \text{ δρχ.}$$

3. B 225 και St III

$$\Sigma l = 17,04 \text{ m}$$

$$\text{Γιά } \emptyset 14 \quad \text{Βάρος: } 1,208 \text{ kg/m} : B_{\text{ολ}} = 1,208 \times 17,04 = 20,58 \text{ kg}$$

$$\text{Σκυρόδεμα: } V = 0,28 \times 0,20 \times 3,80 = 0,21 \text{ m}^3$$

$$\Delta = 0,21 \times 640 + 20,58 \times 13 = 134 + 268 = 402 \text{ δρχ.}$$

4. B 300 και St III

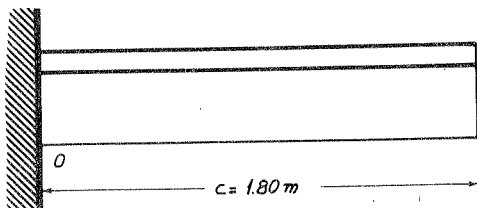
Ο όπλισμός και τό σκυρόδεμα είναι τά ίδια μέ τήν περίπτωση 2.

$$\Delta = 0,21 \times 700 + 20,58 \times 13 = 147 + 268 = 415 \text{ δρχ.}$$

Παρατηρήσεις

* Σ'αυτή τήν περίπτωση ό πιό οίκονομικός συνδυασμός είναι: B160, St III γιατί σημαντικό ρόλο έχει μόνο ό όπλισμός αφού και οι τάσεις στό σκυρόδεμα στήν πλακοδοκό είναι πολύ μικρές, ώστε νά παραλαμβάνονται από όλες τις ποιότητες σκυροδέματος. Όμως σέ έκτεταμένες κατασκευές δέν υπάρχουν μόνο άμφιέριστες δοκοί αλλά και συνεχείς, όπου ή θλίψη γίνεται στήν όρθογωνική διατομή και ή ποιότητα του σκυροδέματος τότε έχει σημαίνοντα ρόλο όπως θά φανή στήν επόμενη άσκηση.

ΑΣΚΗΣΗ 86



Νά γίνει η σύγκριση (κό-
στους) της προηγούμενης άσκη-
σης στην περίπτωση του προβό-
λου του σχήματος.

Λύση

$$\max |M_0| = 2,90 \times \frac{1,80^2}{2} = 4,70 \text{ tm}$$

$$1. \quad \text{Γιά B 160 καί St I: } h_{ολκ} = K_h^* \sqrt{\frac{M}{b}} = 8,8 \sqrt{\frac{4,70}{0,20}} = 42,7 \text{ cm} \Rightarrow d_0 = 45 \text{ cm}$$

$$2. \quad \text{Γιά B 160 καί St III: } h_{ολκ} = 10,0 \sqrt{\frac{4,70}{0,20}} = 48,5 \Rightarrow d_0 = 55 \text{ cm}$$

$$3. \quad \text{Γιά B 225 καί St III: } h_{ολκ} = 8,2 \sqrt{\frac{4,70}{0,20}} = 39,8 \Rightarrow d_0 = 45 \text{ cm}$$

$$4. \quad \text{Γιά B 300 καί St III: } h_{ολκ} = 7,0 \sqrt{\frac{4,70}{0,20}} = 33,9 \Rightarrow d_0 = 40 \text{ cm}$$

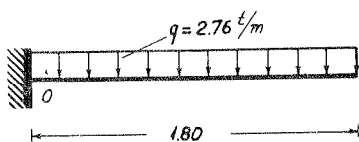
$$1. \quad \text{Γιά B 160 καί St I 20/45}$$

Φόρτιση

$$g_{\lambda\delta} = 0,33 \times 0,20 \times 2,40 = 0,16 \text{ t/m}$$

$$q =$$

$$q_{ολ} = 2,76 \text{ t/m}$$



$$M_0 = -2,76 \times \frac{1,80^2}{2} = -4,47 \text{ tm}$$

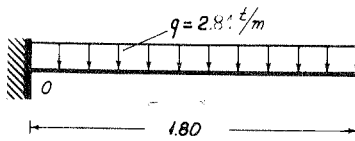
$$\frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{70}{1400} \Rightarrow K_h^* = 8,8$$

$$K_h = \frac{42}{\sqrt{\frac{4,47}{0,20}}} = 8,9 \Rightarrow \sigma_b \approx 70 \text{ kg/cm}^2, \quad K_e = 0,83 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,83 \times \frac{4,47}{0,42} = 8,83 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\phi 16 + 2\phi 18 (9,10 \text{ cm}^2)$$

Ἡ διάτμηση καλύπτεται.

2. Για Β 160 και St III 20/55



Φόρτιση

$$g_{\text{υδ}} = 0,43 \times 0,20 \times 2,40 = 0,21 \text{ t/m}$$

$$q = 2,60 \text{ "}$$

$$q_{\text{ολ}} = 2,81 \text{ t/m}$$

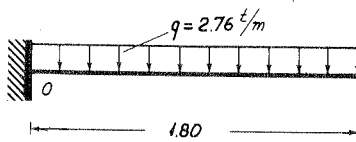
$$M_0 = -2,81 \times \frac{1,80^2}{2} = -4,55 \text{ tm}$$

$$\frac{\varepsilon \pi \sigma_b}{\varepsilon \pi \sigma_e} = \frac{70}{2200} \Rightarrow K_h^* = 10,0$$

$$K_h = \frac{52}{\sqrt{\frac{4,55}{0,20}}} = 10,9 \Rightarrow \sigma_b \cong 63 \text{ kg/cm}^2, \quad K_e = 0,51 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,51 \times \frac{4,55}{0,52} = 4,46 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\emptyset 12 (4,52 \text{ cm}^2)$$

3. Για Β 225 και St III 20/45



Φόρτιση

$$g_{\text{υδ}} = 0,16 \text{ t/m}$$

$$q = 2,60 \text{ "}$$

$$q_{\text{ολ}} = 2,76 \text{ t/m}$$

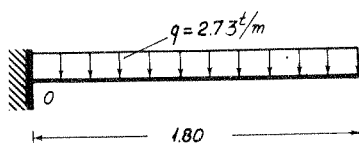
$$M_0 = -2,76 \times \frac{1,80^2}{2} = -4,47 \text{ tm}$$

$$\frac{\varepsilon \pi \sigma_b}{\varepsilon \pi \sigma_e} = \frac{90}{2200} \Rightarrow K_h^* = 8,2$$

$$K_h = \frac{42}{\sqrt{\frac{4,47}{0,20}}} = 8,9 \Rightarrow \sigma_b = 81 \text{ kg/cm}^2, \quad K_e = 0,52 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,52 \times \frac{4,47}{0,42} = 5,53 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\emptyset 14 (6,16 \text{ cm}^2)$$

4. Γιά B300 καί St III 20/40



$$\begin{aligned} g_{\text{υδ}} &= 0,13 \text{ t/m} \\ q &= 2,60 \text{ " } \\ q_{\text{ολ}} &= 2,73 \text{ t/m} \end{aligned}$$

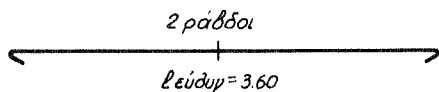
$$M_0 = -2,73 \times \frac{1,80^2}{2} = -4,42 \text{ tm}$$

$$\frac{\epsilon \pi \sigma_b}{\epsilon \pi \sigma_e} = \frac{110}{2200} \Rightarrow K_h^* = 7,0$$

$$K_h = \frac{37}{\sqrt{\frac{4,42}{0,20}}} = 7,9 \Rightarrow \sigma_b \cong 95 \text{ kg/cm}^2, \quad K_e = 0,53 \Rightarrow$$

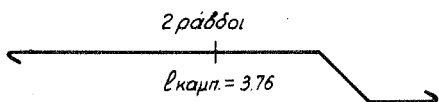
$$F_e = 0,53 \times \frac{4,42}{0,37} = 6,33 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\emptyset 14 + 2\emptyset 16 (=7,10 \text{ cm}^2)$$

Προμέτρηση - Προϋπολογισμός



$$1 \text{ εύθυγράμμων} = 2 \times 3,60 = 7,20 \text{ m}$$

$$1 \text{ καμπτομένων} \cong 2 \times 3,76 = 7,52 \text{ m}$$



$$1 \text{ καμπτομένων} = 1 \text{ εύθυγρ.} + (d_0 - 0,06) (\sqrt{2} - 1)$$

1. B 160 καί St I 20/45

$$\emptyset 16: 1,578 \text{ kg/m} \quad B_1 = 1,578 \times 7,20 = 11,36 \text{ kg}$$

$$\emptyset 18: 1,998 \text{ kg/m} \quad B_2 = 1,998 \times 7,52 = 15,02 \text{ kg}$$

$$B_{\text{ολ}} = 26,38 \text{ kg}$$

$$V_{\text{σκυρ}} = 0,33 \times 0,20 \times 2,8 = 0,185 \text{ m}^3$$

$$\Delta = 0,185 \times 600 + 26,38 \times 12 = 111 + 317 = 428 \text{ ρχ.}$$

2. B 160 καί St III 20/55

$$\varnothing 12: 0,888 \quad B = 0,888(7,20 + 7,52) = 13,07 \text{ kg}$$

$$V_{\sigma\kappa\upsilon\rho} = 0,43 \times 0,20 \times 2,80 = 0,24 \text{ m}^3$$

$$\Delta = 0,24 \times 600 + 13,07 \times 13 = 144 + 170 = 314 \text{ δρχ.}$$

3. B 225 καί St III 20/45

$$\varnothing 14: 1,208 \text{ kg/m} \quad B = 1,208(7,20 + 7,52) = 17,78 \text{ kg}$$

$$V_{\sigma\kappa\upsilon\rho} = 0,33 \times 0,20 \times 2,80 = 0,185 \text{ m}^3$$

$$\Delta = 0,185 \times 640 + 17,78 \times 13 = 118 + 231 = 349 \text{ δρχ.}$$

4. B 300 καί St III 20/40

$$\varnothing 14: 1,208 \text{ kg/m} \quad B_1 = 1,208 \times 7,20 = 8,70 \text{ kg}$$

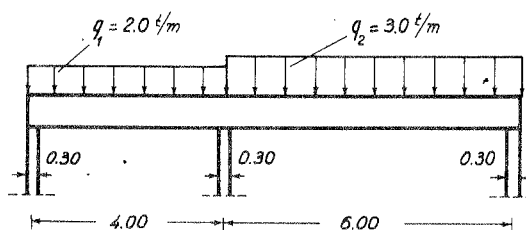
$$\varnothing 16: 1,578 \text{ kg/m} \quad B_2 = 1,578 \times 7,52 = 11,90 \text{ kg}$$

$$B = 20,60 \text{ kg}$$

$$V_{\sigma\kappa\upsilon\rho} = 0,28 \times 0,20 \times 2,80 = 0,157 \text{ m}^3$$

$$\Delta = 0,157 \times 700 + 20,60 \times 13 = 110 + 268 = 378 \text{ δρχ.}$$

Οικονομικά συμφέρει ο συνδυασμός B 160, St III. 'Αλλά συνήθως ενδιαφέρει και το ύψος των διατομών οπότε πιο πολύ συμφέρει ο συνδυασμός B 225, St III.

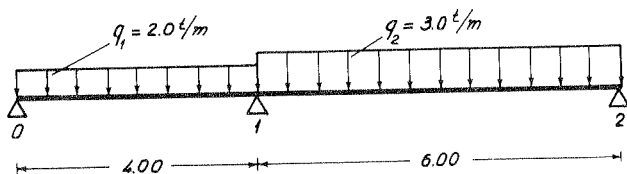
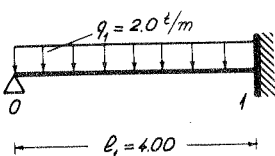
ΑΣΚΗΣΗ 87

Νά υπολογισθῇ ἡ συνεχῆς δοκός τοῦ σχήματος.

Ἡ διατομή τῆς δοκοῦ εἶναι ὀρθογωνική καί τά φορτία q περιλαμβάνουν καί τό ἴδιο βάρος.

Υλικά: B 160, St I.

Λύση

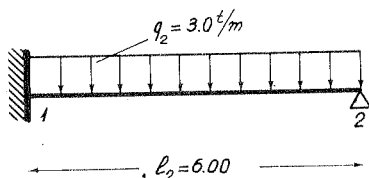
1. Στατική επίλυση με την μέθοδο CROSS**Ράβδος 01**

Θεμελιώδης ροπή πάκτωσης

$$M_{10} = -\frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = -\frac{2,0 \times 4,0^2}{8} = -4,0 \text{ tm}$$

Δείκτης άκαμψίας

$$K_{10} = \frac{\lambda \cdot I}{l_1 \cdot I_C} = \frac{3 \cdot I}{4 \cdot I} = 0,75$$

Ράβδος 12

(λ = 3 για μονόπακτη ράβδο)

(λ = 4 για άμφίπακτη ράβδο)

$$M_{12} = -\frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = -\frac{3,0 \times 6,0^2}{8} = -13,50 \text{ tm}$$

$$K_{12} = \frac{\lambda \cdot I}{l_2 \cdot I_C} = \frac{3 \cdot I}{6 \cdot I} = 0,50$$

Κόμβος 1

Συντελεστές κατανομής

$$K_{10} = 0,75 \quad U_{10} = \frac{0,75}{1,25} = 0,60$$

$$K_{12} = \frac{0,50}{1,25} \quad U_{12} = \frac{0,50}{1,25} = \frac{0,40}{1,00}$$

0,60	0,40
-4,00	+13,50
-(13,50-4,0)0,60	-(13,50-4,0)·0,40
-9,70	+9,70

$$M_1 = -9,70 \text{ tm}$$

Σήμανση ρομών κατά CROSS

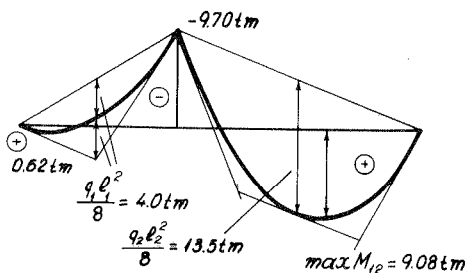
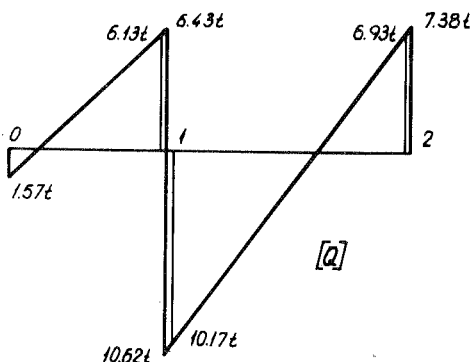
$$\left. \begin{array}{l} \text{Δεξιόστροφες (+)} \\ \text{Αριστερόστροφες (-)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} |M_{10}| \left(\begin{array}{c} \text{---} \Delta \text{---} \\ \downarrow \end{array} \right) |M_{12}| \\ (-) \quad \quad \quad (+) \end{array}$$

$$Q_0 = \frac{q_1 l_1}{2} + \frac{M_1 - M_0}{l_1} = \frac{2,0 \times 4,0}{2} - \frac{9,70}{4,0} = 4,0 - 2,43 = 1,57t$$

$$Q_1^{\alpha p} = \frac{q_1 l_1}{2} - \frac{M_1 - M_0}{l_1} = 4,0 + 2,43 = 6,43t$$

$$Q_1^{\delta \epsilon \zeta} = \frac{q_2 l_2}{2} - \frac{M_2 - M_1}{l_2} = \frac{3,0 \times 6,0}{2} + \frac{9,70}{6,0} = 9,0 + 1,62 = 10,62t$$

$$Q_2 = \frac{q_2 l_2}{2} + \frac{M_2 - M_1}{l_2} = 9,0 - 1,62 = 7,38t$$



$$\max M_{01} = \frac{1,57^2}{2 \times 2,0} = 0,62tm$$

$$\max M_{12} = \frac{7,38^2}{2 \times 3,0} = 9,08tm$$

Για τό άνοιγμα 01 καθοριστική είναι ή ροπή:

$$M_{01} = \frac{q_1 l_1^2}{14,22} = 2,25tm$$

Λαμβάνεται $b_o = 0,20m$

$$\frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{60}{1400} \Rightarrow K_h^* = 9,9$$

$$M_{\pi \alpha p} = 9,70 - \frac{6,43 + 6,13}{2} \times 0,15 = 9,70 - 0,94 = 8,76tm < 9,08$$

(Καθοριστική ή $M = 9,08$ έπειδ ή διατομή είναι όρθογωνική παντοϋ).

$$h = K_h^* \sqrt{\frac{9,08}{0,20}} = 66,7cm \Rightarrow d_o = 70cm$$

$$\frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{60}{1400} \Rightarrow K_h^* = 9,9$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη Παντοϋ

“Ανοιγμα 01

$$M_{01} = 2,25tm$$

$$K_h = \frac{67}{\sqrt{\frac{2,25}{0,20}}} = 20,0 \Rightarrow K_e = 0,77$$

$$F_e = 0,77 \times \frac{2,25}{0,67} = 2,59cm^2 \Rightarrow F_e = 2\phi 14 (=3,08cm^2)$$

Άνοιγμα 12 $\max M_{12} = 9,08 \text{ tm}$

$$K_h = \frac{67}{\sqrt{\frac{9,08}{0,20}}} = 9,94 > 9,9 \Rightarrow K_e = 0,82$$

$$F_e = 0,82 \times \frac{9,08}{0,67} = 11,11 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 5\emptyset 18 (12,70 \text{ cm}^2)$$

Στήριξη 1

$$M_{\pi\alpha\rho} = 9,70 - \frac{6,43 + 6,13}{2} \times 0,15 = 8,76 \text{ tm}$$

$$K_h = \frac{67}{\sqrt{\frac{8,76}{0,20}}} = 10,1 \Rightarrow K_e = 0,82 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,82 \times \frac{8,76}{0,67} = 10,72 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 1\emptyset 14 + 3\emptyset 18 (\text{άπό τό άνοιγμα}) + \\ + 1\emptyset 18 (=11,70 \text{ cm}^2) \\ \text{προσθ}$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

$$Q_{01} = 7,04 \text{ t} \text{ καί } Q_{02} = 18,76 \text{ t}$$

Χρειάζεται όπλισμός διάτμησης μόνο στό τμήμα 12.

I. Συνδετήρες

Τοποθετούνται συνδετήρες $\emptyset 6/15$

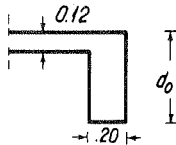
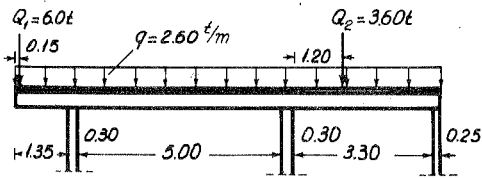
$$Q_B = \frac{2 \cdot f_{eB} \cdot z \cdot \sigma_e}{e} = \frac{2 \times 0,28 \times \frac{7}{8} \cdot 67 \times 1,4}{15} = 3,06 \text{ t}$$

II. Λοξός όπλισμός

$$E_Q = \frac{(10,17 - 3,06)^2}{2 \times 3,0} = 8,43 \text{ tm}$$

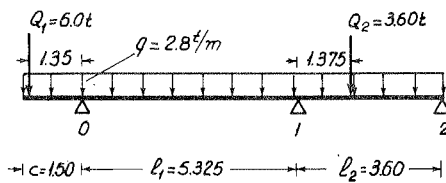
$$F_{eS} = \frac{8,43 \times 10^2}{\sqrt{2} \times \frac{7}{8} \cdot 67 \times 1,4} = 7,26 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_{eS} = 3\emptyset 18 (=7,62 \text{ cm}^2)$$

ΑΣΚΗΣΗ 88

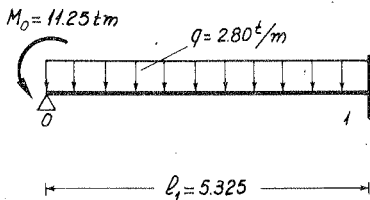


Λύση

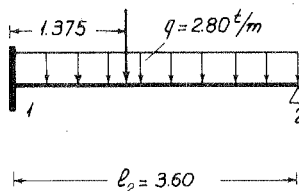
1. Στατική επίλυση



Ράβδος 01



Ράβδος 12



κατά CROSS $\left(\begin{matrix} (-) \\ \text{---} \Delta \text{---} \\ (+) \end{matrix} \right)$

Νά υπολογισθῇ ἡ ἐλάχιστη δυνατή πλακώδοκός τοῦ σχήματος καί οἱ ἀναγκαῖοι ὀπλισμοί.

Υλικά: B 225, St III_R

Σεισμικός συντελεστής:

$$\epsilon = 0,08$$

Λαμβάνεται ἴδιο βάρος:

$$g_{ud} = 0,20 \text{ t/m} \text{ τότε}$$

$$q = 2,80 \text{ t/m}$$

$$M_0 = -2,80 \times \frac{1,50^2}{2} - 6,0 \times 1,35 = -11,25 \text{ tm}$$

$$M_{10} = -\frac{M_0}{2} - \frac{q l_1^2}{8} = +\frac{11,25}{2} - \frac{2,80 \times 5,325^2}{8} = 5,63 - 9,92 = -4,29 \text{ tm}$$

$$M_{10} = -4,29 \text{ tm}$$

$$K_{10} = \frac{3I}{5,325I} = 0,563$$

$$M_{12} = -\frac{P \cdot a \cdot b}{2 \cdot l_2} (1+\beta) - \frac{q l_2^2}{8} \text{ (πίνακας 56)}$$

$$M_{12} = -\frac{3,60 \times 1,375 \times 2,225}{2 \times 3,60} \left(1 + \frac{2,225}{3,60}\right) -$$

$$-2,80 \times \frac{3,60^2}{8} = -2,48 - 4,54 =$$

$$= -7,02 \text{ tm}$$

$$K_{12} = \frac{3 \cdot I}{3,60 \cdot I} = 0,833$$

Κόμβος 1

$$K_{10} = 0,563$$

$$U_{10} = \frac{0,563}{1,396} = 0,403$$

$$K_{10} = \frac{0,833}{1,396}$$

$$U_{12} = \frac{0,833}{1,396} = \frac{0,597}{1,000}$$

0,403	0,597
-4,29	+7,02
(-2,73×0,403=) -1,10	-1,63 (= -2,73×0,597)
-5,39	+5,39

$$M_1 = -5,39 \text{ tm}$$

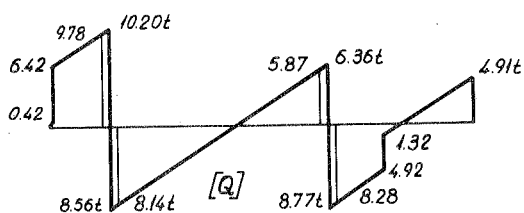
$$Q_0^{\alpha\rho} = 6,0 + 1,50 \times 2,80 = 10,20 \text{ t}$$

$$Q_0^{\delta\epsilon\xi} = 2,80 \times \frac{5,325}{2} + \frac{M_1 - M_0}{1_1} = 7,46 + 1,10 = 8,56 \text{ t}$$

$$Q_1^{\alpha\rho} = \quad \quad \quad = \quad \quad \quad = 6,36 \text{ t}$$

$$Q_1^{\delta\epsilon\xi} = 2,80 \times \frac{3,60}{2} + 3,60 \times \frac{2,225}{3,60} + \frac{5,39}{3,60} = 5,04 + 2,23 + 1,50 = 8,77 \text{ t}$$

$$Q_2 = \quad \quad \quad + 3,60 \times \frac{1,375}{3,60} - \quad \quad \quad = 5,04 + 1,37 - 1,50 = 4,91 \text{ t}$$



$$Q_K^{\alpha\rho} = 8,77 - 2,80 \times 1,375 = 4,92 \text{ t}$$

$$Q_K^{\delta\epsilon\xi} = 4,92 - 3,60 = 1,32 \text{ t}$$

Ελεγχος

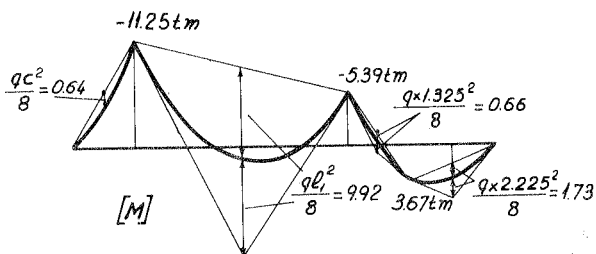
$$\text{Πρέπει } \Sigma Q_i = \Sigma (Q + q_1)$$

$$\Sigma Q_i = 10,20 + 8,56 + 6,36 + 8,77 + 4,91 = 38,8 \text{ t}$$

$$\Sigma (Q + q_1) = 6,0 + 3,60 + 2,80 \times 10,425 = 38,79 = \Sigma Q_i$$

$$\max M_{01} = \frac{8,56^2}{2 \times 2,80} - 11,25 = 1,83 \text{ tm}$$

Για ασφάλεια θα ληφθῇ ἡ μέγιστη ροπή τῆς ἀμφίπακτης (στὸν ὑπολογισμό τῶν ὀπλισμῶν)



$$M_{01} = 2,80 \times \frac{5,325^2}{24} = 3,31 \text{ tm}$$

$$\max M_{12} = \frac{4,91^2}{2 \times 2,80} = 4,31 \text{ tm}$$

$$M_K = 4,31 - \frac{1,89^2}{2 \times 2,80} = 3,67 \text{ tm}$$

Κρίσιμη είναι η ροπή της στήριξης 0

$$M_{\pi\alpha\rho} = -11,25 + \frac{8,56+8,14}{2} \times 0,15 = -10,0 \text{ tm}$$

$$\text{Στήριξη 0} \quad \frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{90}{2400} \Rightarrow K_h^* \approx 6,5 \quad (\text{για να είναι } K_e \approx K_e')$$

$$h_{\alpha\pi} = 6,5 \sqrt{\frac{10,0}{0,20}} = 46,0 \text{ cm} \quad \text{λαμβάνεται } d_o = 50 \text{ cm}$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$\text{Άνοιγμα 01} \quad \frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{70}{2400}, \quad K_h^* = 10,2$$

$$b = b_o + 4,5d = 0,20 + 4,5 \times 0,12 = 0,74 \text{ m}$$

$$K_h = \frac{47}{\sqrt{\frac{3,31}{0,74}}} = 22,2 \Rightarrow K_x = 0,15 \Rightarrow x = 0,15 \times 47 = 7,05 < 12$$

$$K_e = 0,44 \Rightarrow F_e = 0,44 \times \frac{3,31}{0,47} = 3,10 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\emptyset 10 + 2\emptyset 12 (= 3,83 \text{ cm}^2)$$

Άνοιγμα 12

$$K_h = \frac{47}{\sqrt{\frac{4,31}{0,74}}} = 19,5 \Rightarrow K_x = 0,17 \Rightarrow x = 0,17 \times 47 = 7,99 < 12$$

$$K_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{4,31}{0,47} = 4,13 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\emptyset 12 (= 4,52 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Στήριξη 0} \quad \frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{90}{2400}, \quad K_h^* = 8,4$$

$$M_o^{\sigma\epsilon\iota\sigma} = (1+3 \cdot \epsilon) M_o^{\pi\alpha\rho} = (1+3 \times 0,08) (-10,0) = -12,40 \text{ tm}$$

Επειδή λήφθηκε υπ' όψη ο σεισμός οι επιτρεπόμενες τάσεις λαμβάνονται αύξημένες 20% ή το ίδιο $M_o' = \frac{12,40}{1,20} = 10,33 \text{ tm}$.

$$K_h = \frac{45}{\sqrt{\frac{10,33}{0,20}}} = 6,3 < K_h^* \Rightarrow K_e = 0,46, \quad K_e' = 0,43 \quad \frac{h'}{h} = \frac{5}{45} = 0,11 \Rightarrow \rho' = 1,21$$

$$F_e = 0,46 \times \frac{10,33}{0,45} = 10,56 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\emptyset 12 (= 2,24) + 4\emptyset 18 (= 10,16 \text{ cm}^2)$$

από τό ανοίγμα πρόσθετα

$$F_e' = 0,43 \times \frac{10,33}{0,45} \times 1,21 = 11,94 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e' = 2\emptyset 10 (= 1,57) + 4\emptyset 18 (= 10,16)$$

από τό ανοίγμα πρόσθετα

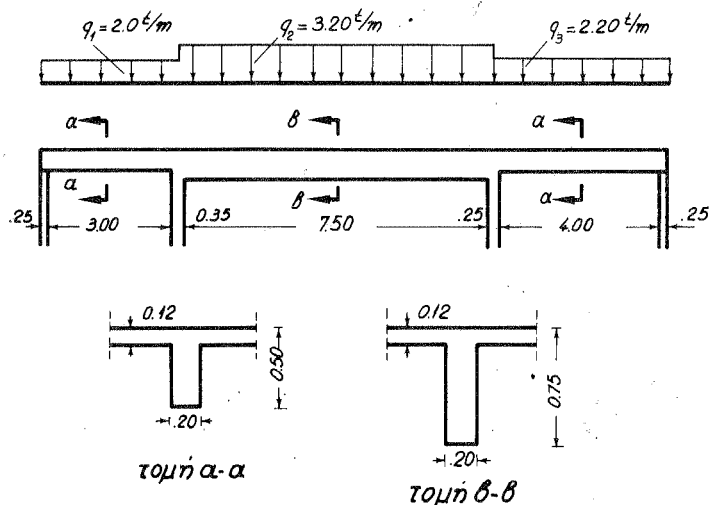
Παρατηρήσεις

★ Σέ περίπτωση προβόλων ο σεισμός επιβαρύνει την ροπή υπολογισμού κατά 3.ε όπου ε ο σεισμικός συντελεστής. Παράλληλα όμως γίνεται δεκτική αύξηση των επιτρεπόμενων τάσεων κατά 20%. Άρα η ροπή λόγω του σεισμού είναι κρίσιμη όταν $\varepsilon > 0,06$.

Δηλαδή σε περιοχές όπου $\varepsilon = 0,04$ ή $\varepsilon = 0,06$ δεν λαμβάνεται υπ' όψη η επίδραση του σεισμού.

★ Η αύξημένη ροπή στον πρόβολο λόγω σεισμού δεν λαμβάνεται υπ' όψη στον στατικό υπολογισμό των φορέων.

ΑΣΚΗΣΗ 89



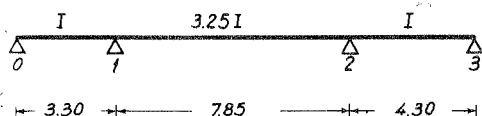
Νά υπολογισθούν οι αναγκαίοι όπλισμοί της δοκού του σχήματος. Στά φορτία που δίνονται περιλαμβάνεται και το ίδιο βάρος.

Υλικά B 225, St III

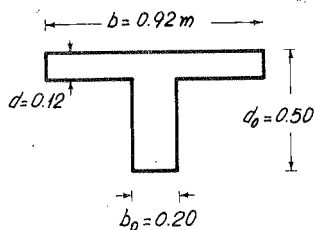
Συνδετήρες St I

Λύση

1. Στατική επίλυση



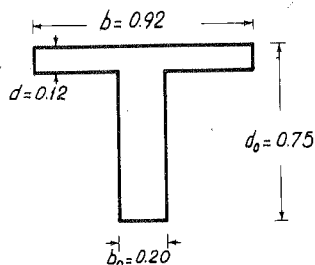
$$b = b_0 + 6d = 0,20 + 6 \times 0,12 = 0,92 \text{ m}$$



$$\frac{b_0}{b} = \frac{0,20}{0,92} = 0,22, \quad \frac{d}{d_0} = \frac{0,12}{0,50} = 0,24$$

Από τόν πίνακα 55: $\mu = 338 \times 10^{-4}$

$$I_{50} = \mu \cdot b \cdot d_0^3 = 338 \times 10^{-4} \times 0,92 \times 0,50^3 = 38,87 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

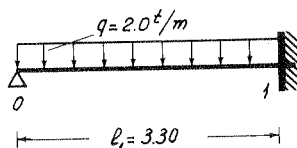


$$\frac{b_0}{b} = \frac{0,20}{0,92} = 0,22, \quad \frac{d}{d_0} = \frac{0,12}{0,75} = 0,16 \Rightarrow$$

$$\mu = 325 \times 10^{-4}$$

$$I_{75} = \mu \cdot b \cdot d_0^3 = 325 \times 10^{-4} \times 0,92 \times 0,75^3 = 126,14 \times 10^{-4} \text{ m}^4 = 3,25 I_{50}$$

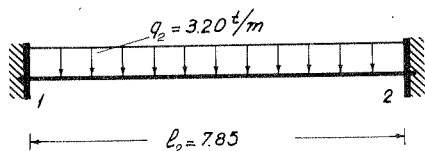
Πάβδος 01



$$M_{10} = -\frac{q l_1^2}{8} = -2,0 \times \frac{3,30^2}{8} = -2,72 \text{ tm}$$

$$K_{10} = \frac{3 \cdot I}{3,30 \cdot I} = 0,909$$

Πάβδος 12

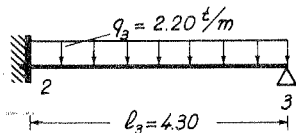


$$M_1 = M_2 = -\frac{q_2 l_2^2}{12} = -\frac{3,20 \times 7,85^2}{12} =$$

$$= -16,43 \text{ tm}$$

$$K_{12} = K_{21} = \frac{4 \cdot 3,25 I}{7,85 I} = 1,656 \text{ Συντελεστής μεταβίβασης: } 0,50.$$

Πάβδος 23



$$M_2 = -2,20 \times \frac{4,30^2}{8} = -5,08 \text{ tm}$$

$$K_{23} = \frac{3 \cdot I}{4,30 I} = 0,698$$

Στήριξη 1

$$\begin{array}{rcl}
 k_{10} = 0,909 & u_{10} = 0,354 & \\
 k_{12} = 1,656 & u_{12} = 0,646 & \\
 \hline
 & 2,565 & 1,000
 \end{array}$$

Στήριξη 2

$$\begin{array}{rcl}
 k_{21} = 1,656 & u_{21} = 0,703 & \\
 k_{23} = 0,698 & u_{23} = 0,297 & \\
 \hline
 & 2,354 & 1,000
 \end{array}$$

	0,354	0,646	0,703	0,297	
	-2,72	+16,43	-16,43	+5,08	
$-2,72+16,43 \times 0,354 \rightarrow$	-4,85	-8,86 $(\times 0,50)$	-4,43		
		+5,55 $(\times 0,50)$	+11,09	+4,69 $\leftarrow 0,297 \times (-16,43 - 4,43 + 5,08)$	
$5,54 \times 0,354 \rightarrow$	-1,96	-3,59 $\rightarrow$	-1,80		
		+0,64 $\leftarrow$	+1,27	+0,53 $\leftarrow (1,80 \times 0,297)$	
	-0,23	-0,41 $\rightarrow$	-0,21		
		+0,08 $\leftarrow$	+0,15	+0,06	$M_1 = -9,79$
	-0,03	-0,05 $\rightarrow$	-0,03		
			+0,02	+0,01	$M_2 = -10,37$
	-9,79	+9,79	-10,37	+10,37	

$$Q_0 = 2,0 \times \frac{3,30}{2} - \frac{9,79}{3,30} = 3,30 - 2,97 = 0,33t$$

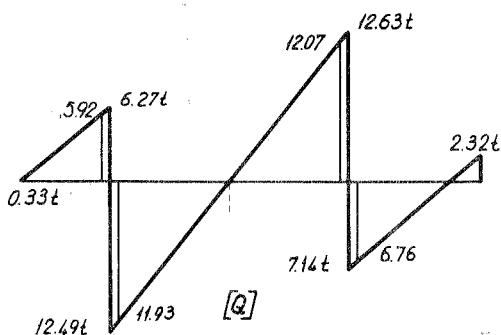
$$Q_1^{\alpha\rho} = " + " = " + " = 6,27t$$

$$Q_1^{\delta\epsilon\xi} = 3,20 \times \frac{7,85}{2} + \frac{-10,37+9,79}{7,85} = 12,56 - 0,07 = 12,49t$$

$$Q_2^{\alpha\rho} = " - " = " + " = 12,63t$$

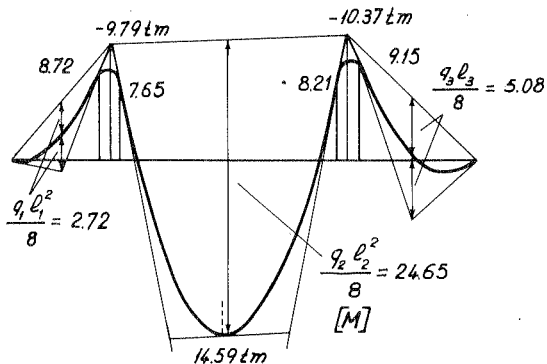
$$Q_2^{\delta\epsilon\xi} = 2,20 \times \frac{4,30}{2} + \frac{10,37}{4,30} = 4,73 + 2,41 = 7,14t$$

$$Q_3 = " - " = " - " = 2,32t$$



$$\begin{aligned}
 \max M_{12} &= \frac{12,49^2}{2 \times 3,20} - 9,79 = \\
 &= 14,59tm
 \end{aligned}$$

$$\max M_{23} = \frac{2,32^2}{2 \times 2,20} = 1,22tm$$



Ροπές υπολογισμού

$$M_{01} = \frac{q_1 l_1^2}{14,22} = \frac{2,0 \times 3,30^2}{14,22} = 1,53 \text{ tm}$$

$$M_{23} = \frac{q_3 l_3^2}{14,22} = \frac{2,20 \times 4,30^2}{14,22} = 2,86 \text{ tm}$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη

Ανοιγμα 01 $\frac{\epsilon\sigma_b}{\epsilon\sigma_e} = \frac{70}{2200}, k_h^* = 10,0$

$$b = b_0 + 12d = 0,20 + 12 \times 0,12 = 1,64 \text{ m}$$

Επειδή η ροπή είναι πολύ μικρή τοποθετούνται $F_e = 4\phi 10$

Ανοιγμα 23 $\frac{\epsilon\sigma_b}{\epsilon\sigma_e} = \frac{70}{2200}, k_h^* = 10,0, b = 1,64 \text{ m}$

$$k_h = \frac{47}{\sqrt{\frac{2,86}{1,64}}} = 35,6 \Rightarrow k_e = 0,47 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,47 \times \frac{2,86}{0,47} = 2,86 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\phi 10 (3,14 \text{ cm}^2).$$

Ανοιγμα 12 $\frac{\epsilon\sigma_b}{\epsilon\sigma_e} = \frac{70}{2200}, k_h^* = 10,0, b = 1,64 \text{ m}$

$$k_h = \frac{70}{\sqrt{\frac{14,59}{1,64}}} = 23,5 \Rightarrow k_x = 0,16 \Rightarrow x = 0,16 \times 70 = 11,2 < 12$$

$$k_e = 0,48 \Rightarrow F_e = 0,48 \times \frac{14,59}{0,70} = 10,0 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 5\phi 16 (10,05 \text{ cm}^2)$$

Στήριξη 1^αp $\frac{\epsilon\sigma_b}{\epsilon\sigma_e} = \frac{90}{2200}, k_h^* = 8,2$

$$k_h = \frac{45}{\sqrt{\frac{8,72}{0,20}}} = 6,8 < k_h^* \Rightarrow k_e = 0,51, k'_e = 0,30 \left(\frac{h'}{h} = \frac{5}{45} = 0,11 \Rightarrow \right.$$

$$\Rightarrow \rho' = 1,20)$$

$$F_e = 0,51 \times \frac{8,72}{0,45} = 9,88 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = \underset{\text{από τὰ ανοίγματα}}{2\emptyset 10 (=1,57)} + \underset{\text{πρόσθετο}}{3\emptyset 16 (=6,03)} + 1\emptyset 16 (=2,01)$$

$$F'_e = 0,30 \times \frac{8,72}{0,45} \times 1,20 = 6,98 \text{ cm}^2 \Rightarrow F'_e = \underset{\text{από τὰ ανοίγματα}}{2\emptyset 10 (=1,57)} + \underset{\text{πρόσθετο}}{2\emptyset 16 (=4,02)} + 1\emptyset 16 (=2,01)$$

Στήριξη 1^{δεξ}

Καλύπτεται έντελώς από τόν προηγούμενο έλεγχο καί δέν χρειάζεται θλιβόμενος όπλισμός ($h = 70$ έναντι 45).

Στήριξη 2^{αρ}

Δυσμενέστερος όπως καί πρίν είναι ό έλεγχος 2^{δεξ}

Στήριξη 2^{δεξ}

$$k_h = \frac{45}{\sqrt{\frac{9,15}{0,20}}} = 6,7 \Rightarrow k_e = 0,51, \quad k'_e = 0,32, \quad \rho' = 1,20 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,51 \times \frac{9,15}{0,45} = 10,37 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = \underset{\text{από τὰ ανοίγματα}}{2\emptyset 10 (=1,57)} + \underset{\text{πρόσθετα}}{3\emptyset 16 (=6,03)} + 2\emptyset 16 (=4,02)$$

$$F'_e = 0,32 \times \frac{9,15}{0,45} \times 1,20 = 7,81 \text{ cm}^2 \Rightarrow F'_e = \underset{\text{από τὰ ανοίγματα}}{2\emptyset 10 (=1,57)} + \underset{\text{πρόσθετο}}{2\emptyset 16 (=4,02)} + 1\emptyset 16 (=2,01)$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

$$20/45 \Rightarrow Q_{01} = 5,51 \text{ t}, \quad Q_{02} = 14,18 \text{ t}$$

Στά ανοίγματα 01 καί 23 μικρή διαφορά.

Ό όπλισμός πού υπάρχει καλύπτει άνετα τήν διάτμηση. Τοποθετούνται συνδετήρες $\emptyset 6/20$.

Άνοιγμα 12

$$20/70 \Rightarrow Q_{01} = 8,58 \text{ t}, Q_{02} = 22,05 \text{ t}$$

$$\text{I. Συνδετήρες } Q_B = \frac{1}{3} \times 11,93 = 3,98 \text{ t}$$

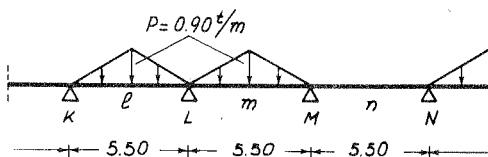
$$\frac{F_{eB}}{e} = \frac{Q_B}{2 \cdot z \cdot \sigma_{eB}} = \frac{3,98}{2 \times \frac{7}{8} \times 70 \times 1,40} = 0,0232 \Rightarrow \text{συνδετήρες } \emptyset 6/12$$

II. Λοξός όπλισμός

$$2^{\text{αρ}} \quad E_Q = \frac{(12,07 - 3,98)^2}{2 \times 3,20} = 10,23 \text{ tm}$$

1.3 . Λόγω κινητών φορτίων

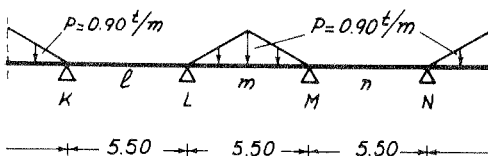
1.3.1. $\min M_L$



$$\begin{aligned}\min M_L &= -0,142 \text{ kl} = -0,142 \times \\ &\quad \times 2,475 \times 5,50 = \\ &= -1,93 \text{ tm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\max Q_L^{\alpha\beta} &= 0,50 \times 1,229 \times 2,475 = \\ &= 1,52 \text{ t}\end{aligned}$$

1.3.2. $\max M_m$



$$\begin{aligned}\max M_m &= 0,115 \text{ kl} = 0,115 \times \\ &\quad \times 2,475 \times 5,50 = \\ &= 1,57 \text{ tm}\end{aligned}$$

Όριακά έντατικά μεγέθη

$$\min M_{\sigma\tau\eta\rho} = -0,50 - 2,67 - 1,93 = -5,10 \text{ tm}$$

$$\max M_{\alpha\nu\omicron\gamma} = 0,25 + 1,59 + 1,57 = 3,41 \text{ tm}$$

$$\max Q = 0,55 + 2,34 + 1,52 = 4,41 \text{ t}$$

Λαμβάνεται $b_o = 0,20 \text{ m}$.

Καθοριστική ή ροπή παρεϊδς τής στήριξης $M_{\sigma\tau\eta\rho}^{\text{παρ}} \approx 0,90 \times 5,10 = 4,59 \text{ tm}$.

$$\frac{\epsilon\sigma_b}{\epsilon\sigma_e} = \frac{70}{1800}, k_h^* = 9,4$$

$$h = 9,4 \sqrt{\frac{4,59}{0,20}} = 45,0 \text{ cm} . \quad \text{Λαμβάνεται } d_o \approx 50 \text{ cm}$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$\text{Άνοιγμα } b = b_o + 4,50 \text{ d} = 0,20 + 4,50 \times 0,10 = 0,65 \text{ m}$$

$$k_h = \frac{47}{\sqrt{\frac{3,41}{0,65}}} = 20,5 \Rightarrow k_e = 0,60 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,60 \times \frac{3,41}{0,47} = 4,35 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\phi 12 (=4,52 \text{ cm}^2)$$

Στήριξη

$$M = 0,9 \times 5,10 = 4,59 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{47}{\sqrt{\frac{4,59}{0,20}}} = 9,8 \Rightarrow k_e = 0,63 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,63 \times \frac{4,59}{0,47} = 6,15 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\phi 12 (=4,52) + 2\phi 12 (=2,26 \text{ cm}^2) \text{ από τὰ ανοίγματα πρόσθετα}$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

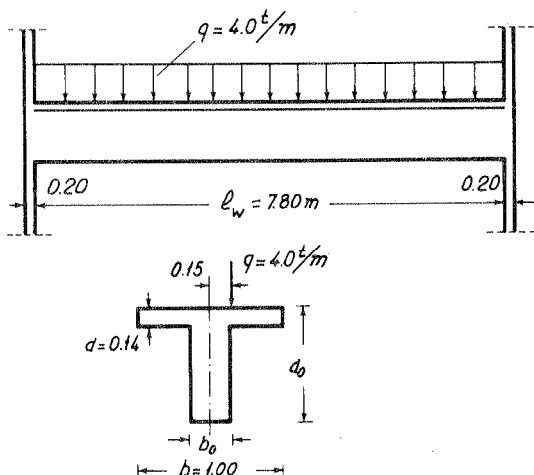
$$Q_{01} = 4,94 \text{ t}, \quad Q_{02} = 13,16 \text{ t}$$

Ἡ μέγιστη τέμνουσα παρειᾶς εἶναι μικρότερη τῆς $Q_{\text{στηρ}} = 4,41 \text{ t} < 4,94 \text{ t}$ ἄρα δέν χρειάζεται ὀπλισμός διάτμησης.

Παρατήρηση

* Ὅταν δέν εἶναι ἀναγκαῖα ἡ μεγάλη ἀκρίβεια στόν ὑπολογισμό τῶν ἐν-
τατικών μεγεθῶν παρειᾶς εἶναι δυνατό νά λαμβάνεται:

$$Q_{\text{παρ}} = 0,95Q \quad \text{καί} \quad M_{\text{στηρ}}^{\text{παρ}} = 0,9 M_{\text{στηρ}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 91

Νά ὑπολογισθῇ ἡ δο-
κός τοῦ σχήματος πού κάμ-
πτεται σάν ἀμφιαρθρωτή δο-
κός καί στρέφεται σάν ἀμ-
φίπακτη.

Ὑλικά B160, St I.

Λύση**Προεκτίμηση**

Ἐπειδὴ ἡ ἐκκεντρότητα τῶν φορτίων εἶναι μικρή καί τὰ
φορτία μεγάλα εἶναι πιθανό οἱ διαστάσεις τῆς διατομῆς νά μὴ
ἐξαρτῶνται μόνο ἀπὸ τὴν στρέψη ἀλλὰ ἀπὸ τὴν κάμψη ἢ ἀκόμη
καί ἀπὸ τὴν διάτμηση.

στρέψη

$$q_{MD} = 4,0 \times 0,15 = 0,60 \text{ tm/m}$$

$$M_D = 0,60 \frac{8,0}{2} = 2,40 \text{ tm}$$

Εκλέγεται διατομή 30/70 (Κεφάλαιο VI § 6).

κάμψη

$$q_{\delta} = (0,56 \times 0,30) \times 2,40 = 0,40 \text{ t/m}$$

$$q_{\lambda} = 4,0 + 0,40 = 4,40 \text{ t/m}$$

$$\max M = \frac{4,40 \times 8^2}{8} = 35,2 \text{ tm}$$

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{50}{1400} \Rightarrow k_h^* = 11,4$$

$$b = 1,00 \text{ m}$$

$$k_h = \frac{65}{\sqrt{\frac{35,2}{1,00}}} = 11 < 11,4$$

Λαμβάνεται νέα διατομή 25/100 (λαμβάνει $M_D = 2,64 \text{ tm}$)

Έλεγχος σέ διάτμηση

$$Q = \frac{q_{\lambda} \cdot l}{2} = \frac{4,46 \times 8,0}{2} = 17,84 \text{ t}$$

$$q_{\delta} = 0,76 \times 0,25 \times 2,4 = 0,456 \text{ t/m}$$

$$\max \tau_o = \frac{Q}{b_o z} = \frac{17,84 \times 10^3}{25 \times \frac{7}{8} \times 95} = 8,58 \text{ kg/cm}^2$$

$$q = \frac{4,00}{4,46 \text{ t/m}}$$

Έλεγχος σέ στρέψη

$$M_D = 2,40 \text{ tm}, \quad \frac{d_o}{b_o} = \frac{100}{25} = 4 \Rightarrow n = 3,55 \Rightarrow$$

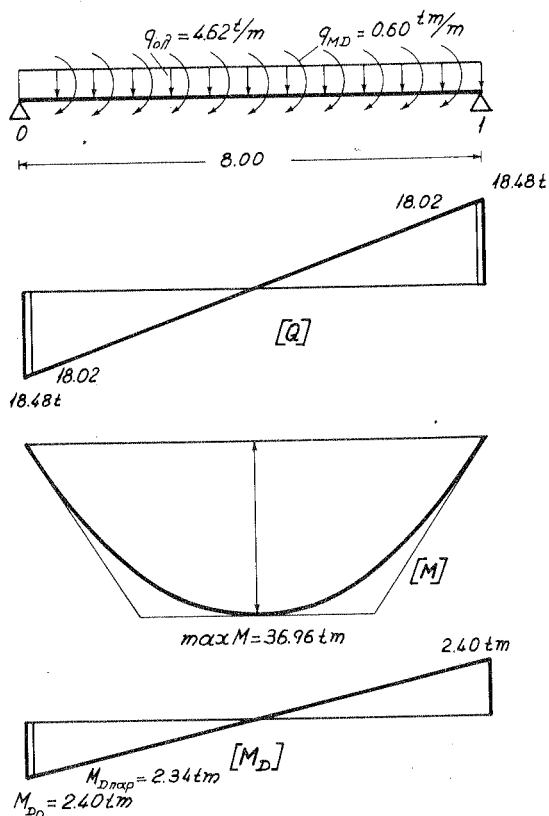
$$\Rightarrow \max \tau_D = \frac{n \cdot M_D}{b^2 h} = \frac{3,65 \times 2,40}{0,25^2 \times 1,00} = 140,2 \text{ t/m}^2 = 14,02 \text{ kg/cm}^2$$

Έλεγχος σέ διάτμηση καί στρέψη

$$\tau = \tau_o + \tau_D = 8,58 + 14,02 = 22,6 \text{ kg/cm}^2 > 20 \text{ χρειάζεται αλλαγή διατομής.}$$

Λαμβάνεται 30/100.

1. Στατική επίλυση



Φόρτιση

$$g_{\lambda\delta} = (0,86 \times 0,30) 2,40 = 0,62 \text{ t/m}$$

$$q = 4,00 \text{ t/m}$$

$$q_{0\lambda} = 4,62 \text{ t/m}$$

$$Q_0 = Q_1 = \frac{4,62 \times 8,0}{2} = 18,48 \text{ t}$$

$$\max M = \frac{4,62 \times 8,0^2}{8} = 36,96 \text{ tm}$$

$$q_{MD} = 0,60 \text{ tm/m}$$

$$M_{D_0} = M_{D_1} = 0,60 \frac{8,0}{2} = 2,40 \text{ tm}$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{36,96}{1,00}}} = 15,6 > 11,4 \Rightarrow k_x = 0,27 \Rightarrow x = 0,27 \times 95 = 25,7 > 14$$

$$\frac{b}{b_0} = \frac{1,00}{0,30} = 3,33, \quad \frac{d}{x} = \frac{14}{25,7} = 0,54 \Rightarrow \lambda_1 = 0,80 \Rightarrow b_1 = 0,80 \times 1,0 =$$

$$= 0,80 \text{ m} \Rightarrow k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{36,96}{0,80}}} = 14,0 \Rightarrow k_x = 0,30 \Rightarrow \frac{d}{x} = \frac{14}{0,30 \times 95} = 0,49 \Rightarrow$$

$$\lambda_2 = 0,81 \approx \lambda_1$$

$$\text{Λοιπόν } k_h = 14,0 \Rightarrow k_e = 0,79 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,79 \frac{36,96}{0,95} = 30,74 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 8\emptyset 22 (=30,4 \text{ cm}^2).$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

$$Q_{\pi\alpha\rho} = 18,02 \text{ t}$$

$$\max \tau_o = \frac{Q_o}{b_o \cdot z} = \frac{18,02 \times 10^3}{30 \times \frac{7}{8} \times 95} = 7,23 \text{ kg/cm}^2$$

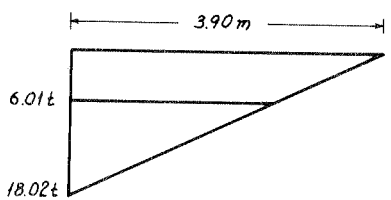
Χρειάζεται όπλισμός διάτμησης

I. Συνδετήρες

$$Q_B = \frac{1}{3} 18,02 = 6,01 \text{ t}, \quad z = \frac{7}{8} \times 95 = 83,13$$

$$\frac{F_{eB}}{e} = \frac{6,01 \times 10^3}{2 \times 83,13 \times 1,40} = 0,0258 \Rightarrow \text{συνδετήρες } \emptyset 8/18$$

II. Δοξός όπλισμός



$$E_Q = \frac{(18,02 - 6,01)^2}{2 \times 4,62} = 15,61 \text{ tm}$$

$$F_{eS} = \frac{15,61}{\sqrt{2} \times 0,8313 \times 1,4} = 9,48 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{eS} = 3\emptyset 22 (11,40 \text{ cm}^2)$$

4. Έλεγχος σέ στρέψη

$$M_{D\pi\alpha\rho} = 2,34 \text{ tm}$$

$$\frac{d_o}{b_o} = \frac{100}{30} = 3,33 \Rightarrow n = 3t \frac{2,60}{0,45 + 3,33} = 3,69$$

$$\max \tau_D = \frac{3,69 \times 2,34}{0,30^2 \times 1,00} = 95,94 = 9,59 \text{ kg/cm}^2$$

Όπλισμός

Λαμβάνονται $b_k = 25$ καί $d_k = 95$.

I. Συνδετήρες

$$\frac{F_{eB}}{b} = \frac{2,34 \times 10^2}{2 \times 1,4 \times 25 \times 95} = 0,0352$$

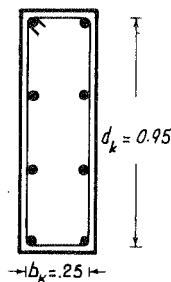
$$\text{Λαμβάνονται συνδετήρες } \emptyset 8 \Rightarrow \beta = \frac{0,50}{0,0352} = 14,20 \Rightarrow \text{συνδε-}$$

τῆρες $\emptyset 8/14$. Ἐπειδὴ ἔχω καὶ συνδετῆρες $\emptyset 8/18$ τελικὰ ὑπάρχουν συνδετῆρες $\emptyset 8/8$.

II. Διαμήκης ὀπισμός

$$\nu \cdot F_e = \frac{M_D (b_k + d_k)}{\sigma_e \cdot b_k \cdot d_k} \Rightarrow \nu \cdot F_e = \frac{2,34 \times 10^2 (25 + 95)}{1,4 \times 25 \times 95} = 8,45 \text{ cm}^2$$

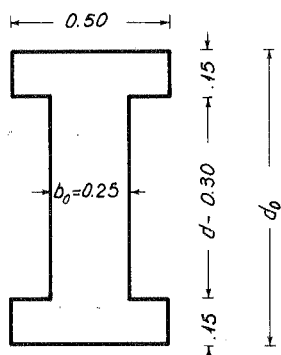
Γιὰ $\nu = 8 \Rightarrow F_e = \frac{8,45}{8} = 1,06 \text{ cm}^2 \Rightarrow \text{συνολικὰ } F_e = 8\emptyset 12 (= 9,04 \text{ cm}^2)$



5. Ἐλεγχος σὲ στρέψη καὶ διάτμηση

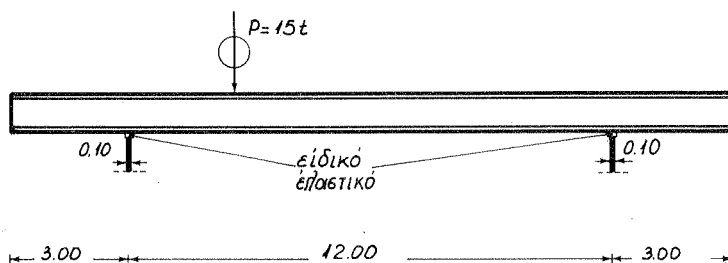
$$\tau = \tau_o + \tau_D = 7,23 + 9,59 = 16,82 < 20 \text{ kg/cm}^2.$$

ΑΣΚΗΣΗ 92



Ἡ δοκὸς τοῦ σχήματος προκατασκευάζεται μὲ ὑλικά В 300 καὶ St III_R. Τὸ μόνο ἐπὶ πλέον φορτίο πού καταπονεῖ τὴν δοκὸ εἶναι τὸ κινητὸ φορτίο γερανογέφυρας ($P = 15,0 \text{ t}$). Νά ὑπολογισθῇ τὸ κατάλληλο ὕψος καὶ οἱ ἀνάλογοι ὀπλισμοὶ οἱ ὁποῖοι καὶ νά σχεδιασθοῦν ἀναλυτικὰ.

$$\frac{\epsilon_{ps_b}}{\epsilon_{ps_e}} = \frac{100}{2400}$$

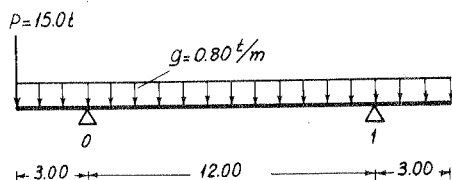


Λύση

Ἄν ληφθῇ ὕψος $d_o = 0,80 \text{ m}$ τότε $g_{\ell\delta} = (0,80 \times 0,50 - 0,50 \times 0,25) \times 2,40 = 0,66 \text{ t/m}$. Λαμβάνεται $g_{\ell\delta} = 0,80 \text{ t/m}$ γιὰ νά καλυφθῇ πιθανὸν μεγαλύτερο ὕψος d_o .

1. Στατική επίλυση

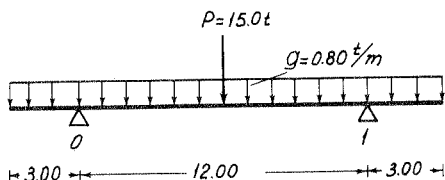
1.1. $\min M_0, \min M_{01}$



$$\min M_0 = -15,0 \times 3,0 - 0,80 \times \frac{3,0^2}{2} = -48,60 \text{ tm}$$

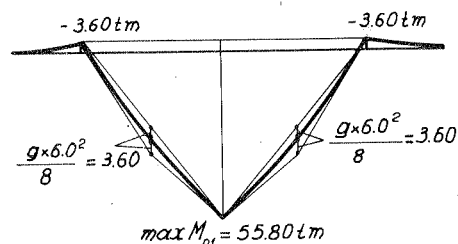
$$M_1 = -0,80 \times \frac{3,0^2}{2} = -3,60 \text{ tm}$$

1.2. $\max M_{01}$



$$M_0 = M_1 = -0,80 \times \frac{3,0^2}{2} = -3,60 \text{ tm}$$

$$\begin{aligned} \max M_{01} &= -3,60 + 0,80 \times \frac{12,0^2}{8} + \\ &+ 15,0 \times \frac{12,0}{4} = -3,60 + \\ &+ 14,40 + 45,00 = 55,80 \text{ tm} \end{aligned}$$



$$\max |Q_0^{xP}| = 15,0 + 0,80 \times 3,0 = 17,40 \text{ t}$$

$$\max |Q_0^{\delta \xi}| = 15,0 + 0,80 \times \frac{1,20}{2} = 19,80 \text{ t}$$

$$\frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{100}{2400}, \quad k_h^* = 7,7$$

$$h = 7,7 \times \sqrt{\frac{55,80}{0,50}} = 81,3$$

Όταν η θλιβόμενη ζώνη δεν βρίσκεται μέσα στην πλάνα λαμβάνεται $d_0 = 100 \text{ cm}$.

Τό ίδιο βάρος είναι $g_{\text{υδ}} = (1,00 \times 0,50 - 0,25 \times 0,70) \times 2,40 = 0,78 \text{ tm}$ άρα η πραγματική ένταση είναι ευμενέστερη από ότι έχει ληφθεί. Έπειδή όμως η διαφορά είναι πολύ μικρή και βρίσκεται προς την πλευρά της ασφάλειας δεν μεταβάλλεται το φορτίο.

2. Έλεγχος σε κάμψη

Παντοῦ $\frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{100}{2400}, \quad k_h^* = 7,7$

Άνοιγμα $k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{55,80}{0,50}}} = 9,0 \Rightarrow k_x = 0,33 \Rightarrow x = 0,33 \times 95 = 31,35 > 15$

$$\frac{b}{b_0} = \frac{0,50}{0,25} = 2,0 < 5, \quad \frac{d}{x} = \frac{15}{31,35} = 0,48 \Rightarrow \lambda = 0,87$$

$$b_i = 0,87 \times 0,50 = 0,435\text{m} \Rightarrow k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{55,80}{0,435}}} = 8,4 \Rightarrow k'_x = 0,36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0,36 \times 95 = 34,2 \Rightarrow \frac{d}{x} = \frac{15}{34,2} = 0,44 \Rightarrow \lambda_2 = 0,85 \text{ και}$$

$$b_i = 0,85 \times 0,50 = 0,425\text{m} \Rightarrow k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{55,80}{0,425}}} = 8,3 > k_h^* \Rightarrow k''_x = 0,36 = k'_x$$

$$\text{Άρα για } k_h = 8,3 \Rightarrow k_e = 0,47 \text{ και } F_e = 0,47 \times \frac{55,80}{0,95} = 27,61\text{cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 8\emptyset 22 (= 30,40\text{cm}^2).$$

Στήριξη

$$k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{48,60}{0,50}}} = 9,6$$

Όσο αφορά την άντοχή είναι εξασφαλισμένη αφού αντέχει και για μεγαλύτερη ροπή (βλέπε στο άνοιγμα), $k_e \approx 0,47$

$$F_e = 0,47 \times \frac{48,60}{0,95} = 24,04\text{cm}^2 \Rightarrow F_e = 7\emptyset 22 (= 26,60\text{cm}^2)$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

$$\tau_o^{\delta\epsilon\epsilon} = \frac{19,80 \times 10^3}{\frac{7}{8} \times 25 \times 100} = 9,05\text{kg/cm}^2 \begin{matrix} > 8 = \tau_{01} & \text{Χρειάζεται όπλισμός} \\ < 20 = \tau_{02} & \text{διάτμησης} \end{matrix}$$

$$\tau_o^{\alpha\rho} = \frac{17,40 \times 10^3}{\frac{7}{8} \times 25 \times 100} = 7,95\text{kg/cm}^2 < 8,0\text{kg/cm}^2 \text{ Δέν χρειάζεται όπλισμός διάτμησης}$$

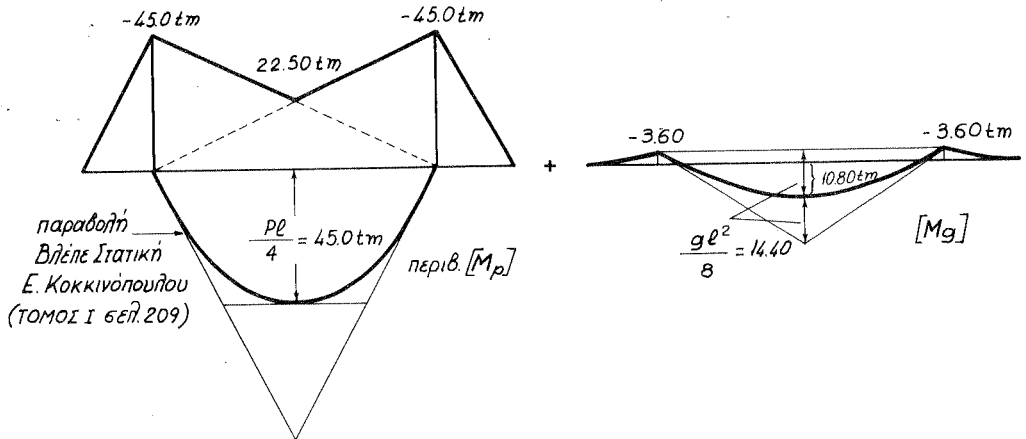
Στήν πραγματικότητα διάτμηση υπάρχει μόνο αν τό φορίο βρίσκεται δεξιά τής στήριξης 1,00 m (διαφορετικά υπάρχει ψαλιδισμός).

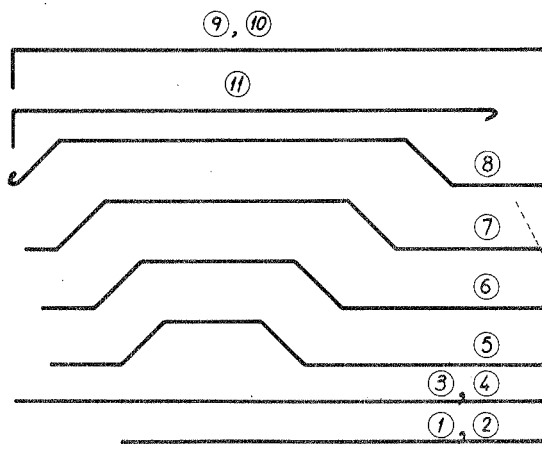
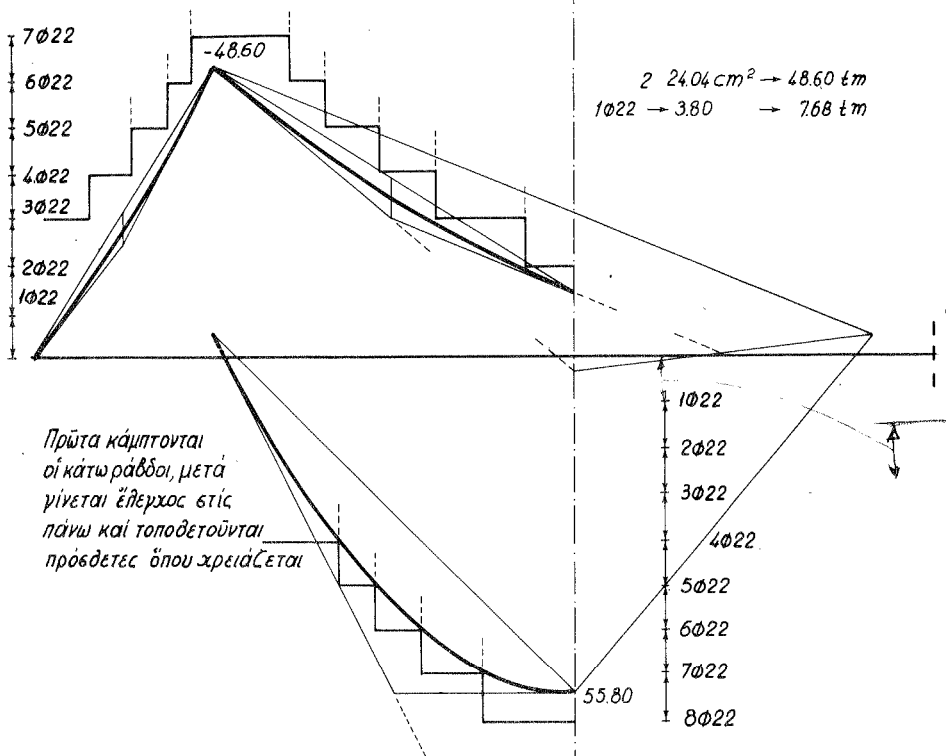
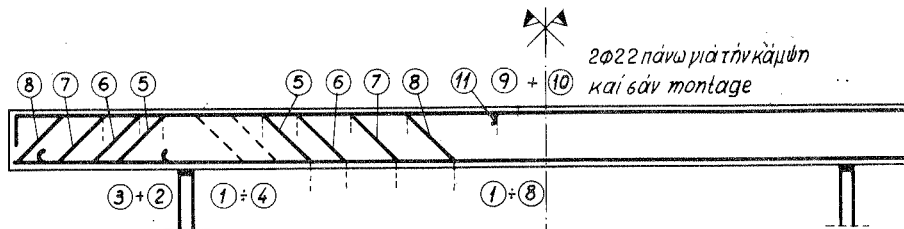
$$\text{Τότε } Q_o^{\delta\epsilon\epsilon} = 0,80 \times \frac{12,0}{2} + 15,0 \times \frac{11,0}{12} = 4,80 + 13,75 = 18,55\text{t}$$

Αν υπολογισθί και ή μείωση λόγω κάποιου πάχους έδρασης θά είναι $\tau_o^{\delta\epsilon\epsilon} < 8,0\text{kg/m}^2$ όπότε δέν θά χρειάζεται όπλισμός. Παρ'όλα αυτά θά καμφθούν σίδερα και θά τοποθετηθούν συνδετήρες $\emptyset 6/10$ στους προβόλους και 1,00 m, άπ'τίς στηρίξεις, στό άνοιγμα και $\emptyset 6/15$ στό υπόλοιπο άνοιγμα.

4. Σχεδίαση όπλισμών

Ο όπλισμός θα καλύπτει το διάγραμμα της περιβάλλουσας ροπών κάμψης, όπως δείχνει το σχήμα.





$$28.19 \text{ cm}^2 \rightarrow 55.80 \text{ t/m}$$

$$1\phi22 \rightarrow 3.80 \text{ cm}^2 \rightarrow 7.52 \text{ t/m}$$

Τα άγκιστρα είναι ενδεικτικά και σημειώνουν το θεωρητικό τέλος των ράβδων

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Χ

ΟΛΟΣΩΜΕΣ ΠΛΑΚΕΣ ΚΑΜΠΤΟΜΕΝΕΣ ΚΑΤΑ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ

1. ΓΕΝΙΚΑ

Οι πλάκες είναι επίπεδοι επιφανειακοί φορείς πού δέχονται φορτία κάθετα στο επίπεδό τους.

Όπως και νά στηρίζεται μία πλάκα είναι φορέας πολλές φορές υπερστατικός. Γι' αυτό και υπάρχει σημαντική ασφάλεια στις πλάκες τόσο στην κάμψη όσο και στην διάτμηση.

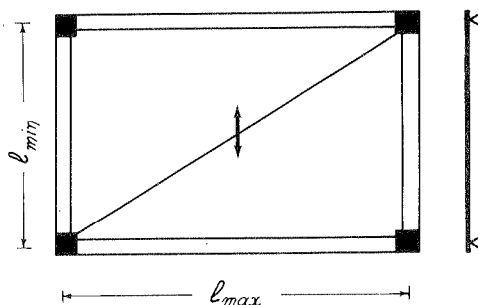
Ειδικά όταν η μία διάσταση είναι επιμήκης σε σχέση με την άλλη η πλάκα συμπεριφέρεται σαν δοκός άμφιέριστη.

Με βάση τόν ισχύοντα κανονισμό η πλάκα θεωρείται άμφιέριστη όταν:

$$\frac{l_{\max}}{l_{\min}} \geq 1,5$$

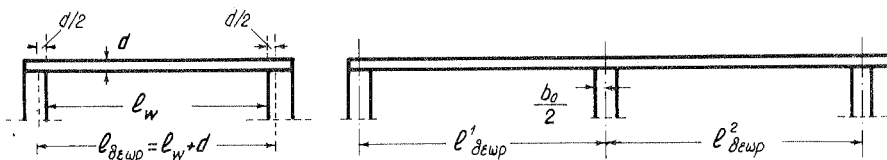
(Κατά νεώτερες απόψεις όμως

$$\frac{l_{\max}}{l_{\min}} \geq 2,0)$$



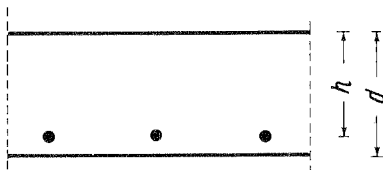
Στή συνέχεια αναφέρονται οι κυριώτεροι κανονισμοί πού ισχύουν για τις πλάκες.

2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΑΝΟΙΓΜΑ ΠΛΑΚΩΝ



3. ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΠΑΧΟΣ ΠΛΑΚΩΝ

- 3.1. Για πλάκες στεγών $d=6\text{cm}$
 " " πατωμάτων $d=7\text{cm}$
 " " πού πάνω
 τους περνοῦν } $d=12\text{cm}$
 τροχοφόρα



3.2. 'Ακόμη για τήν εξασφάλιση τῆς λυγρότητας

$$\min h = \frac{l_i}{35} \quad \text{ὅπου } l_i = 1 \quad \text{για ἀμφιέρειστες πλάκες}$$

$l_i = 0,81$	" μονόπακτες "
$l_i = 0,61$	" ἀμφίπακτες "
$l_i = 2,01$	" προβόλους τελείως πακτω- μένους
$l_i = (2,0 \div 4,0)1$	για προβόλους ἐλαστικά πα- κτωμένους

Σε περίπτωση στοιχείων κατασκευῆς πού κατά ἐξαίρεση εἶ-
 ναι βατά ἡ "λυγρότητα" μπορεῖ νά λαμβάνεται 40 ἀντί 35.

3.3. Δέν πρέπει νά ὑπάρχη πουθενά θλιβόμενος ὀπλισμός.

4. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΡΟΠΩΝ ΚΑΜΨΗΣ

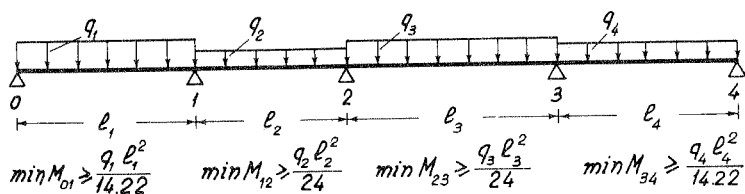
4.1. Οἱ ροπές τῶν "ἀνοιγμάτων" καί τῶν "στηριγμάτων" τῶν συ-
 νεχῶν πλακῶν ὑπολογίζονται μέ τήν προϋπόθεση ὅτι ἔχομε ἐ-
 λεύθερα στρεπτά καί ὄχι ὑποχωροῦντα στηρίγματα.

4.2. Οἱ ροπές συνεχῶν ἀμφιέρειστων πλακῶν ὑπολογίζονται σάν
 ὀρθογωνικοί δοκοί πλάτους $b = 1,00 \text{ m}$.

Γιά τίς ἐπιλύσεις ἰσχύουν οἱ μέθοδοι ἐπίλυσης τῶν ὑ-
 περστατικῶν φορέων.

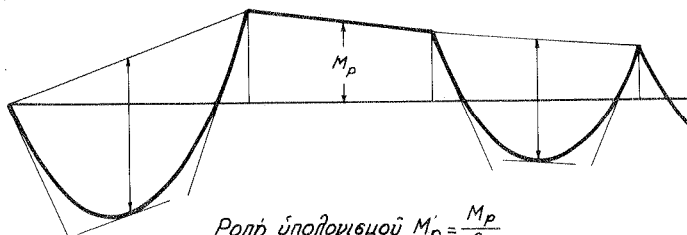
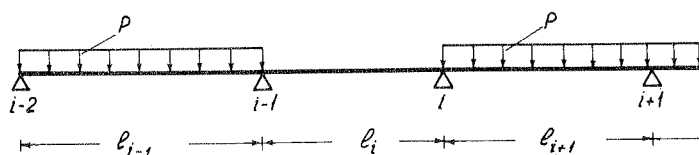
4.2.1. Ἐλάχιστες ροπές ἀνοιγμάτων

"Ασχετα μέ τήν ἐπίλυση, ἡ ροπή κάθε ἀνοίγματος δέν μπο-
 ρεῖ νά λαμβάνεται μικρότερη ἀπό τήν ροπή μονόπακτης ἢ ἀμφί-



πακτης πλάκας.

Σε μονολιθικές στηρίξεις των πλακών μέ δοκούς, ή άρνητική ροπή λόγω του κινητού φορτίου, μπορεί νά λαμβάνεται υπ'



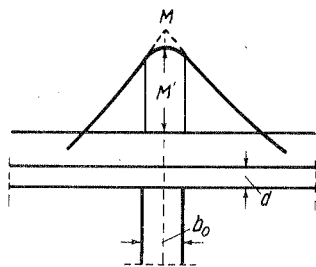
$$\text{Ροπή υπολογισμού } M_p' = \frac{M_p}{2}$$

$$\min M = Mg + \frac{M_p}{2}$$

όψη κατά τό μισό λόγω της αντίστασης των δοκών σέ στρέψη.

4.3. Ροπές στήριξης συνεχών πλακών

4.3.1. Έλεύθερη (κατασκευαστικά) στρεπτή στήριξη.

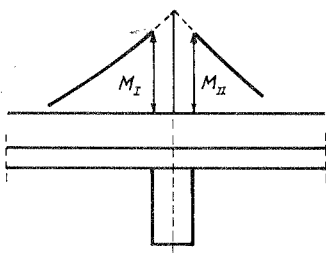


Ροπή υπολογισμού

$$M' = M - \frac{b_0 V}{8}$$

όπου V ή αντίδραση της στήριξης.

4.3.2. Μονολιθική στήριξη συνεχών πλακών



Ροπές υπολογισμού

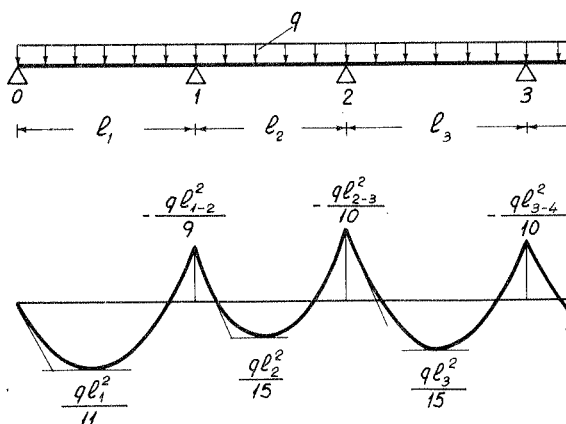
M_I και M_{II} οι ροπές των παρειών.

$$4.3.3. |M_I| \text{ (ή } |M_{II}|) \geq \frac{q l w_1^2}{8} \text{ για άκραιο άνοιγμα ή } \frac{q l w_2^2}{12}$$

για μεσαίο άνοιγμα.

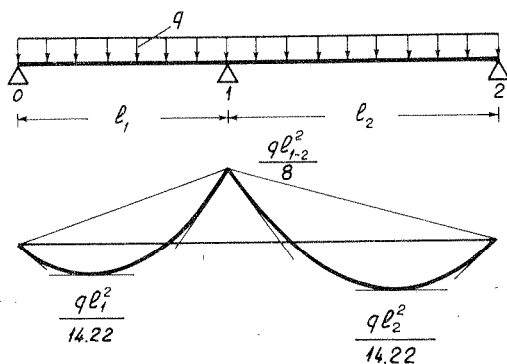
4.4. Επίλυση συνεχούς πλάκας περίπου ἑσων ανοιγμάτων με ομοιόμορφο φορτίο.

Πολλά ανοίγματα



$$\text{Όταν } 0,80 < \frac{l_i}{l_{i+1}} < 1,25$$

Δύο ανοίγματα



$$\text{Είναι } l_{1-2} = \frac{l_1 + l_2}{2}$$

$$l_{2-3} = \frac{l_2 + l_3}{2}$$

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{matrix}$$

$$l_{i-(i+1)} = \frac{l_i + l_{i+1}}{2}$$

5. ΤΕΜΝΟΥΣΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Οι τέμνουσες δυνάμεις υπολογίζονται λαμβάνοντας υπ' όψη την συνέχεια διαδοχικών πλακών.

Πρόβλημα διάτμησης λόγω τεμνουσών δυνάμεων δεν υπάρχει συνήθως. "Αν όμως υπάρχει δεν αντιμετωπίζεται με όπλισμό διάτμησης αλλά με αύξηση του πάχους της πλάκας.

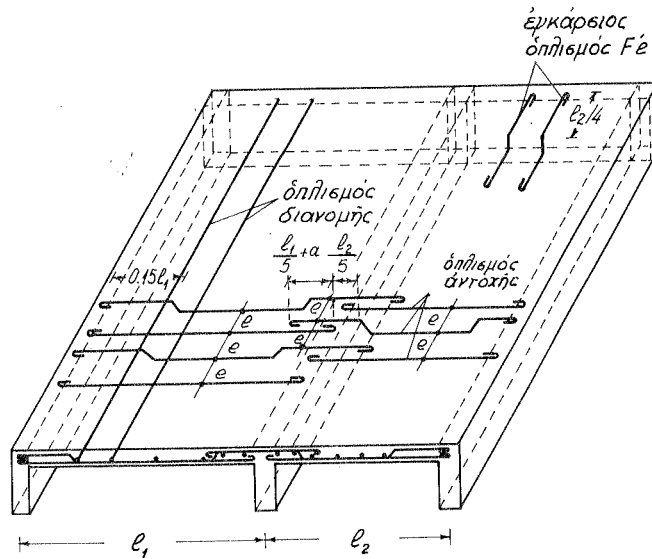
6. ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΠΛΑΚΩΝ

Οι αντιδράσεις πλακών (γιά την φόρτιση τῶν στοιχείων ἐπί τῶν ὁποίων ἐδράζονται) ἐπιτρέπεται νά ὑπολογίζονται μέ καθολική φόρτιση, ἀφοῦ παραλειφθῇ ἡ ἐπιρροή τῆς συνέχειας.

Ἀντίθετα πρέπει νά λαμβάνεται ὑπ' ὄψη γιά τά μεσαῖα στηρίγματα πλακῶν δύο ἀνοιγμάτων.

7. ΟΠΛΙΣΜΟΙ ΠΛΑΚΩΝ

7.1. Οπλισμός Ἀντοχῆς



Μέγιστη ἀπόσταση ράβδων ὀπλισμοῦ ἀντοχῆς

$$e \leq \min(1,5d, 20\text{cm})$$

a = μήκος ἀγκύρωσης.

Πάνω ἀπό τίς ἐδράσεις πρέπει νά κάμπτεται τό $\frac{1}{2}$ τοῦ ὀπλισμοῦ ἀντοχῆς.

Σέ περίπτωση περίπου ἴσων ἀνοιγμάτων ὁ ὀπλισμός γιά τήν παραλαβή τῶν ἀρνητικῶν ροπῶν κάμπτεται κατὰ τά $\frac{2}{3}$ τό πολύ καί

σέ απόσταση περίπου στο $\frac{1}{5}$ του ανοίγματος από τήν στήριξη, επεκτείνεται δέ στο έσωτερικό της άλλης πλάκας σέ απόσταση $\frac{1}{5}$ από τήν στήριξη (του άλλου ανοίγματος), επί πλέον του μήκους άγκύρωσης.

Οι ράβδοι κυρίου όπλισμοϋ είναι για συνηθισμένα οίκοδομικά έργα, $\geq \emptyset 8$ και σπάνια $\emptyset 6$ για λεπτές πλάκες στεγών ή πλάκες για δευτερεύουσα χρήση.

7.2. Όπλισμός διανομής

Αυτός πρέπει νά είναι ίσος μέ τό $\frac{1}{5}$ του όπλισμοϋ άντοχής και κατά έλάχιστο $3\emptyset 7$ για St I ή $3\emptyset 6$ για St II και St III.

7.3. Εγκάρσιος άρνητικός όπλισμός

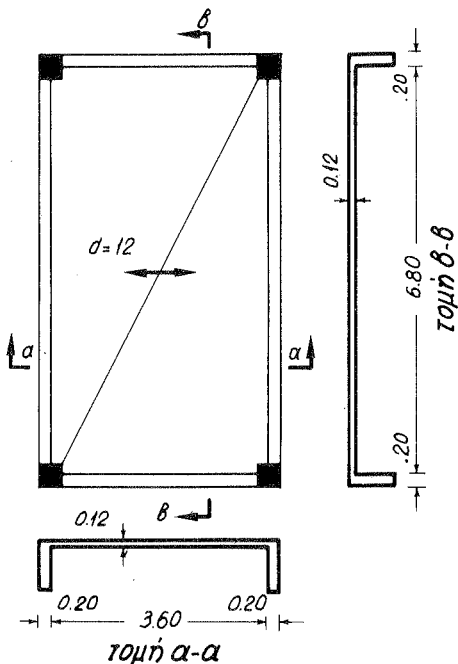
Τοποθετείται για νά παίρνη τίς εγκάρσιες άρνητικές ροπές και νά αποφεύγεται ή άπόσχιση της πλάκας από τήν δοκό:

$$F_e' = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,60 F_e^{\text{άντοχής}} \\ 8\emptyset 7 \text{ στο μέτρο για St I} \\ 8\emptyset 6 \text{ " " για St II και St III} \\ 7\emptyset 6 \text{ " " για St III} \\ \text{(σέ πλάκες στεγών)} \end{array} \right\}$$

Μπαίνει κάθετα στίς μικρότερες πλευρές (πλευρές παράλληλες πρός τήν κάμψη της πλάκας) όταν σ'αυτές τίς θέσεις δέν υπάρχει άρνητικός όπλισμός πού νά έρχεται από άλλη πλάκα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 93



Νά υπολογισθούν οι αναγκαίοι όπλισμοί της πλάκας του σχήματος καί νά σχεδιασθούν σέ κάτοψη καί σέ τομή.

Δίνονται:

Φορτίο επίκάλυψης: $g_{επ} = 80 \text{ kg/m}^2$

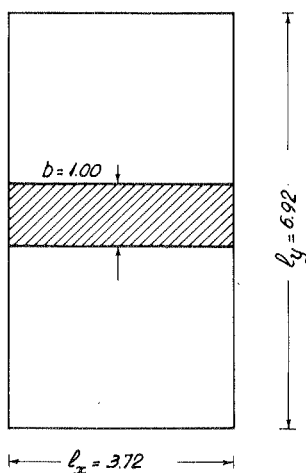
Ωφέλιμο φορτίο $p = 200 \text{ kg/m}^2$

Υλικά: B160, St I.

Βάρος όπλισμένου σκυροδέματος: $\gamma_b = 2400 \text{ kg/m}^3$

Επικάλυψη όπλισμοῦ: $t = 1,0 \text{ cm}$

Λύση



$$l_y = l_{wy} + d = 6,80 + 0,12 = 6,92 \text{ m}$$

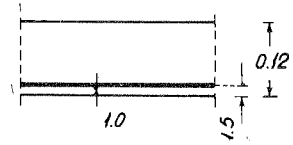
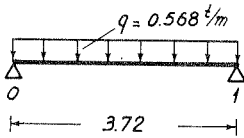
$$l_x = l_{wx} + d = 3,60 + 0,12 = 3,72 \text{ m}$$

$$\frac{l_y}{l_x} = \frac{6,92}{3,72} = 1,86 > 1,50, \text{ άρα ή πλάκα}$$

συμπεριφέρεται σάν άμφιαρθρωτή.

Έλεγχος λυγνρότητας

$$\frac{h}{l_s} = \frac{0,12-0,015}{3,72} = 0,028 \cong \frac{1}{35}$$

**Στατική επίλυση**

Φόρτιση (για λωρίδα πλάτους 1,0m)

• Ίδιο βάρος: $g_{\delta} = 0,12 \times 1,0 \times 2,40 = 0,288 \text{ t/m}$

• Επικάλυψη: $g_{\varepsilon\pi} = 0,08 \times 1,0 = 0,080 \text{ t/m}$

• Ωφέλιμο: $p = 0,200 \times 1,0 = 0,200 \text{ t/m}$

$q = 0,568 \text{ t/m}$

$$\max M_0 1 = \frac{q l^2}{8} = 0,568 \frac{3,72^2}{8} = 0,983 \text{ tm}$$

Έλεγχος σέ κάμψη

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{60}{1400} \text{ (πίνακας 11)} \Rightarrow k_h^* = 9,9 \text{ (πίνακας 12)}$$

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{\frac{0,983}{1,0}}} = 10,6 > k_h^* \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,82 \times \frac{0,983}{0,105} = 7,68 \text{ cm}^2/\text{m}. \text{Εκλέγονται ράβδοι } \varnothing 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = \frac{7,68}{0,79} = 9,7 \varnothing 10 \text{ (στό ένα μέτρο)} \text{ ή } f_e = \varnothing 10 \text{ ανά } \frac{100 \text{ cm}}{9,7} = \varnothing 10/10,3$$

Παίρνουμε όμως $f_e = \varnothing 10/10 \Rightarrow$ $\varnothing 10/20$ εϋθύγραμμος
 $\varnothing 10/20$ καμπτόμενος στα άκρα

* Ήταν δυνατό να ληφθῇ κατ'εϋθεΐαν από τόν πίνακα 59

$$f_e = \varnothing 10/10 (=7,85 \text{ cm}^2/\text{m})$$

$$\text{Ίσχύει } 10 \text{ cm} < 1,5d = 1,5 \times 12 = 18 \text{ cm}$$

Όπλισμός διανομῆς

$$\frac{1}{5} F_{e\text{άντοχῆς}} = \frac{1}{5} \times 7,68 = 1,54 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow F_{e\text{διανομῆς}} = \varnothing 6/18 (=1,57 \text{ cm}^2/\text{m})$$

(πίνακας 59)

Εγκάρσιος ἀρνητικός όπλισμός (ή όπλισμός ἀπόσχισης)

$$F'_e = 0,60 F_e = 0,60 \times 7,68 = 4,61 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow F'_e = \varnothing 10/17 (=4,62 \text{ cm}^2/\text{m})$$

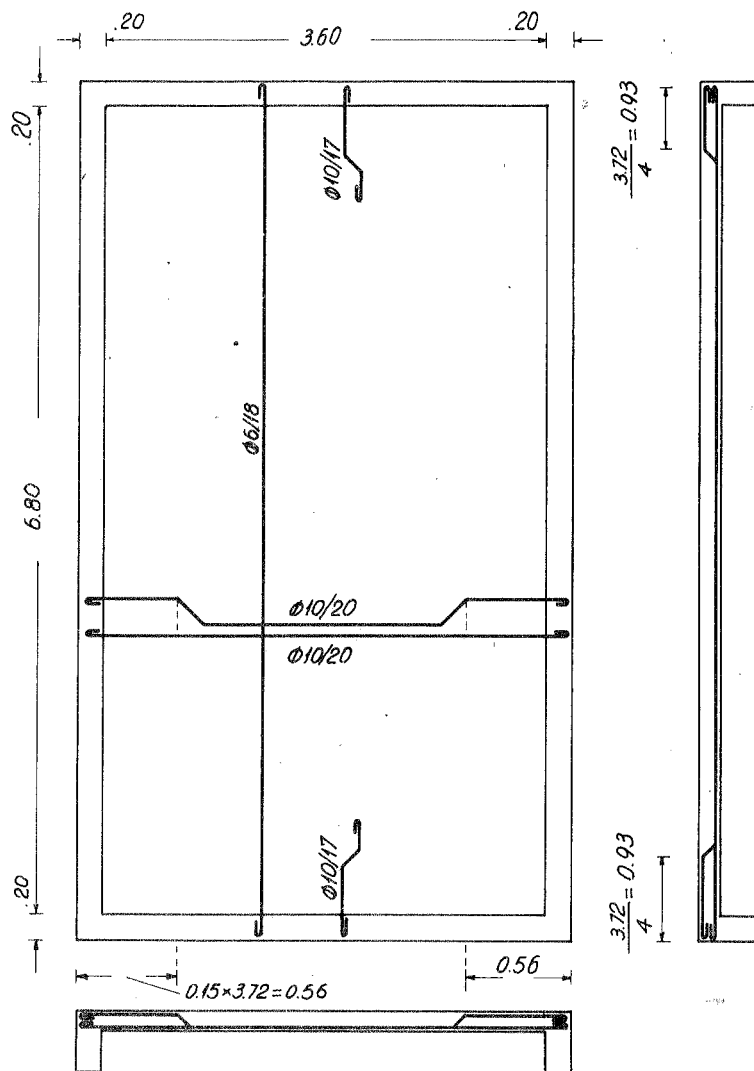
Παρατήρηση

* Ἡ διατομή τῶν ράβδων τοῦ κυρίου όπλισμοῦ καί ἡ ἀπόσταση αὐτῶν ἐκλέγονται ὥστε:

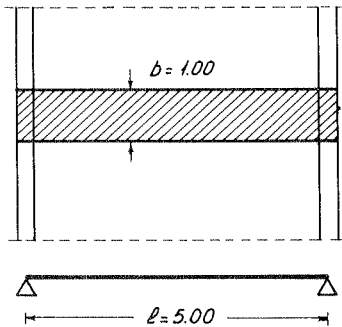
α) Νά χρησιμοποιῆται ὅσο τό δυνατό μικρότερη διάμετρος ράβδων, ὅχι ὅμως μικρότερη τοῦ $\varnothing 8$.

β) Ἡ ἀπόσταση τῶν ράβδων νά κυμαίνεται κατὰ τό δυνατό μεταξύ 10 καί 20 cm.

γ) Ἡ ἀπόσταση τῶν ράβδων νά εἶναι μικρότερη ἢ ἴση μέ 1,5 d.



ΑΣΚΗΣΗ 94



Νά υπολογισθῇ τὸ ἐλάχιστο ἀπαιτούμενο πάχος τῆς πλάκας τοῦ σχήματος καὶ ὁ ἀντίστοιχος ὀπλισμός.

Δίνονται:

Φορτίο ἐπικάλυψης: $g_{επ} = 0,100 \text{ t/m}$

Κινητὸ φορτίο : $p = 0,750 \text{ t/m}$

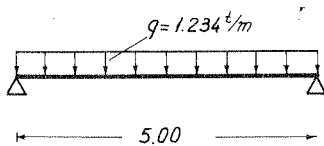
Υλικά: B160, StI.

Λύση

Προεκτίμηση

$$h_{απ} \geq \frac{li}{35} = \frac{5,0}{35} = 0,143 \text{ m} \Rightarrow d = 14,3 + 1,5 = 15,8 \text{ cm}$$

Λαμβάνεται $d = 16 \text{ cm}$, τότε



$$g_{ωδ} = 0,16 \times 1,0 \times 2,40 = 0,384 \text{ t/m}$$

$$g_{επ} = 0,100 \times 1,0 = 0,100 \text{ t/m}$$

$$g = 0,484 \text{ t/m}$$

$$\text{ωφέλιμο } p = 0,750 \text{ t/m}$$

$$q = 1,234 \text{ t/m}$$

$$\max M_{0l} = \frac{ql^2}{8} = 1,234 \cdot \frac{5,0^2}{8} = 3,86 \text{ tm}$$

$$\frac{\epsilon_{ps}_b}{\epsilon_{ps}_e} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k_h^* = 9,9$$

$$h_{απ} = k_h^* \sqrt{\frac{M}{b}} = 9,9 \sqrt{\frac{3,86}{1,00}} = 19,4 \text{ cm} \Rightarrow d_{απ} = 19,4 + 1,5 = 20,9 \text{ cm}.$$

Επειδὴ θὰ αὐξηθῇ ἡ ροπή προβλέπεται ὅτι θὰ προκύψῃ $d_{απ} > 20,9 \text{ cm}$.
Λαμβάνεται $d = 22 \text{ cm}$.

Φόρτιση

$$q' = q + (0,22 - 0,16) \gamma_b = 1,234 + 0,06 \times 2,40 = 1,378 \text{ t/m}$$

$$\text{Άρα } M_{01} = \frac{q'}{q} \cdot 3,86 = \frac{1,378}{1,234} \times 3,86 = 4,31 \text{ tm}$$

$$\text{Είναι } h_{\alpha\pi} = k_h^* \sqrt{\frac{M}{b}} = 9,9 \sqrt{4,31} = 20,6 \Rightarrow$$

$$d_{\alpha\pi} = 20,6 + 1,5 = 22,1 \text{ cm} \approx 22 \text{ cm.}$$

Άρα τελικά $d = 22 \text{ cm}$

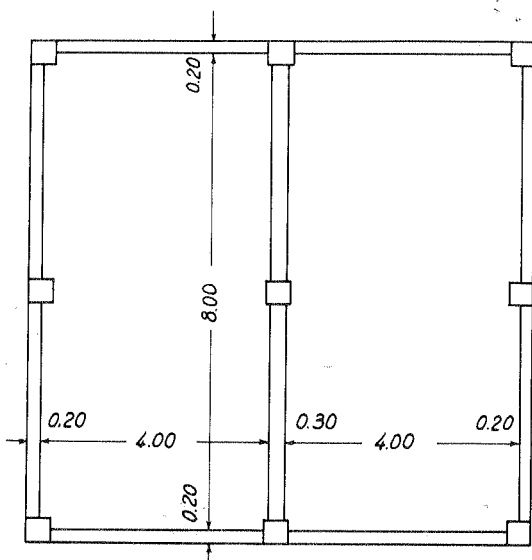
Οπλισμός κάμψης

$$\text{Γιὰ } k_h = 9,9 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,82 \times \frac{4,31}{0,205} = 17,24 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \phi 16/11,5 (=17,49 \text{ cm}^2/\text{m}) \text{ [πίνακας 59]}$$

ΑΣΚΗΣΗ 95



Νά υπολογισθούν οι πλάκες τοῦ σχήματος καί νά σχεδιασθοῦν ἀναλυτικά οἱ ἀναγκαῖοι ὀπλισμοί.

Δίνονται:

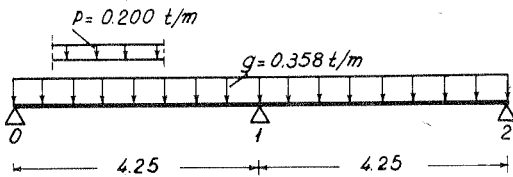
$$\text{Ἐπικάλυψη: } g_{\epsilon\pi} = 0,070 \text{ t/m}^2$$

$$\text{Κινητό φορτίο: } p = 0,200 \text{ t/m}^2$$

Υλικά: B225, St III.

Λύση

Προεκτίμηση



Οι πλάκες είτε κάμ-
πτονται θετικά είτε κάμ-
πτονται αρνητικά συμπερι-
φέρονται κατά τόν ίδιο
τρόπο (δηλαδή σαν όρθογω-
νικοί δοκοί πλάτους $b_0 =$
 $= 1,00 \text{ m}$), γι' αυτό και
στην προεκτίμηση ενδιαφέ-
ρει η απόλυτα μέγιστη ρο-
πή κάμψης.

Σε συνεχεῖς πλάκες μέ λογικές διαφορές τῶν ἀνοιγμάτων ἡ
ἀπόλυτα μέγιστη ροπή προκύπτει πάντοτε στὶς στηρίξεις.

$$h_{\alpha\pi} > \frac{1i}{35} = \frac{0,80 \times 4,25}{35} = 0,097 \text{ m} \quad \text{ἄρα} \quad d_{\alpha\pi} = 9,7 + 1,5 = 11,2 \text{ cm.}$$

Λαμβάνεται $d = 12 \text{ cm}$

Φορτία

$$g_{\text{υδ}} = 0,12 \times 2,40 = 0,288 \text{ t/m}$$

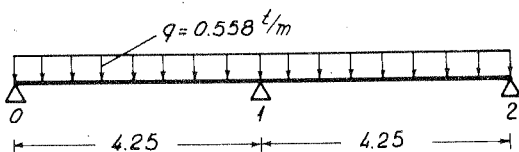
$$g_{\text{επ}} = 0,070 \times 1,0 = 0,070 \text{ t/m}$$

$$g = 0,358 \text{ t/m}$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}$$

$$q = 0,558 \text{ t/m}$$

Ἡ $\max |M| = |M_1|$ προκύπτει γιὰ καθολικὴ φόρτιση καὶ στὰ
δύο ἀνοίγματα.



$$\left. \begin{aligned} M_1^{\alpha\rho} &= -\frac{ql^2}{8} \\ M_1^{\delta\epsilon\xi} &= -\frac{ql^2}{8} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_1 = -\frac{ql^2}{8}$$

(ἢ ἀπ' τὸν πίνακα 57: $M_1 =$
 $= -0,125ql^2$).

$$|M_1| = 0,558 \frac{4,25^2}{8} = 1,26 \text{ tm}$$

$$M_1^{\pi\alpha\rho} \approx 0,9 \times 1,26 = 1,13 \text{ tm}$$

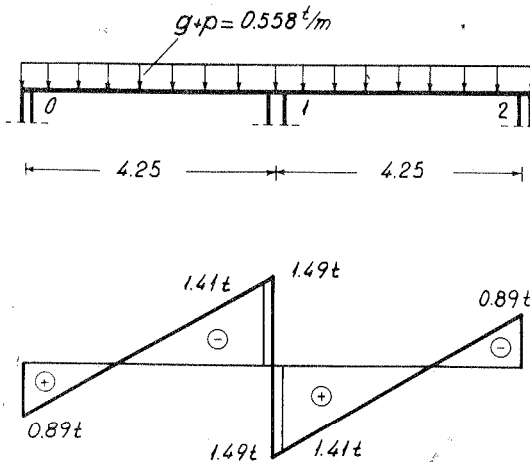
$$\frac{\varepsilon\sigma_b}{\varepsilon\sigma_e} = \frac{80}{2400} \text{ (πίνακας 11 § A)} \Rightarrow k_h^* = 9,2 \text{ (πίνακας 12)}$$

$$h_{\alpha\pi} = k_h^* \sqrt{\frac{M}{b}} = 9,2 \sqrt{1,13} = 9,8 \text{ cm} \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 9,8 + 1,5 = 11,3 \text{ cm} < 12 \text{ cm}$$

Λαμβάνεται $d = 12 \text{ cm}$

1. Στατική επίλυση (πίνακας 57)

α) $\min M_1$



$$\begin{aligned} \min M_1 &= -0,125 q l^2 = \\ &= -0,125 \times 0,558 \times 4,25^2 = \\ &= -1,26 \text{ tm} \end{aligned}$$

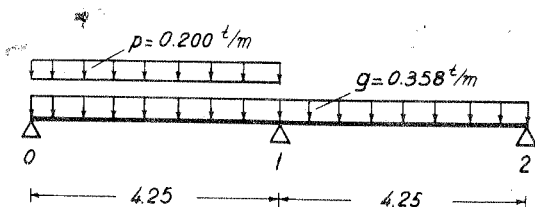
$$\begin{aligned} Q_0 &= 0,558 \times \frac{4,25}{2} - \frac{1,26}{4,25} = \\ &= 1,19 - 0,30 = 0,89 \text{ t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_1^{\alpha\rho} &= 0,558 \times \frac{4,25}{2} + \frac{1,26}{4,25} = \\ &= 1,19 + 0,30 = 1,49 \text{ t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{\pi\alpha\rho} &= 1,49 - 0,558 \times 0,15 = 1,41 \text{ t} \\ \Delta M &= \frac{1,49 + 1,41}{2} \times 0,15 = 0,22 \text{ tm} \end{aligned}$$

$$M_{\pi\alpha\rho} = -1,26 + 0,22 = -1,04 \text{ tm}$$

β) $\max M_{01}, \min M_{12}$



$$\begin{aligned} M_{01}^g &= 0,07 g l^2 = 0,07 \times 0,358 \times 4,25^2 = \\ &= 0,45 \text{ tm} = M_{12}^g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{01}^p &= 0,096 p l^2 = 0,096 \times 0,200 \times 4,25^2 = \\ &= 0,35 \text{ tm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{12}^p &= \frac{M_1}{2} = -\frac{0,063 \times 0,200 \times 4,25^2}{2} = \\ &= -0,11 \text{ tm} \end{aligned}$$

$$\max M_{01} = M_{01}^g + M_{01}^p = 0,45 + 0,35 = 0,80 \text{ tm}$$

$$\min M_{12} = M_{12}^g + \frac{M_{12}^p}{2} = 0,45 - \frac{0,11}{2} = 0,40 \text{ tm (Βλέπε § 4.2.1).}$$

$$\text{2. Έλεγχος σέ κάμψη (παντοῦ } \frac{\epsilon_{\text{πο}}}{\epsilon_e} \frac{b}{e} = \frac{80}{2400} \text{)}$$

“Ανοιγμα 01

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,80}} = 11,7 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \frac{0,80}{0,105} = 3,50 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow f_e = \emptyset 8/14 (= 3,59 \text{ cm}^2/\text{m})$$

“Ανοιγμα 12

$$\text{“Ομοια μέ τό άνοιγμα 01: } f_e = \emptyset 8/14$$

Στήριξη 1

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{1,04}} = 10,3 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{1,04}{0,105} = 4,56 \text{ cm}^2$$

Στήν στήριξη φθάνουν οί μισές ράβδοι από κάθε άνοιγμα, πού κάμπτονται γι'αυτό τόν λόγο, άρα υπάρχει:

$$F_e = \frac{3,59}{2} + \frac{3,59}{2} = 3,59 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

Χρειάζεται, λοιπόν, πρόσθετος όπλισμός

$$F_e = 4,56 - 3,59 = 0,97 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e = \emptyset 8/50 \text{ πρόσθ.}$$

3. Σχεδίαση όπλισμών

Έπειδή τό κινητό φορτίο είναι μικρό σέ σχέση μέ τό μόνοιμο καί τά άνοίγματα ίσα, δέν γίνεται ιδιαίτερη σχεδίαση τών όπλισμών κάμψης μέ βάση τό διάγραμμα ροπών.

•Όπλισμός διανομής

$$F_e^{\delta\lambda\alpha\nu} = \frac{1}{5} F_e = \frac{1}{5} \times 3,50 = 0,70 \text{ cm}^2 \Rightarrow \emptyset 6/40.$$

Έπειδή όμως πρέπει νά υπάρχει όπλισμός τουλάχιστον $3\emptyset 6/\text{m}$ ή $\emptyset 6/33 \Rightarrow F_e^{\delta\lambda\alpha\nu} = \emptyset 6/33.$

•Εγκάρσιος Όπλισμός

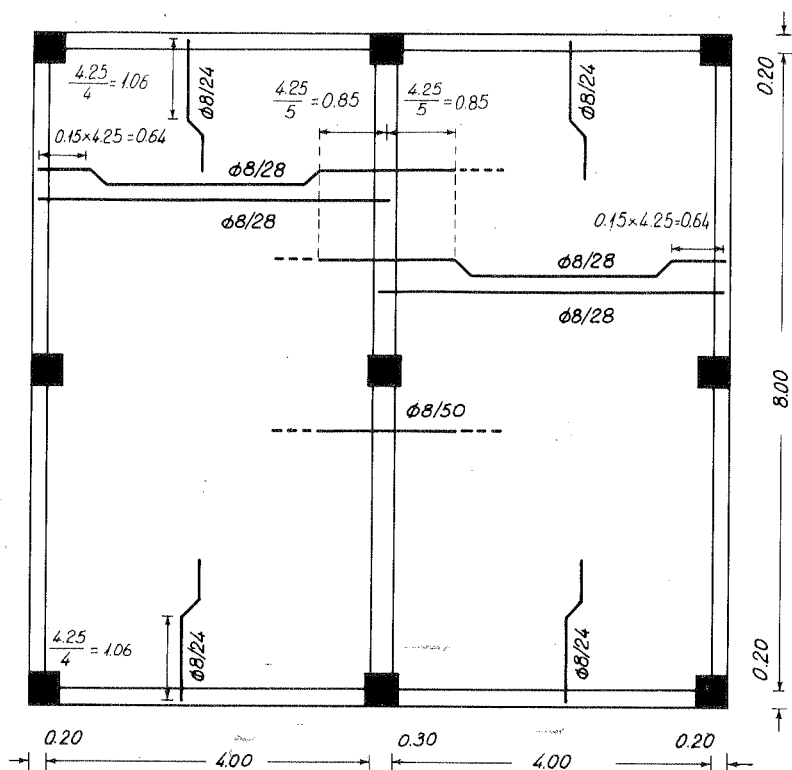
$$F'_e = 0,60 F_e = 0,60 \times 3,50 = 2,10 \text{ cm}^2 \Rightarrow F'_e = \emptyset 8/24.$$

Παρατήρηση

* "Αν δέν λαμβανόταν υπ' όψη ή κινητότητα τοῦ ωφέλιμου φορτίου θά υπῆρχε ή ίδια ροπή στήριξης ἐνῶ ή ροπή τοῦ ἀνοίγματος θά ἦταν

$$M_{01} = 0,070 \times q l^2 = 0,070 \times 0,558 \times 4,25^2 = 0,71 \text{ tm}$$

* Ἡ διαφορά μέ τήν ὑπολογισμένη μέ ἀκρίβεια ροπή εἶναι μικρή ἄρα ἦταν δυνατό νά ἐπιλυθῇ ή πλάκα μέ θεωρηση καθολικοῦ φορτίου. Ἀκόμη ή ροπή M_{01}^D στήν πραγματικότητα εἶναι μικρότερη λόγω τῆς ἀντίστασης τῆς δοκοῦ σέ στρέψη.



ΑΣΚΗΣΗ 96

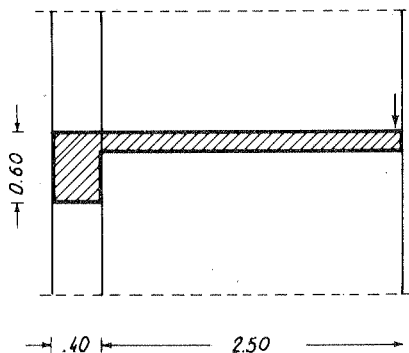
Ζητείται ο υπολογισμός
του προβόλου του σχήματος.

Δίνονται

Ωφέλιμο φορτίο: $p = 0,150 \text{ t/m}^2$

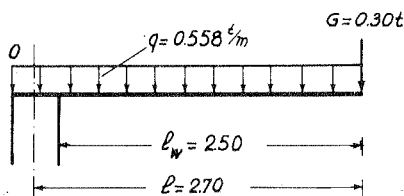
Συγκεντρωμένο φορτίο στην ά-
κρη του προβόλου: $G = 0,30 \text{ t/m}$

Υλικά: Β 300, St III.



Λύση

Προεκτίμηση



$$h_{\alpha\pi} > \frac{11}{35} = \frac{2,0 \times 2,70}{35} = 0,154 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{\alpha\pi} = 15,4 + 1,5 = 16,9 \text{ cm}$$

Λαμβάνεται $d = 17 \text{ cm}$

$$M_0 = -\frac{ql^2}{2} - G \cdot l =$$

$$= -\frac{0,558 \times 2,70^2}{2} - 0,30 \times 2,70 =$$

$$-2,03 - 0,81 = -2,84 \text{ tm}$$

$$M_{\pi\alpha\rho} = -\frac{0,558 \times 2,50^2}{2} - 0,30 \times 2,50 =$$

$$-1,74 - 0,75 = -2,49 \text{ tm}$$

Φορτία

$$q = 0,17 \times 2,40 = 0,408 \text{ t/m}$$

$$p = 0,150 \times 1,0 = 0,150 \text{ t/m}$$

$$q = 0,558 \text{ t/m}$$

$$\frac{\varepsilon_{\pi\sigma}_B}{\varepsilon_{\pi\sigma}_e} = \frac{100}{2400} \text{ (πίνακας 11 s A)}$$

$$k_h^* = 7,7 \text{ και}$$

$$h_{\alpha\pi} = k_h^* \sqrt{\frac{M}{b}} = 7,7 \sqrt{2,49} = 12,2 \text{ cm} \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 12,2 + 1,5 = 13,7 \text{ cm} < 17$$

Καθοριστικό λοιπόν το πάχος $d = 17 \text{ cm}$

$$M_{\pi\alpha\rho} = 2,49 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{15,5}{\sqrt{2,49}} = 9,8 \Rightarrow K_e = 0,47 \Rightarrow$$

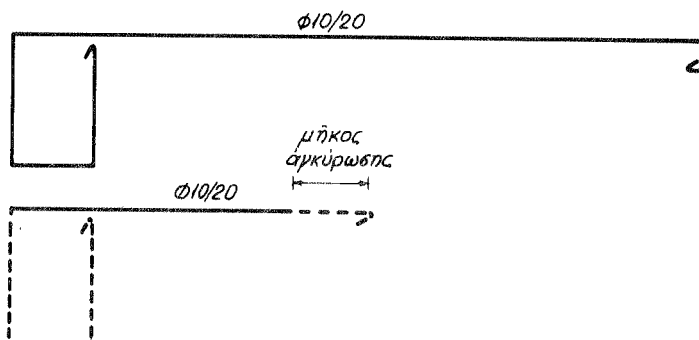
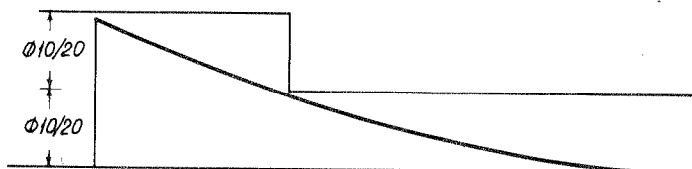
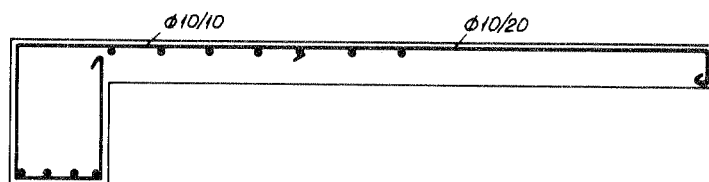
$$\Rightarrow F_e = 0,47 \frac{2,49}{0,155} = 7,55 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e = \phi 10/10 (=7,85 \text{ cm}^2/\text{m}) \text{ [πίνακας 59]}$$

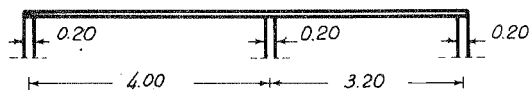
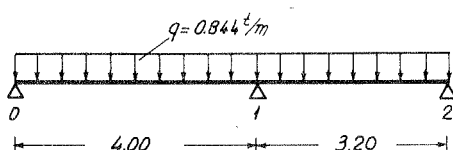
Ίσχύει $10 \text{ cm} < 1,5d = 1,5 \times 17 = 25,5 \text{ cm}$

Σχεδίαση όπλισμών

$$7,55 \text{ cm}^2 \rightarrow 2,49 \text{ tm}$$

$$7,85 \text{ cm}^2 \rightarrow 2,59 \text{ tm}$$



ΑΣΚΗΣΗ 97**Λύση****Προεκτίμηση**

Νά υπολογισθῇ ἡ συν-
νεχῆς πλάκα τοῦ σχήματος
πού προορίζεται νά φέρῃ
ῶφέλιμο κινητό φορτίο $p =$
 $= 500 \text{ kg/m}^2$ καί ἐπικάλυψη
 $g_{\epsilon\pi} = 80 \text{ kg/m}^2$.

Υλικά: B160, St I.

$$h_{\alpha\pi} > \frac{li}{35} = \frac{0,80 \times 4,00}{35} = 0,091 \text{ m}$$

$$d_{\alpha\pi} > 9,1 + 1,5 = 10,6 \text{ cm}$$

Λαμβάνεται $d = 11 \text{ cm}$

Ἡ μεγαλύτερη ροπή θά βρῖσκεται
στήν στήριξη 1:

$$M_1 = \frac{ql_{1-2}^2}{8} = \frac{0,844 \times 3,60^2}{8} =$$

$$= 1,37 \text{ tm} \quad (\S 4.4)$$

$$(\text{ὅπου } l_{1-2} = \frac{4,00 + 3,20}{2} = 3,60 \text{ m})$$

$$M_1^{\alpha\pi} \approx 0,9 \times 1,37 = 1,23 \text{ tm}$$

$$\frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k_h^* = 9,9 \Rightarrow$$

$$h_{\alpha\pi} = k_h^* \sqrt{M} = 9,9 \sqrt{1,23} = 11,0 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 11 + 1,5 = 12,5 \text{ cm}$$

Λαμβάνεται $d = 13 \text{ cm}$

Φορτία

$$g_{\omega} = 0,11 \times 2,40 = 0,264 \text{ t/m}$$

$$g_{\epsilon\pi} = 0,080 \text{ t/m}$$

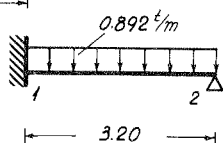
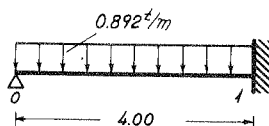
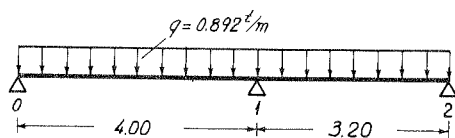
$$p = 0,500 \text{ t/m}$$

$$q = 0,844 \text{ t/m}$$

Στατική επίλυση (μέ CROSS)

Ἐπειδὴ τό κινητό φορτίο εἶναι μεγάλο θά ληφθῇ ὑπ' ὄψη
στήν ἐπίλυση.

1. minM



Φορτία

$$g_{\text{το}} = 0,13 \times 2,4 = 0,312 \text{ t/m}$$

$$g_{\text{επ}} = 0,080 \text{ t/m}$$

$$g = 0,392 \text{ t/m}$$

$$p = 0,500 \text{ t/m}$$

$$q = 0,892 \text{ t/m}$$

Θεμελιώδεις ροπές

$$M_1^{\alpha\rho} = -\frac{0,892 \times 4,0^2}{8} = -1,784 \text{ tm}$$

$$M_1^{\delta\epsilon\xi} = -0,892 \times \frac{3,20^2}{8} =$$

$$= -1,142 \text{ tm}$$

Δεῖκτες άκαμψίας καί συντελεστές κατανομής

$$k_{10} = \frac{3I}{4I_c \cdot l_1} = \frac{3}{4 \times 4,00} = 0,188$$

$$U_{10} = \frac{0,188}{0,422} = 0,444$$

$$k_{12} = \frac{3I}{4I_c \cdot l_2} = \frac{3}{4 \times 3,20} = \frac{0,234}{0,422}$$

$$U_{12} = \frac{0,234}{0,422} = 0,556$$

	1	
	0,444	0,556
	-1,784	+1,142
((1,784 - 1,142) \times 0,444 =)	+0,285	+0,357
	-1,499	+1,499

M = -1,499 tm

$$Q_0 = 0,892 \times \frac{4,0}{2} - \frac{1,499}{4,0} =$$

$$= 1,784 - 0,375 = 1,41 \text{ t}$$

$$Q_1^{\alpha\rho} = 0,892 \times \frac{4,0}{2} + \frac{1,499}{4,0} =$$

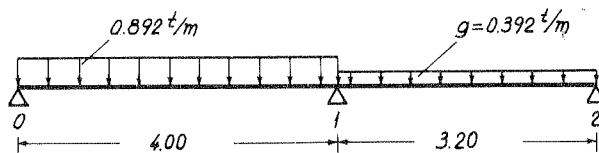
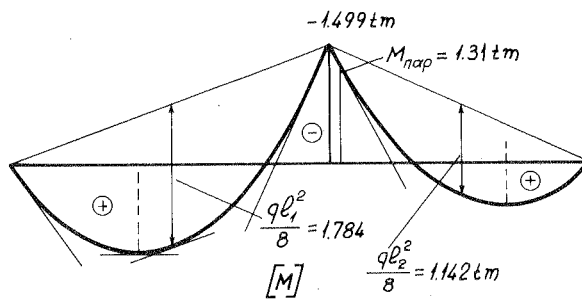
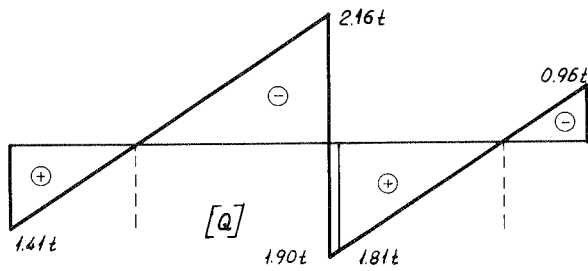
$$= 1,784 + 0,375 = 2,16 \text{ t}$$

$$Q_1^{\delta\epsilon\xi} = 0,892 \times \frac{3,20}{2} + \frac{1,499}{3,20} =$$

$$= 1,427 + 0,468 = 1,90 \text{ t}$$

$$Q_2 = 0,892 \times \frac{3,20}{2} - \frac{1,499}{3,20} =$$

$$= 1,427 - 0,468 = 0,96 \text{ t}$$

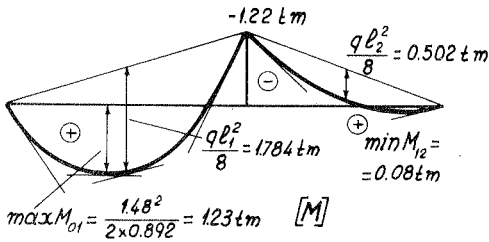
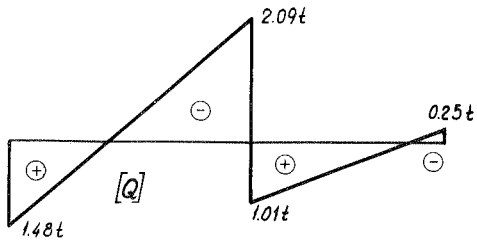


2. $\max M_{01}, \min M_{12}$

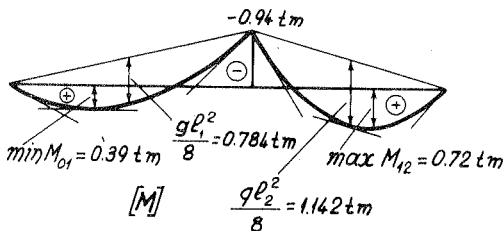
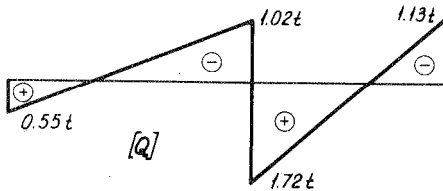
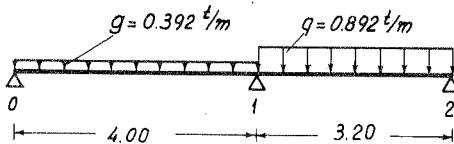
$$M_1^{\alpha\rho} = -0.892 \times \frac{4.0^2}{8} = -1.784 \text{ tm}$$

$$M_1^{\delta\epsilon\xi} = -0.392 \times \frac{3.20^2}{8} = -0.502 \text{ tm}$$

1	
0,444	0,556
-1,784	+0,502
+0,569	+0,713
-1,215	+1,215
$M_1 = -1,215 \text{ tm}$	



3. $min M_{01}, max M_{12}$



$$Q_0 = 0,892 \times \frac{4,0}{2} - \frac{1,215}{4,0} =$$

$$= 1,784 - 0,304 = 1,48t$$

$$Q_1^{\alpha p} = 0,892 \times \frac{4,0}{2} + \frac{1,215}{4,0} =$$

$$= 1,784 + 0,304 = 2,09t$$

$$Q_1^{\delta \epsilon \xi} = 0,392 \times \frac{3,20}{2} + \frac{1,215}{3,20} =$$

$$= 0,627 + 0,380 = 1,01t$$

$$Q_2 = 0,392 \times \frac{3,20}{2} - \frac{1,215}{3,20} =$$

$$= 0,627 - 0,380 = 0,25t$$

$$M_1^{\alpha p} = -0,392 \times \frac{4,0^2}{8} = -0,784tm$$

$$M_1^{\delta \epsilon \xi} = -0,892 \times \frac{3,20^2}{8} = -1,142tm$$

1	
-0,444	0,556
-0,784	+1,142
-0,159	-0,199
-0,943	+0,943

$$M_1 = -0,943tm$$

$$Q_0 = 0,392 \times \frac{4,0}{2} - \frac{0,943}{4,0} =$$

$$= 0,784 - 0,236 = 0,55t$$

$$Q_1^{\alpha p} = 0,392 \times \frac{4,0}{2} + \frac{0,943}{4,0} =$$

$$= 0,784 + 0,236 = 1,02t$$

$$Q_1^{\delta \epsilon \xi} = 0,892 \times \frac{3,20}{2} + \frac{0,943}{3,20} =$$

$$= 1,427 + 0,295 = 1,72t$$

$$Q_2 = 0,892 \times \frac{3,20}{2} - \frac{0,943}{3,20} =$$

$$= 1,427 - 0,295 = 1,13t$$

Έλεγχος σέ κάμψη

Άνοιγμα 01 $\max M_{01} = 1,23 \text{ tm}$

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k_h^* = 9,9$$

$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{1,23}} = 10,4 > k_h^* \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \frac{1,23}{0,115} = 8,77 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow f_e = \emptyset 10/9 (=8,73 \text{ cm}^2).$$

Άνοιγμα 12 $\max M_{12} = 0,72 \text{ tm}$

$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{0,72}} = 13,6 \Rightarrow k_e = 0,79 \Rightarrow F_e = 0,79 \times \frac{0,72}{0,115} = 4,95 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \emptyset 10/15 (=5,24 \text{ cm}^2)$$

Στήριξη 1 $M_1^{\pi\alpha\rho} = -1,31 \text{ tm}$

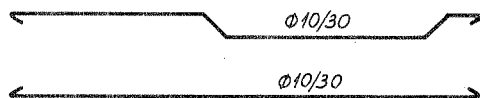
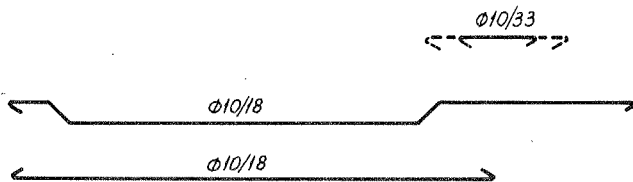
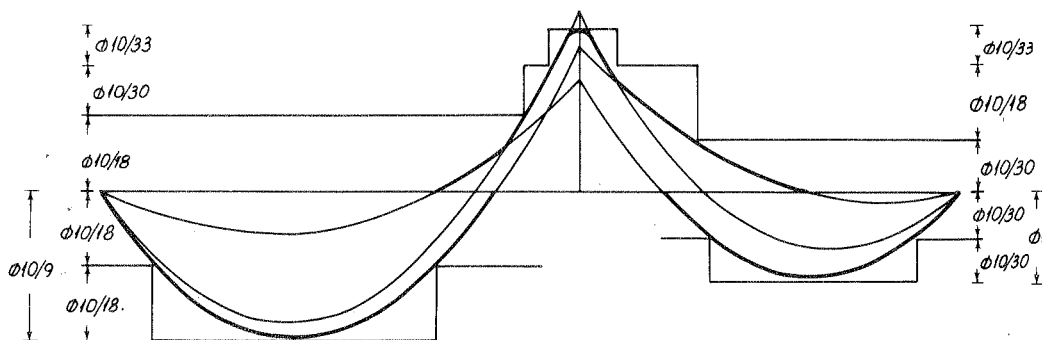
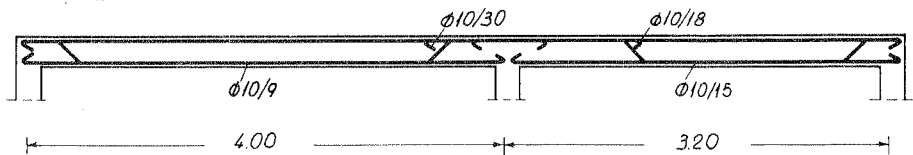
$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{1,31}} = 10,0 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \times \frac{1,31}{0,115} = 9,34 \text{ cm}^2$$

Υπάρχουν $\emptyset 10/18 (= \frac{8,73}{2} = 4,37 \text{ cm}^2)$ καί $\emptyset 10/30 (= \frac{5,24}{2} = 2,62 \text{ cm}^2)$
 άπ' τό άνοιγμα 01 άπ' τό άνοιγμα 12

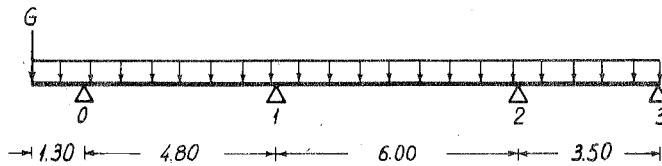
Δηλαδή συνολικά $4,37 + 2,62 = 6,99 \text{ cm}^2$.

Χρειάζονται πρόσθετα $9,34 - 6,99 = 2,35 \text{ cm}^2 \Rightarrow$

$$f_e = \emptyset 10/33 \text{ πρόσθετα}$$



ΑΣΚΗΣΗ 98



Νά υπολογισθῇ ἡ συνεχὴς πλάκα δώματος πού φέρνει φορτία:

Στηθαῖο: $G = 150 \text{ kg/m}$

Επικάλυψη: $\sigma_{\epsilon\pi} = 40 \text{ kg/m}^2$

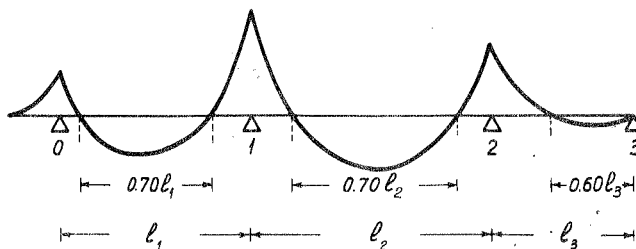
Χιόνι: $p = 63 \text{ kg/m}^2$

Επιθυμητή ἡ μεγαλύτερη δυνατή οἰκονομία

Υλικά: B300, St III.

Λύση

Επειδὴ τὰ φορτία εἶναι σχετικὰ μικρά ἀναμένεται ὅτι καθοριστικός παράγοντας τῆς ἐκλογῆς τοῦ πάχους τῆς πλάκας εἶναι ἡ ἐξασφάλιση τῆς λυγρότητας $\frac{h}{l_1} < \frac{1}{40}$. (Τό 40 ἰσχύει γιὰτί δίνεται δῶμα: § 3.2).



Επειδὴ τὰ ἀνοίγματα διαφέρουν σημαντικὰ μεταξύ τους, ἐκτιμῶνται τὰ μήκη μεταξύ διαδοχικῶν σημείων μηδενισμοῦ τῶν ροπῶν ὅπως στό σχῆμα. Στό τέλος πού θά προκύψῃ τό ὁριστικό διά-

γραμμα τών ροπών κάμψης θά ελεγχθοῦν μέ ἀκρίβεια.

Πρόβολος : $h_{\alpha\pi} = \frac{2,50 \times 1,30}{40} = 0,081 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 8,1 + 1,5 = 9,6 \text{ cm}$

Ανοίγμα 01: $h_{\alpha\pi} = \frac{0,70 \times 4,80}{40} = 0,084 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 8,4 + 1,5 = 9,9 \text{ cm}$

Ανοίγμα 12 $h_{\alpha\pi} = \frac{0,70 \times 6,00}{40} = 0,105 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 10,5 + 1,5 = 12,0 \text{ cm}$

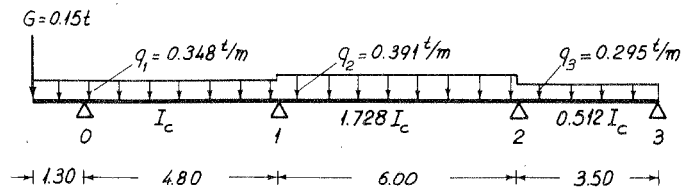
Ανοίγμα 23 $h_{\alpha\pi} = \frac{0,60 \times 3,50}{40} = 0,053 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 5,3 + 1,5 = 6,8 \text{ cm}$

Λαμβάνονται $d_{\pi\rho\sigma\beta} = 10 \text{ cm}$ $d_{01} = 10 \text{ cm}$ $d_{12} = 12 \text{ cm}$ $d_{23} = 8 \text{ cm}$

Ἐπειδὴ τό κινητό φορτίο εἶναι μικρό δέν θά ὑπολογισθῇ ἡ περιβάλλουσα τών ροπών κάμψης.

Φορτία

πρόβολος	0-1	1-2	2-3	
g	=0,10x2,40=0,24t/m	0,10x2,40=0,240t/m	0,12x2,40=0,288t/m	0,08x2,40=0,192
g _{επ}	=0,04 "	=0,04 "	=0,040 "	=0,04
p	=0,063 "	=0,063 "	=0,063 "	=0,063
q	=0,343t/m	=0,343t/m	=0,391t/m	=0,295

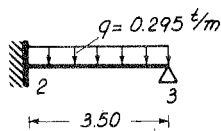
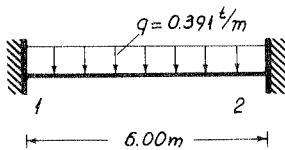
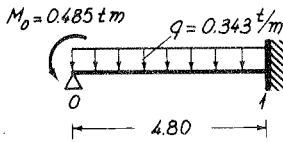


$$I_{01} = 1,00 \times \frac{0,10^3}{12} = I_c$$

$$I_{12} = 1,00 \times \frac{0,12^3}{12} = \left(\frac{0,12}{0,10} \right)^3 I_c = 1,728 I_c$$

$$I_{23} = 1,00 \times \frac{0,08^3}{12} = \left(\frac{0,08}{0,10} \right)^3 I_c = 0,512 I_c$$

Θεμελιώσεις ροπές



$$M_0 = -0,15 \times 1,30 - 0,343 \times \frac{1,30^2}{2} = -0,48 \text{ tm}$$

$$M_{10} = -0,343 \times \frac{4,80^2}{8} - \frac{M_0}{2} = -0,99 + \frac{0,48}{2} = -0,75 \text{ tm}$$

$$M_{12} = M_{21} = -0,391 \times \frac{6,00^2}{12} = -1,17 \text{ tm}$$

$$M_{23} = -0,295 \times \frac{3,50^2}{8} = -0,45 \text{ tm}$$

Δεϊκτες άκαμψίας και συντελεστές κατανομής

$$k_{10} = \frac{3I_{10}}{4I_c l} = \frac{3}{4 \times 4,80} = 0,156$$

$$v_{10} = \frac{0,156}{0,444} = 0,351$$

$$k_{12} = \frac{4I_{12}}{4I_c l} = \frac{4 \times 1,728}{4 \times 6,00} = 0,288$$

$$= 0,444$$

$$v_{12} = \frac{0,288}{0,444} = 0,649$$

$$= 1,000$$

$$k_{21} = k_{12} = 0,288$$

$$v_{21} = \frac{0,288}{0,398} = 0,724$$

$$k_{23} = \frac{3I_{23}}{4I_c l} = \frac{3 \times 0,512}{4 \times 3,50} = 0,110$$

$$v_{23} = \frac{0,110}{0,398} = 0,276$$

1		2	
0,35	0,649	0,724	0,276
-0,75	+1,17	-1,17	+0,45
-0,15	-0,27	-0,14	
	+0,31	+0,62	+0,24
-0,11	-0,20	-0,10	
	+0,04	+0,07	+0,03
-0,01	-0,03	-0,02	
		0,01	0,01
-1,02	+1,02	-0,73	0,73

$$M_1 = -1,02 \text{ tm}$$

$$M_2 = -0,73 \text{ tm}$$

$$Q_0^{\alpha\beta} = 0,343 \times 1,30 + 0,15 = 0,446 + 0,15 = 0,60t$$

$$Q_0^{\delta\epsilon\xi} = 0,343 \times \frac{4,80}{2} + \frac{-1,02 + 0,48}{4,80} = 0,82 - 0,11 = 0,71t$$

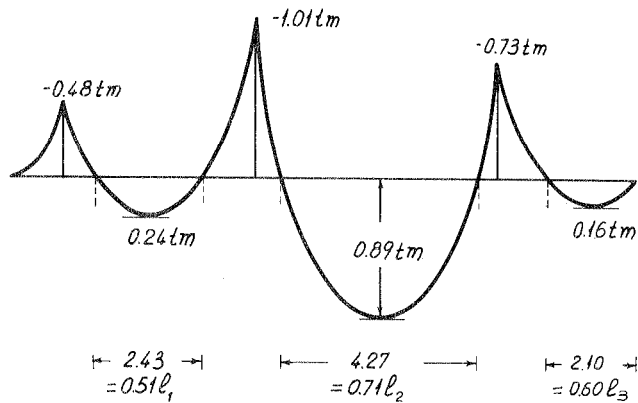
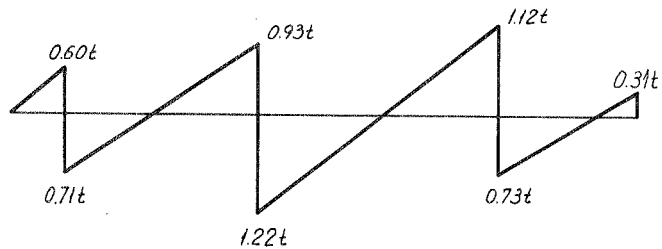
$$Q_1^{\alpha\beta} = \quad " \quad - \quad " \quad = \quad " \quad + \quad " \quad = 0,93t$$

$$Q_1^{\delta\epsilon\xi} = 0,391 \times \frac{6,00}{2} + \frac{-0,73 + 1,02}{6,00} = 1,17 + 0,05 = 1,22t$$

$$Q_2^{\alpha\beta} = \quad " \quad - \quad " \quad = \quad " \quad - \quad " \quad = 1,12t$$

$$Q_2^{\delta\epsilon\xi} = 0,295 \times \frac{3,50}{2} + \frac{0,73}{3,50} = 0,52 + 0,21 = 0,73t$$

$$Q_3 = \quad " \quad - \quad " \quad = \quad | \quad " \quad - \quad " \quad = 0,31t$$



$$\max M_{01} = \frac{0,71^2}{2 \times 0,343} - 0,48 = 0,25tm$$

$$\max M_{12} = \frac{1,22^2}{2 \times 0,391} - 1,02 = 0,88tm$$

$$\max M_{23} = \frac{0,31^2}{2 \times 0,295} = 0,16tm$$

Παρατήρηση

* Έδω τό διάγραμμα τεμνουσών κατασκευάστηκε για νά βρεθοῦν οἱ μέγιστες ροπές τῶν ἀνοιγμάτων. Φυσικά δέν ἦταν ἀναγκαῖο νά ὑπολογισθῇ ὁλόκληρο, ἐκτός ἀπό $Q_0^{\delta\epsilon\chi}, Q_1^{\delta\epsilon\chi}$ καί Q_2 .

Μετρῶνται οἱ ἀποστάσεις μεταξύ τῶν σημείων μηδενισμοῦ τῶν ροπῶν καί παρατηρεῖται ὅτι ἡ συνθήκη τῆς ἐπιτρεπόμενης λυγνρότητας καλύπτεται ἤδη ἀπό τήν ἀρχική ἐκτίμηση.

“Ελεγχος σέ κάμψη ($\frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{100}{2400} \Rightarrow k_h^* = 7,7$)

“Ανοίγμα 01

$$k_h = \frac{8,5}{\sqrt{0,24}} = 17,4 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{0,24}{0,085} = 1,27 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \emptyset 8/37 \text{ ἀλλά } 37 > 1,5d = 1,5 \times 10 = 15 \text{ cm}$$

$$\text{“Αρα τοποθετεῖται ὀπλισμός } \emptyset 8/15 (= 3,35 \text{ cm}^2)$$

“Ανοίγμα 12

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,88}} = 11,2 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{0,88}{0,105} = 3,86 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \emptyset 8/13 (= 3,87 \text{ cm}^2)$$

“Ανοίγμα 23

Ἡ ἐλάχιστη τιμή τῆς ροπῆς τοῦ ἀνοίγματος εἶναι

$$\min M_{23} = \frac{q l^2}{14,22} = \frac{0,295 \times 3,50^2}{14,22} = 0,25 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{6,5}{\sqrt{0,25}} = 13,0 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{0,25}{0,065} = 1,73 \text{ cm}^2$$

“Εχομε τόν ἐλάχιστο ἐπιτρεπόμενο ὀπλισμό $f_e = \emptyset 8/12 (= 4,19 \text{ cm}^2)$
(12=1,5d)

Στήριξη 0

$$M' \approx 0,9 \times 0,48 = 0,43 \text{ tm} \quad (M' = \text{ροπή παρειᾶς κατά ἐκτίμηση ἔση μέ } 0,9M)$$

$$k_h = \frac{8,5}{\sqrt{0,43}} = 13,0 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{0,43}{0,085} = 2,33 \text{ cm}^2.$$

ἐκ τοῦ ἀνοίγματος 01 ὑπάρχουν $\emptyset 8/30 (= \frac{3,35}{2} = 1,68 \text{ cm}^2)$ ἀρα χρειάζονται πρόσθετα $F_e = 2,33 - 1,68 = 0,65 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e = \emptyset 8/50$ πρόσθ. (=1,00 cm²).

Στήριξη 1

$$M' = 0,9 \times 1,02 = 0,92 \text{ tm}$$

Αριστερά

$$k_h = \frac{8,5}{\sqrt{0,92}} = 8,9 \Rightarrow k_e = 0,47 \Rightarrow F_e = 0,47 \times \frac{0,92}{0,085} = 5,09 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{l} \text{υπάρχουν} \quad \varnothing 8 / 30 + \varnothing 8 / 26 \quad (= \frac{3,35}{2} + \frac{3,87}{2} = 3,61 \text{ cm}^2) \\ \text{ἀπ' τό ἀνοιγ.} \quad \text{ἀπ' τό ἀνοιγ.} \\ \text{01} \quad \quad \quad \text{12} \end{array}$$

Τοποθετείται πρόσθετος όπλισμός $f_e = \varnothing 8 / 34 (= 1,48 \text{ cm}^2)$

Δεξιά

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,92}} = 10,9 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{0,92}{0,105} = 4,03 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$f_e = \varnothing 8 / 50 \text{ προσθ. } (= 1,00 \text{ cm}^2) \text{ (υπάρχουν } 3,61 \text{ cm}^2)$$

Στήριξη 2

$$M' = 0,9 \times 0,73 = 0,66 \text{ tm}$$

Αριστερά

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,66}} = 12,9 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{0,66}{0,105} = 2,83 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{l} \text{υπάρχουν} \quad \varnothing 8 / 26 + \varnothing 8 / 24 (= 4,03 \text{ cm}^2) \Rightarrow f_e = \text{ἀρκειῖ} \\ \text{ἀπό 01} \quad \text{ἀπό 12} \end{array}$$

Δεξιά

$$k_h = \frac{6,5}{\sqrt{0,66}} = 8,0 \Rightarrow k_e = 0,48 \Rightarrow F_e = 0,48 \times \frac{0,66}{0,065} = 4,87 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$f_e = \varnothing 8 / 5 \text{ προσθ. } (= 1,00 \text{ cm}^2)$$

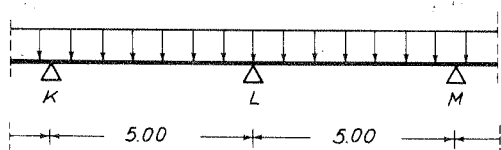
Παρατήρηση

* Είναι πιθανό νά μή έπιτύχη ή έκτίμηση ἀπό τήν ἀρχή, ή έργασία όμως θά είναι ή ίδια. Είναι δυνατό μόνο νά γίνουν διάφορες διορθώσεις μέχρι νά έχωμε λύση πού νά συμβιβάζεται μέ όλους τούς κανονισμούς.

ΑΣΚΗΣΗ 99

Ζητείται ο υπολογισμός πλάκας πολλών ίσων ανοιγμάτων $l = 5,00\text{m}$ που φέρνει ωφέλιμο φορτίο $p = 200\text{kg/m}^2$ καί επί- κάλυψη $g_{\varepsilon\pi} = 70\text{kg/m}^2$.

Υλικό: B160, St I.

Λύση

Λαμβάνεται $d = 11\text{cm}$

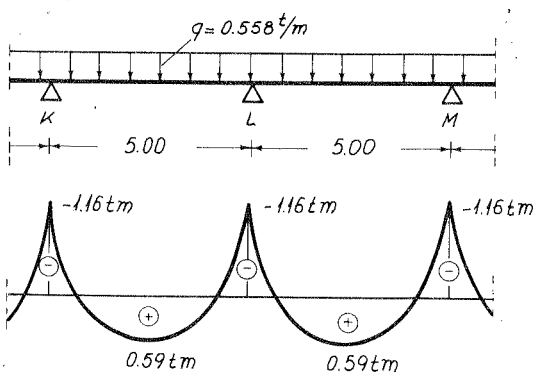
$$M_L = -\frac{q l^2}{12} = -0,534 \times \frac{5,0^2}{12} = -1,11\text{tm}$$

$$M'_L = -0,9 \times 1,11 = -1,00\text{tm}$$

$$\frac{\varepsilon_{\pi\sigma_b}}{\varepsilon_{\pi\sigma_e}} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k_h^* = 9,9 \Rightarrow$$

$$h_{\alpha\pi} = 9,9\sqrt{1,00} = 9,9\text{cm} \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 9,9 + 1,5 = 11,4\text{cm} > 11\text{cm}.$$

Λαμβάνεται $d = 12\text{cm}$.

Στατική επίλυση**Προεκτίμηση**

$$h_{\alpha\pi} = \frac{0,6 \times 5,0}{35} = 0,086 \Rightarrow$$

$$d_{\alpha\pi} = 8,6 + 1,5 = 10,1\text{cm}$$

Φορτία

$$g_{\iota\delta} = 0,11 \times 2,4 = 0,264\text{t/m}$$

$$g_{\varepsilon\pi} = 1,00 \times 0,70 = 0,070\text{t/m}$$

$$p = 1,00 \times 0,200 = 0,200\text{t/m}$$

$$q = 0,534\text{t/m}$$

Φορτία

$$g_{\iota\delta} = 0,12 \times 2,4 = 0,288\text{t/m}$$

$$g_{\varepsilon\pi} = 0,070\text{t/m}$$

$$p = 0,200\text{t/m}$$

$$q = 0,558\text{t/m}$$

Από τόν πίνακα 56 είναι:

$$M_L = -0,083ql^2 = -0,083 \times 0,558 \times 5,0^2 = -1,16 \text{ tm}$$

$$M_{KL} = M_{LM} = 0,042ql^2 = 0,042 \times 0,558 \times 5,0^2 = 0,59 \text{ tm}$$

Έλεγχος σέ κάμψη

Άνοιγμα

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,59}} = 13,7 \Rightarrow k_e = 0,79 \Rightarrow F_e = 0,79 \times \frac{0,59}{0,105} = 4,44 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \emptyset 8/11 (=4,57 \text{ cm}^2) \text{ είναι } 11 \text{ cm} < 1,5 \times 12 = 18 \text{ cm}.$$

Στήριξη

$$M' = 0,9 \times 1,16 = 1,04 \text{ tm}$$

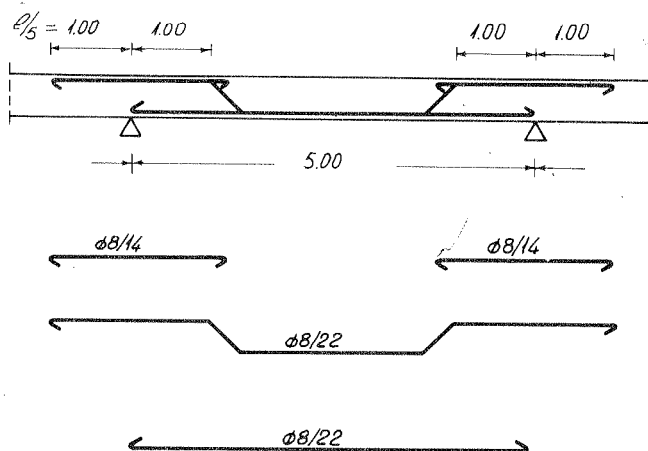
$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{1,04}} = 10,3 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \times \frac{1,04}{0,105} = 8,12 \text{ cm}^2$$

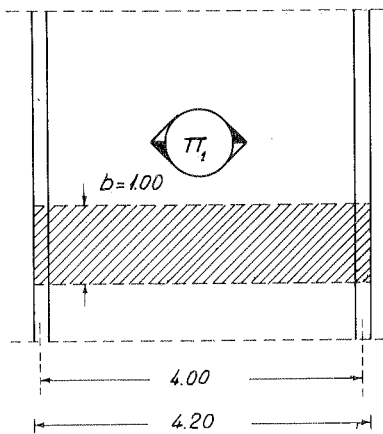
Υπάρχουν $\emptyset 8/22 + \emptyset 8/22 (=4,57 \text{ cm}^2)$ από τὰ ανοίγματα.

Χρειάζεται λοιπόν πρόσθετος όπλισμός

$$F_e = 8,12 - 4,57 = 3,55 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e = \emptyset 8/14 \text{ πρόσθ. } (=5,59 \text{ cm}^2).$$

Σχεδίαση όπλισμών





Ζητείται η οικονομικότερη λύση στην πλάκα του σχήματος με συνδυασμό υλικών μεταξύ:

A: B160 και St I

B: B160 και St III_R (Rippen-Torstahl)

Γ: B225 και St III_R (" ")

Η πλάκα έχει επικάλυψη $g_{επ} = 0,070 \text{ t/m}^2$ και προορίζεται να φέρνει ωφέλιμο φορτίο $p = 0,200 \text{ t/m}^2$.

Τιμές υλικών:

B160: 600 δρχ/ m^3

B225: 650 δρχ/ m^3

St I: 12 δρχ/kg.

St III_R: 13 δρχ/kg.

Λύση

Η συνθήκη της λυγρότητας δίνει

$$h_{απ} = \frac{11}{35} = \frac{4,0}{35} = 0,114 \Rightarrow d_{απ} = 11,4 + 1,5 = 12,9 \text{ cm}$$

A. B 160 και St I $d = 13 \text{ cm}$ $\left(\frac{εσ_b}{εσ_e} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k_h^* = 9,9 \right)$

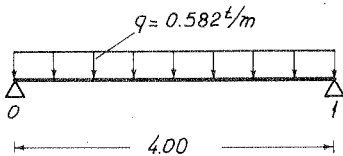
Φορτία

$$g = 0,13 \times 2,40 = 0,312 \text{ t/m}$$

$$g_{επ} = 0,070 \text{ t/m}$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}$$

$$q = 0,582 \text{ t/m}$$



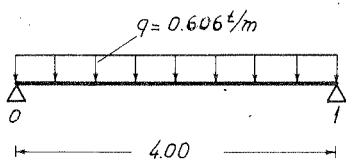
$$\max M_{01} = 0,582 \times \frac{4,00^2}{8} = 1,16 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{1,16}} = 10,7 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \times \frac{1,16}{0,115} = 8,27 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \emptyset 10/9 (=8,73 \text{ cm}^2)$$

B. B 160 και St III_R $d = 14$ $\left(\frac{εσ_b}{εσ_e} = \frac{60}{2400} \Rightarrow k_h^* = 11,6 \right)$

(Μέ $d = 13$ προκύπτει $k_h = 10,7 < k_h^*$).



Φορτία

$$g = 0,14 \times 2,40 = 0,336 \text{ t/m}$$

$$g_{\varepsilon\pi} = 0,070 \text{ t/m}$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}$$

$$q = 0,606 \text{ t/m}$$

$$\max M_{01} = 0,606 \times \frac{4,00^2}{8} = 1,21 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{12,5}{\sqrt{1,21}} = 11,4 \approx k_h^* \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{1,21}{0,125} = 4,45 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \varnothing 8/11 (=4,57 \text{ cm}^2).$$

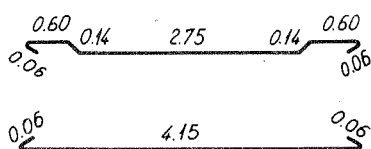
$$\mathbf{Γ. B 225} \text{ καί } \mathbf{st III_R} \quad d = 13 \quad \left(\frac{\varepsilon_{\pi\sigma_b}}{\varepsilon_{\pi\sigma_e}} = \frac{80}{2400} \Rightarrow k_h^* = 9,2 \right)$$

Όπως στην Α περίπτωση

$$k_h = 10,7 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{1,16}{0,115} = 4,64 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \varnothing 8/10,5 (=4,79 \text{ cm}^2)$$

Προμέτρηση - Προϋπολογισμός (Γιὰ λωρίδα πλάτους 1,00m)



$$\bar{l} = \frac{4,35 + 4,27}{2} = 4,31 \text{ m}$$

$$G_{F_e} = 1 \cdot f_e \cdot \gamma_{F_e} \quad \text{όπου} \quad \gamma_{F_e} = 7,85 \text{ gr/cm}^3 = 0,00785 \text{ kgr/cm}^3$$

A. B 160 καί **st I**

$$\text{Σκυρόδεμα: } V = 0,13 \times 1,00 \times 4,20 = 0,546 \text{ m}^3 \quad \Delta_{\sigma\kappa\upsilon\rho} = 0,546 \times 600 = 328 \text{ δρχ}$$

$$\text{Χάλυβας : } G = 431 \times 8,73 \times 0,00785 = 29,5 \text{ kgr} \quad \Delta_{F_e} = 29,5 \times 12 = 354 \text{ δρχ}$$

$$\Delta = 682 \text{ δρχ}$$

B. B 160 και St III_R

$$\begin{aligned} \text{Σκυρόδεμα: } V &= 0,14 \times 1,00 \times 4,20 = 0,588 \text{ m}^3 & \Delta_{\text{σκυρ}} &= 0,588 \times 600 = 353 \delta \text{ρχ} \\ \text{Χάλυβας : } G &= 431 \times 4,57 \times 0,00785 = 15,5 \text{ kg} & \Delta_{F_e} &= 15,5 \times 13 = 202 \delta \text{ρχ} \\ & & \Delta &= 555 \delta \text{ρχ} \end{aligned}$$

Γ. B 225 και St III_R

$$\begin{aligned} \text{Σκυρόδεμα: } V &= 0,13 \times 1,00 \times 4,20 = 0,546 \text{ m}^3 & \Delta_{\text{σκυρ}} &= 0,546 \times 650 = 355 \delta \text{ρχ} \\ \text{Χάλυβας : } G &= 431 \times 4,79 \times 0,00785 = 16,2 \text{ kg} & \Delta_{F_e} &= 16,2 \times 13 = 211 \delta \text{ρχ} \\ & & \Delta &= 566 \delta \text{ρχ} \end{aligned}$$

Ἡ περίπτωση Β σέ σχέση μέ τήν Α δίνει οἰκονομία 19%

Ἡ " Γ " " " 17%

Παρατήρηση

★ Σέ ἀμφιέρειστη πλάκα γιά συνηθισμένα ἀνοίγματα καί συνηθισμένα φορτία τό πάχος τῆς πλάκας ἐξαρτᾶται βασικά ἀπό τήν συνθήκη τῆς λυγηρότητας. Ὁ ὀπλισμός καλύπτει ἕνα ὁμοιόμορφο, ἐκτεταμένο σέ ὅλο τό μήκος τῆς δοκοῦ, διάγραμμα ροπῶν.

★ Ἀντίθετα σέ συνεχή πλάκα τό πάχος τῆς πλάκας ἐξαρτᾶται βασικά ἀπό τήν ἀντοχή τῶν ὑλικῶν καί ὁ ὀπλισμός ἔρχεται νά καλύφῃ αἰχμές τῶν ροπῶν κάμψης (στά στηρίγματα) καί σχετικά μικρότερες ροπές στά ἀνοίγματα.

★ Γι'αὐτό καί στίς συνεχεῖς πλάκες ὑπάρχουν μεγαλύτερες διακυμάνσεις στήν οἰκονομία, ἀνάλογα μέ τόν συνδυασμό τῶν ὑλικῶν.

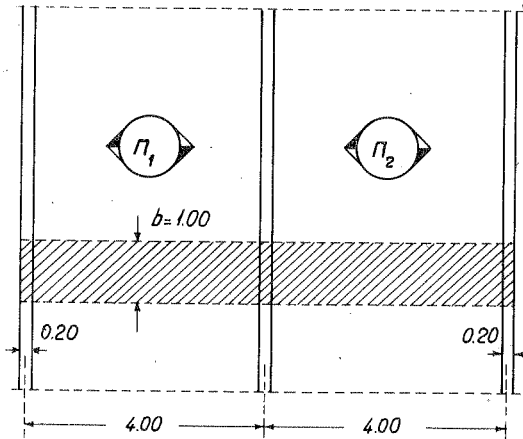
ΑΣΚΗΣΗ 101

Ζητεῖται ἡ οἰκονομικώτερη λύση στήν συνεχή πλάκα τοῦ σχήματος μέ συνδυασμό ὑλικῶν μεταξύ:

A: B 160 καί St I

B: B 160 καί St III_R

Γ: B 225 καί St III_R



Δίνονται:

$$g_{\epsilon\pi} = 0,070 \text{ t/m}$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}$$

Τιμές υλικών:

$$B160: 600 \text{ δρχ/m}^3,$$

$$B225: 650 \text{ δρχ/m}^3.$$

$$St \text{ I}: 12 \text{ δρχ/kg},$$

$$St III_R: 13 \text{ δρχ/kg}.$$

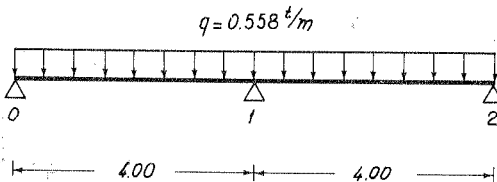
Λύση

Η συνθήκη της λυγρότητας δίνει:

$$n_{\alpha\pi} = \frac{1i}{35} = \frac{0,80 \times 4,0}{35} = 0,091 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 9,1 + 1,5 = 10,6 \text{ cm}$$

$$A. B \text{ 160 και } St \text{ I} \quad d = 12 \text{ cm} \left(\frac{\epsilon_{\pi\sigma_b}}{\epsilon_{\pi\sigma_e}} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k^* = 9,9 \right)$$

Φορτία



$$g_{\epsilon\delta} = 0,12 \times 2,40 = 0,288 \text{ t/m}$$

$$g_{\epsilon\pi} = 0,070 \text{ t/m}$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}$$

$$q = 0,558 \text{ t/m}$$

$$M_1 = - \frac{0,558 \times 4,0^2}{8} = -1,12 \text{ tm}$$

$$\max M_{01} = \max M_{12} = \frac{0,558 \times 4,0^2}{14,22} = 0,63 \text{ tm}$$

Ανοιγμα 01 12

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,63}} = 13,2 \Rightarrow k_e = 0,79 \Rightarrow F_e = 0,79 \times \frac{0,63}{0,105} = 4,74 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \phi 8/10,5 (=4,79 \text{ cm}^2)$$

Στήριξη 1

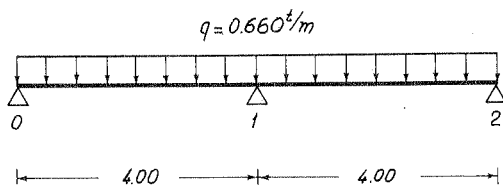
$$M'_1 = 0,9 \times 1,12 = 1,01 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{1,01}} = 10,4 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \times \frac{1,01}{0,105} = 7,89 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

Υπάρχουν $\emptyset 8/21 + \emptyset 8/21 (=4,79 \text{ cm}^2)$ από τὰ άνοιγματα $\Rightarrow$

$$F_e^{\text{προσθ}} = 7,89 - 4,79 = 3,10 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e = \emptyset 8/16 \text{ πρόσθ. } (=3,14 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Β.Β 160 και St III}_R \quad d = 14 \text{ cm} \quad \left(\frac{\epsilon \pi \sigma_b}{\epsilon \pi \sigma_e} = \frac{60}{2400} \Rightarrow k_h^* = 11,6 \right)$$



Φορτία

$$g_{\text{δ}} = 0,14 \times 2,40 = 0,336 \text{ t/m}$$

$$g_{\text{επ}} = 0,070 \text{ t/m}$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}$$

$$q = 0,606 \text{ t/m}$$

$$M_1 = - \frac{0,606 \times 4,0^2}{8} = -1,21 \text{ tm}$$

$$\max M_{01} = \max M_{12} = \frac{0,606 \times 4,0^2}{14,22} = 0,68 \text{ tm}$$

Άνοιγμα 01 12

$$k_h = \frac{12,5}{\sqrt{0,68}} = 15,2 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{0,68}{0,125} = 2,45 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \emptyset 8/20 (=2,51 \text{ cm}^2) \quad [\epsilon \text{ίναι } 20 \text{ cm} < 1,5 \times 14 = 21 \text{ cm}]$$

Στήριξη 1

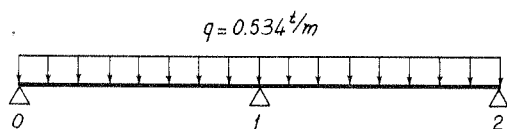
$$M'_1 = 0,9 \times 1,21 = 1,09 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{12,5}{\sqrt{1,09}} = 12,0 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{1,09}{0,125} = 4,01 \text{ cm}^2$$

Υπάρχουν $\emptyset 8/40 + \emptyset 8/40 (=2,51 \text{ cm}^2)$

$$F_e^{\text{προσθ}} = 4,01 - 2,51 = 1,50 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e = \emptyset 8/33 \text{ πρόσθ. } (=1,53 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Γ.Β 225 και St III}_R \quad d = 11 \text{ cm} \quad \left(\frac{\epsilon \pi \sigma_b}{\epsilon \pi \sigma_e} = \frac{80}{2400} \Rightarrow k_h^* = 9,2 \right)$$



Φορτία

 $\text{---} 4.00 \text{ ---} \text{---} 4.00 \text{ ---}$

$$g_{\text{υδ}} = 0,11 \times 2,40 = 0,264 \text{ t/m}$$

$$g_{\text{επ}} = 0,070 \text{ t/m}$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}$$

$$M_1 = -\frac{0,534 \times 4,0^2}{8} = -1,07 \text{ tm}$$

$$\max M_{01} = \max M_{12} = \frac{0,534 \times 4,0^2}{14,22} = 0,60 \text{ tm}$$

$$q = 0,534 \text{ t/m}$$

Άνοιγμα 01 12

$$k_h = \frac{9,5}{\sqrt{0,60}} = 12,3 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{0,60}{0,095} = 2,91 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \emptyset 8/16,5 (=3,05 \text{ cm}^2) : \delta \text{ \text{ελάχιστος άπαιτούμενος δόλιςμός}} \\ (1,5d = 1,5 \times 11 = 16,5 \text{ cm})$$

Στήριξη 1

$$M'_1 = 0,9 \times 1,07 = 0,96 \text{ tm}$$

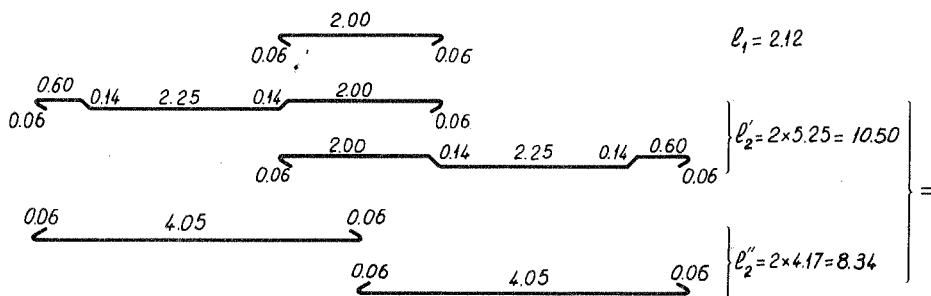
$$k_h = \frac{9,5}{\sqrt{0,96}} = 9,7 > 9,2 \Rightarrow k_e = 0,47 \Rightarrow F_e = 0,47 \times \frac{0,96}{0,095} = 4,75 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Υπάρχουν } \emptyset 8/33 + \emptyset 8/33 (=3,05 \text{ cm}^2)$$

$$F_e^{\text{προσθ}} = 4,75 - 3,05 = 1,70 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e = \emptyset 8/30 (=1,68 \text{ cm}^2)$$

Προμέτρηση - Προϋπολογισμός

(Λαμβάνεται λωρίδα πλάτους 1,0 m έκτεινόμενη στά δύο άνοιγματα)



$$G_{Fe} = l \cdot f_e \cdot \gamma_{Fe} \text{ \text{όπου } } \gamma_{Fe} = 0.00785 \text{ kg/cm}^3$$

$$\Rightarrow \bar{l}_2 = \frac{10.50 + 8.34}{2} = 9.42 \text{ m}$$

A, B 160 καί st I

$$\text{Σκυρόδεμα: } V = 0,12 \times 1,00 \times 8,20 = 0,984 \text{ m}^3 \Rightarrow \Delta_B = 0,984 \times 600 = 590 \delta\rho\chi$$

$$\text{Χάλυβας: } \begin{cases} G_1 = 212 \times 3,14 \times 0,00785 = 5,23 \text{ kg} \Rightarrow \Delta_{F_e}^1 = 5,23 \times 12 = 63 \delta\rho\chi \\ G_2 = 942 \times 4,79 \times 0,00785 = 35,42 \text{ kg} \Rightarrow \Delta_{F_e}^2 = 35,42 \times 12 = 425 \delta\rho\chi \end{cases}$$

$$\Delta = 1078 \delta\rho\chi$$

B, B 160 καί st III_R

$$\text{Σκυρόδεμα: } V = 0,14 \times 1,00 \times 8,20 = 1,148 \text{ m}^3 \Rightarrow \Delta_B = 1,148 \times 600 = 689 \delta\rho\chi$$

$$\text{Χάλυβας: } \begin{cases} G_1 = 212 \times 1,53 \times 0,00785 = 2,55 \text{ kg} \Rightarrow \Delta_{F_e}^1 = 2,55 \times 13 = 33 \delta\rho\chi \\ G_2 = 942 \times 2,51 \times 0,00785 = 18,56 \text{ kg} \Rightarrow \Delta_{F_e}^2 = 18,56 \times 13 = 241 \delta\rho\chi \end{cases}$$

$$\Delta = 963 \delta\rho\chi$$

Γ, B 225 καί st III_R

$$\text{Σκυρόδεμα: } V = 0,11 \times 1,00 \times 8,20 = 0,902 \text{ m}^3 \Rightarrow \Delta_B = 0,902 \times 650 = 586 \delta\rho\chi$$

$$\text{Χάλυβας: } \begin{cases} G_1 = 212 \times 1,68 \times 0,00785 = 2,80 \text{ kg} \Rightarrow \Delta_{F_e}^1 = 2,80 \times 13 = 36 \delta\rho\chi \\ G_2 = 942 \times 3,05 \times 0,00785 = 22,55 \text{ kg} \Rightarrow \Delta_{F_e}^2 = 22,55 \times 13 = 293 \delta\rho\chi \end{cases}$$

$$\Delta = 915 \delta\rho\chi$$

Ἡ περίπτωση Β σέ σχέση μέ τήν Α δίνει οἰκονομία 11%

Ἡ " Γ " " " 15%

Ἐκτός ἀπό αὐτή τήν οἰκονομία πού ὀφείλεται ἀποκλειστικά στίς πλάκες ὑπάρχει καί ἐπίδραση στίς δοκοὺς πού ἐδράζονται:

Ἡ Β περίπτωση σέ σχέση μέ τήν Α δίνει μεγαλύτερο φορτίο

$$\frac{0,606}{0,558} - 1 = 9\% \text{ (αὐξηση)}$$

Ἡ Γ περίπτωση σέ σχέση μέ τήν Α δίνει μικρότερο φορτίο

$$1 - \frac{0,534}{0,558} = 4\% \text{ (μείωση)}.$$

Ὅποτε ἡ Γ περίπτωση εἶναι ἡ οἰκονομικώτερη καί γιὰ τίς πλάκες καί γιὰ τήν ὑπόλοιπη κατασκευή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΧΙ

ΟΛΟΣΩΜΕΣ ΠΛΑΚΕΣ ΚΑΜΠΤΟΜΕΝΕΣ ΚΑΤΑ ΔΥΟ ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ

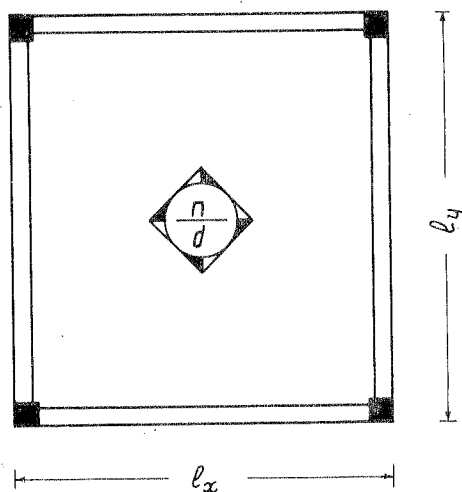
1. ΓΕΝΙΚΑ

Όταν η μία διάσταση της πλάκας δέν διαφέρει πολύ από την άλλη, η πλάκα κάμπτεται καί προς τίς δύο διευθύνσεις.

Μέ βάση τόν ισχύοντα κανονισμό η πλάκα θεωρείται τετραέρειστη όταν

$$\frac{l_{\max}}{l_{\min}} \leq 1,5$$

(κατά νεώτερες απόψεις όταν $\frac{l_{\max}}{l_{\min}} \leq 2,0$).



2. ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΠΑΧΟΣ ΠΛΑΚΩΝ

$\min h = \frac{l_{\min}}{50}$ σε περίπτωση πλάκας ενός φατνώματος, που ἐδράζεται ἐλεύθερα περιμετρικά.

$\min h = \frac{l_{\min}}{60}$ σε περίπτωση πάκτωσης (ή συνέχειας) πρὸς κάποια ἀκμή.

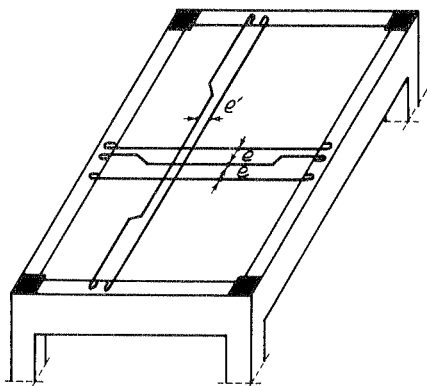
3. ΟΠΛΙΣΜΟΣ

Ἐπειδὴ οἱ τετραέρειστες πλάκες κάμπτονται πρὸς δύο δι-

ευθύνσεις, χρειάζονται όπλισμό και προς τις δύο διευθύνσεις.

3.1. Για τις αποστάσεις των ράβδων όπλισμού ισχύουν οι συν-

θήκες των άμφιέρειστων πλακών.



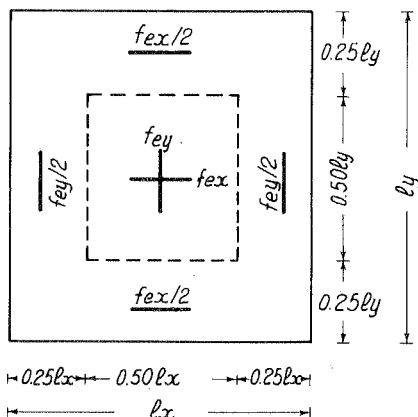
Είδικα κατά την διεύθυνση των ασθενέστερων ροπών (ό όπλισμός στην πάνω στρώση) ή απόσταση των ράβδων του όπλισμού μπορεί να είναι ίση με τό διπλάσιο του πάχους της πλάκας αλλά όχι μεγαλύτερη των 25cm.

Δηλαδή

$$e \leq \min \begin{cases} 1,5d \\ 20\text{cm} \end{cases} : \text{Διεύθυνση μεγαλύτερων ροπών}$$

$$e' \leq \min \begin{cases} 2,0d \\ 25\text{cm} \end{cases} : \text{Διεύθυνση μικρότερων ροπών}$$

3.2.



Ο όπλισμός που υπολογίζεται προς κάθε διεύθυνση μειώνεται κατά κανόνα στο μισό στα άκρα τα τέταρτα του πλάτους του φαινώματος.

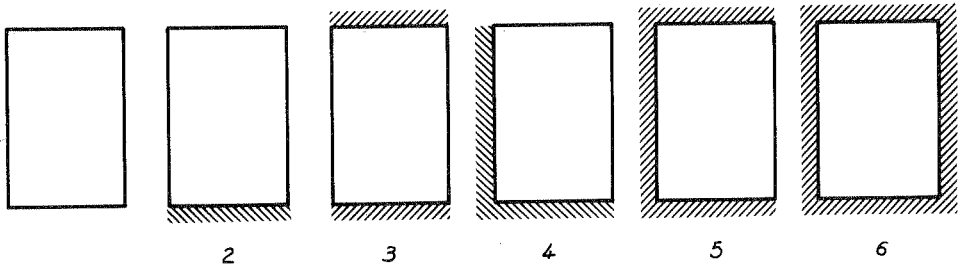
Παρατήρηση

★ Κατά την διεύθυνση των μεγαλύτερων ροπών ο όπλισμός τοποθετείται στην κάτω στρώση, ώστε προς αυτήν την διεύθυνση να υπάρχει μεγαλύτερο στατικό ύψος.

4. ΣΤΑΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ

τετραέρειστων πλακών φορτιζόμενων με όμοιομορφο φορτίο.

Ανάλογα με τόν τρόπο στήριξης κάθε πλάκα χαρακτηρίζεται με ένα αριθμό, δηλαδή:

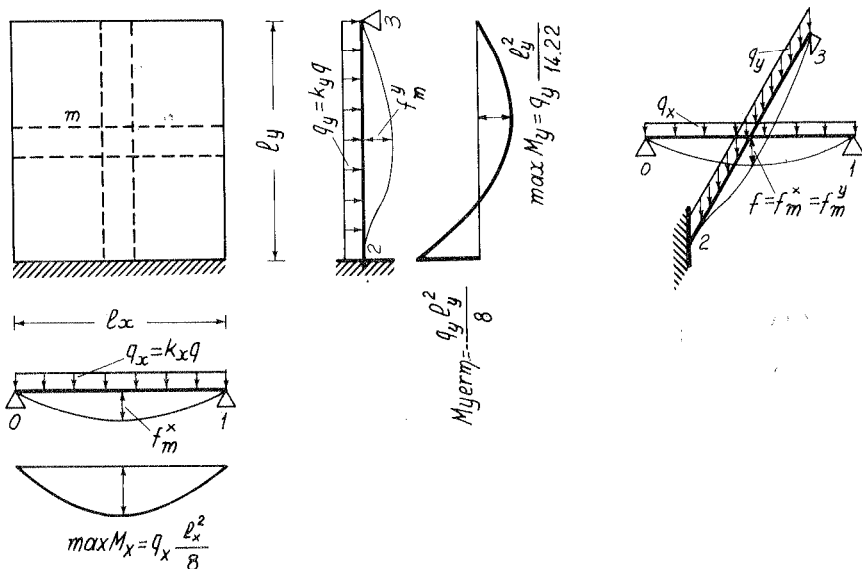


Με μία γραμμή συμβολίζεται η ελεύθερα στρεφόμενη παρυφή και με διαγράμμιση η πακτωμένη παρυφή.

4.1. Θεμελιώδεις Ροπές στήριξης και ροπές άνοιγμάτων

Οι μέθοδοι υπολογισμού είναι βασικά δύο. Η προσεγγιστική μέθοδος κατά MARCUS και η ακριβής μέθοδος της έλαστικότητας.

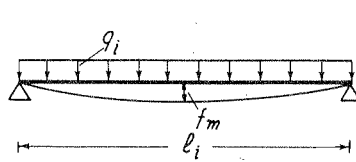
4.1.1 Μέθοδος MARCUS (προσεγγιστική)



• Η πλάκα αντικαθίστανται από δύο διασταυρούμενες λωρίδες (κατά τις διευθύνσεις x και y), που συναντιώνται στο μέσο m της πλάκας.

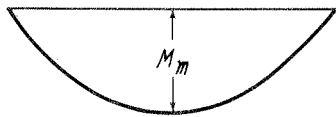
• Ανάλογα με τις συνθήκες στήριξης των παρυφών οι λωρίδες μπορεί νά είναι άμφιαρθρωτές, μονόπακτες ή άμφιπακτες.

• Κάθε λωρίδα με τό αντίστοιχο φορτίο της δίνει μία έλαστική γραμμή και ένα διάγραμμα ροπών:

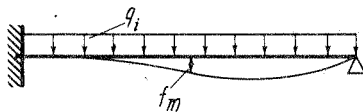


$$f_m = \frac{5}{384} \frac{q_i l_i^4}{EI} \Rightarrow c = \frac{5}{384}$$

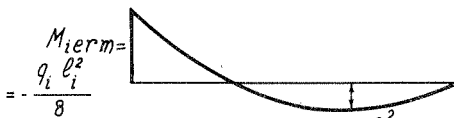
$$M_m^o = M_{\max}^o = \frac{q_i l_i^2}{8}$$



$$f_m = \frac{1}{192} \frac{q_i l_i^4}{EI} \Rightarrow c = \frac{1}{192}$$



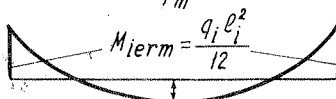
$$M_{\text{ierm}}^o = -\frac{q_i l_i^2}{8} \text{ \& } M_{\max}^o = \frac{q_i l_i^2}{14,22}$$



$$M_{\max} = \frac{q_i l_i^2}{14,22}$$

$$f_m = \frac{1}{384} \frac{q_i l_i^4}{EI} \Rightarrow c = \frac{1}{384}$$

$$M_{\text{ierm}}^o = -\frac{q_i l_i^2}{12} \text{ \& } M_m^o = M_{\max}^o = \frac{q_i l_i^2}{24}$$



$$M_{\max} = \frac{q_i l_i^2}{24}$$

• Κάθε λωρίδα θεωρείται ότι παραλαμβάνει φορτίο q_x ή q_y τέτοιο ώστε:

$$1. \quad q_x + q_y = q$$

$$2. \quad f_m^x = f_m^y \quad (f_m^x = \frac{c_x q_x l^4}{EI} \text{ και } f_m^y = \frac{c_y q_y l^4}{EI})$$

Από τις εξισώσεις (1) και (2) υπολογίζονται τα φορτία

$$q_x = k_x q \text{ και } q_y = k_y q \quad (k_x + k_y = 1,0) \quad \text{όπου}$$

$$k_x = \frac{\frac{c_y}{c_x} \varepsilon^4}{1 + \frac{c_y}{c_x} \varepsilon^4} \quad \text{και} \quad k_y = \frac{1}{1 + \frac{c_y}{c_x} \varepsilon^4} \quad (\varepsilon = \frac{l_y}{l_x})$$

• Οι ροπές των ανοιγμάτων και των στηρίξεων βρίσκονται με την επίλυση των άρθρωτων ή μονόπακτων ή άμφιπακτων λωρίδων κατά τις δύο διευθύνσεις με αντίστοιχα φορτία q_x και q_y .

• Με την θεώρηση των ανεξάρτητων διασταυρούμενων λωρίδων δέν λήφθηκε υπ' όψη η συνεργασία των λωρίδων με τις διπλανές τους μέσω των ροπών συστροφής. Η ευνούϊκή επίδραση των ροπών συστροφής δίνεται με τούς συντελεστές συστροφής v_i ($i = x, y$)

$$M_{\max} = v_i M_{\max}^0 \quad \text{όπου:}$$

$$\text{κατά την διεύθυνση } x: v_x = [1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\varepsilon^2} \cdot \frac{M_{x\max}^0}{M_x}] \quad (M_x = \frac{1}{8} q l_x^2)$$

$$\text{κατά την διεύθυνση } y: v_y = [1 - \frac{5}{6} \cdot \varepsilon^2 \cdot \frac{M_{y\max}^0}{M_y}] \quad (M_y = \frac{1}{8} q l_y^2)$$

• Οι ροπές συστροφής επηρεάζουν μόνο τις ροπές των ανοιγμάτων.

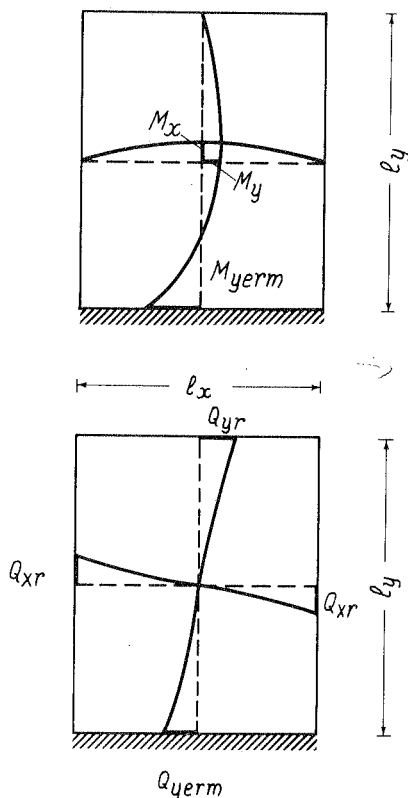
• Όταν η πλάκα δέν συνδέεται μονολιθικά στα σημεία έδρασης της, υπάρχουν συναντώμενες έλευθες παρυφές και ακόμη δέν προβλέπεται όπλισμός συστροφής, οι ροπές των ανοιγμάτων είναι μεγαλύτερες, δηλαδή:

$$M'_{\max} = v'_i M_{\max} \quad \text{όπου } v'_i = \frac{1+v_i}{2} \quad (i = x, y)$$

• Με βάση τις πιο πάνω σχέσεις συντάχθηκαν οι πίνακες 60÷65 που δίνουν τούς συντελεστές k_x, k_y, v_x, v_y και v'_x, v'_y .

• Οι πίνακες αυτοί έχουν πρακτική σημασία μόνο για τον υπολογισμό των ροπών σε ελεύθερα έδραζόμενες πλάκες. Πρακτικά και ουσιαστικά "βολεύουν" οι πίνακες της επόμενης μεθόδου που δίνουν μεγαλύτερη ακρίβεια.

4.1.2. Μέθοδος ελαστικότητας κατά Czerghy



4.1.2.1. 'Ανάλογα με τον λόγο $\epsilon = \frac{l_y}{l_x}$ και το είδος της στήριξης, στους πίνακες 66-71 προκύπτουν συντελεστές που δίνουν απ'εύθείας τις ροπές των ανοιγμάτων και στηρίξεων των πλακών, και είναι:

$$M_x = \frac{q l_x^2}{m_x} \quad M_y = \frac{q l_x^2}{m_y}$$

$$M_{xerm} = -\frac{q l_x^2}{m_{xerm}} \quad M_{yerm} = -\frac{q l_x^2}{m_{yerm}}$$

Ακόμη δίνονται οι τέμνουσες δυνάμεις των παρυφών:

$$Q_{xr} = \rho_{xr} \cdot q \cdot l_x \quad Q_{yr} = \rho_{yr} \cdot q \cdot l_x$$

$$Q_{xerm} = \rho_{xerm} \cdot q \cdot l_x \quad Q_{yerm} = \rho_{yerm} \cdot q \cdot l_x$$

Παρατηρήσεις

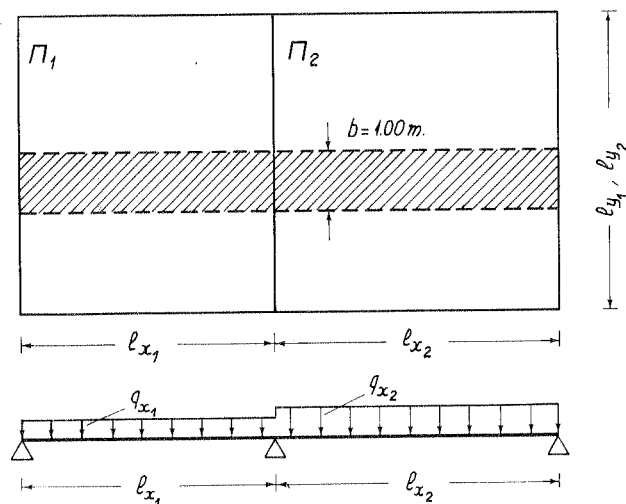
★ Οι ροπές και οι τέμνουσες "έκφράζονται" σε συνάρτηση προς την μικρότερη διάσταση l_x , αντίθετα προς τη μέθοδο Marcus που η ροπή κάθε διεύθυνσης "έκφράζεται" σε συνάρτηση προς τη διάσταση της αντίστοιχης διεύθυνσης.

★ Οι πίνακες των πλακών αναφέρονται σε λόγους πλευρών $\frac{l_y}{l_x} \geq 1$. Όταν $\frac{l_y}{l_x} < 1$ θα θεωρηθεί η πλάκα με στροφή κατά 90° .

★ Σέ ειδικούς πίνακες π.χ. στην Έλληνική Έκδοση του Beton-Kalender δίνονται και οι ροπές συστροφής M_{xy} (φυσικά όταν υπάρχουν οι προϋποθέσεις εμφάνισής τους) καθώς και οι τέμνουσες δυνάμεις q και $\bar{q}$ για περιπτώσεις κάμψης χωρίς και με, ροπές συστροφής στις παρυφές, αντίστοιχα

4.2. Ροπές συνεχών τετραέρειστων πλακών

4.2.1 Μέθοδος συνεχών λωρίδων



Λαμβάνονται λωρίδες πλάτους 1,00m κατά τις διευθύνσεις συνεχείας.

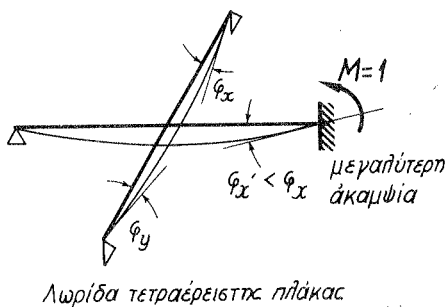
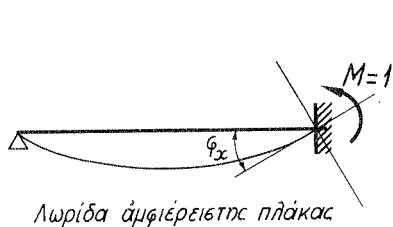
Με τα φορτία q_{xi} και q_{yi} που αντιστοιχούν σε ανοίγματα l_{xi} και l_{yi} επιλύονται οι συνεχείς λωρίδες (σάν συνεχείς δοκοί) με μία από τις γνωστές μεθόδους.

Με την μέθοδο αυτή οι δείκτες άκαμψίας υπολογίζονται αφού θεωρηθούν οι ζώνες σάν μονόπακτες ή άμφιπακτες ράβδοι.

Τά σφάλματα που προκύπτουν με αυτή την μέθοδο είναι πολλές φορές πολύ μεγάλα.

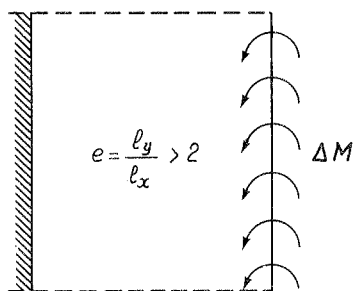
Αυτό οφείλεται αποκλειστικώς στο γεγονός ότι θεωρούνται οι ζώνες σαν ράβδοι.

Στήν πραγματικότητα οι άκαμψιες των τετραέρειστων πλακών εξαρτιούνται και από τις δύο διευθύνσεις.

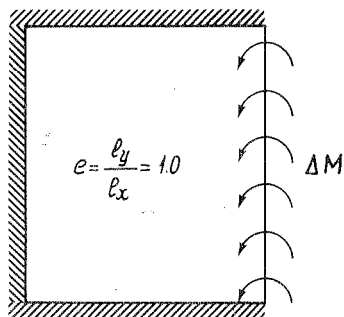
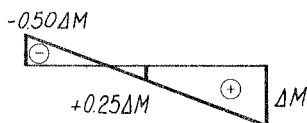


Ακόμη μεγαλύτερο σφάλμα γίνεται στον υπολογισμό των σύντελεστών μεταβίβασης των ροπών και στον υπολογισμό των ροπών άνοιγμάτων λόγω στροφής της στήριξης (ή το ίδιο, λόγω εξωτερικής ροπής στην στήριξη).

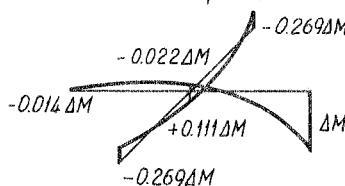
Οι διαφορές φαίνονται στο επόμενο παράδειγμα.



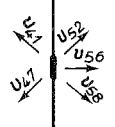
$$\text{Δείκτης άκαμψιας } K = \frac{I}{I_c \cdot \ell}$$



$$\text{Δείκτης άκαμψιας } K = 1.875 \frac{I}{I_c \cdot \ell}$$



4.2.2. Άκριβής μέθοδος

Π_1	Π_2	Π_3
Π_4		Π_6
Π_7	Π_8	Π_9

α. Ανάλογα με τόν τρόπο στήριξης και τόν λόγο των πλευρών βρίσκονται οι συντελεστές άκαμψίας και οι δείκτες μεταβίβασης κάθε πλάκας. Πίνακες πού δίνουν αυτά τά μεγέθη βρίσκονται σέ διάφορα βιβλία (π.χ. τοῦ Hahn).

β. Παγιώνονται όλες οι στηρίξεις και βρίσκονται οι θεμελιώδεις ροπές.

γ. Έλευθερώνεται μία στήριξη π.χ. ή 45 και γίνεται ή κατανομή πρός όλες τίς διευθύνσεις (CROSS στό επίπεδο).

Η εργασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρις ότου γίνει έξι-σωση των ροπών.

Βέβαια μία τέτοια επίλυση είναι πολύπλοκη και κουραστική. Γίνεται μόνο όταν δίνονται μεγάλα ανοίγματα, πολύ ά-νισα και έντονες διαφορές στά πάχη των πλακών.

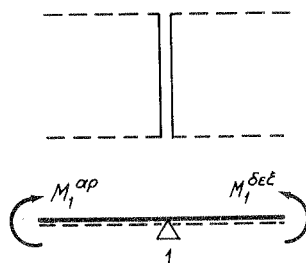
4.2.3. Πρακτικά άκριβής μέθοδος

Γιά συνηθισμένες πλάκες έ-στω και μεγάλων ανοιγμάτων, άνί-σων ανοιγμάτων και σχετικά μι-κρών διαφορών στά πάχη, μέ άρκε-τή άκρίβεια οι ροπές στήριξης ύ-πολογίζονται μέ τήν άπλη σχέση:

$$M_1 = \frac{M_1^{\alpha\rho} + M_1^{\delta\epsilon\zeta}}{2} \text{ όπου } M_1^{\alpha\rho} \text{ και } M_1^{\delta\epsilon\zeta}$$

είναι οι θεμελιώδεις ροπές των πλακών κοντά στην στήριξη 1.

Οι ροπές των ανοιγμάτων υπολογίζονται μόνο μέ θεώρηση



ακάμπτων στηρίξεων, μιά και οι διαφορές των ροπών στις στηρίξεις επηρεάζουν ελάχιστα τις ροπές των ανοιγμάτων (βλέπε παράδειγμα § 4.2.1.)

• Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται στα περισσότερα προβλήματα της πράξης γιατί είναι σχεδόν ακριβής (πολύ ακριβέστερη της πρώτης μεθόδου των λωρίδων) και σύγχρονα πολύ σύντομη.

5. ΣΤΑΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΛΑΚΩΝ με ειδικές φορτίσεις.

Ο υπολογισμός τέτοιων πλακών αντιμετωπίζεται στον τρίτο τόμο.

6. ΟΠΛΙΣΜΟΣ ΣΥΣΤΡΟΦΗΣ

• Οπλισμός συστροφής χρειάζεται σε τετραέρειςτες πλάκες που βρίσκονται σύγχρονα κάτω από τις δυό επόμενες συνθήκες.

1. Υπάρχει δυνατότητα ανύψωσης των παρυφών της πλάκας (κυρίως στις γωνίες) π.χ. όταν η έδραση της πλάκας γίνεται σε όπτοπλινθοδομή ή σε δοκούς μετά την σκυροδέτηση τους και δεν έχει προβλεφθεί οπλισμός για την έμπόδιση της ανύψωσης των παρειών.

2. Έχουν τουλάχιστον δύο παρακείμενες ελεύθερες παρυφές.

• Σε περίπτωση που "χρειάζεται" οπλισμός συστροφής αλλά δεν τον τοποθετούμε, οι ροπές των πλακών υπολογίζονται με τους συντελεστές του MARCUS v'_x και v'_y .

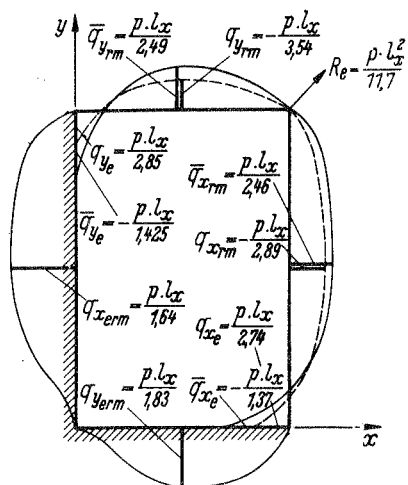
7. ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΗΡΙΞΕΩΝ ΠΛΑΚΩΝ

7.1. Σύμφωνα με τη θεωρία ελαστικότητας

Τά διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων κατά μήκος των στηρίξεων είναι οι αντιδράσεις των πλακών.

Η φόρτιση αυτή έχει πολύπλοκη εξέλιξη για αυτό δεν είναι πρακτική, κυρίως για την επίλυση των δοκών που φορτίζει.

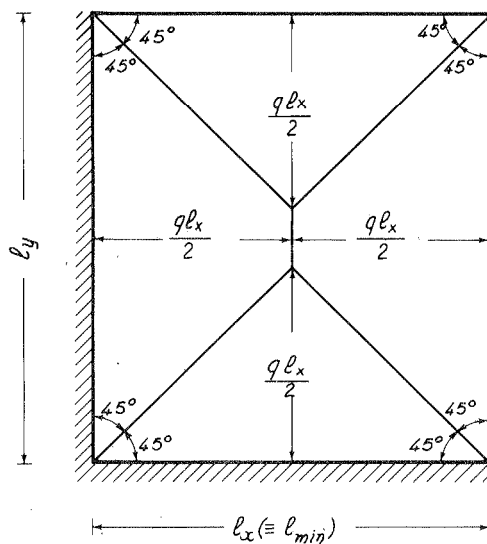
Οι κανονισμοί δίνουν απλές μορφές αντιδράσεων.



$$\bar{q}_{xerm} = q_{xerm}$$

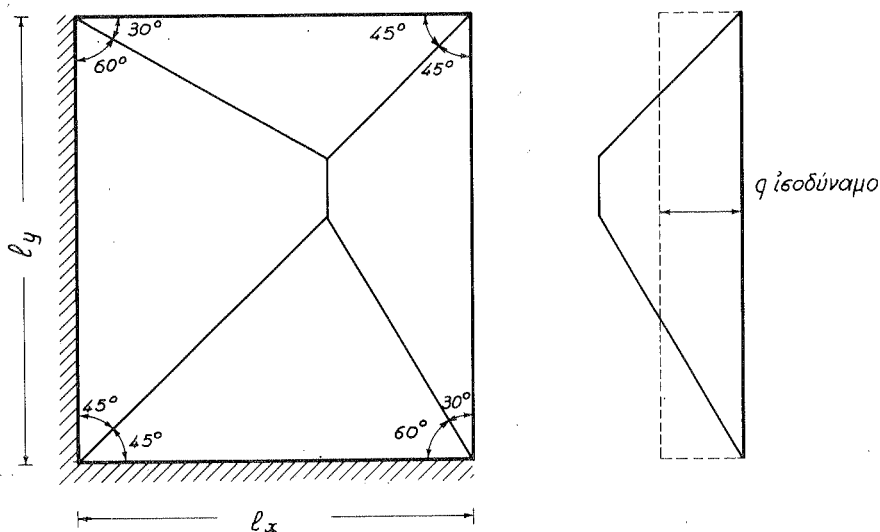
$$\bar{q}_{yerm} = q_{yerm}$$

7.2. Σύμφωνα με τούς υπάρχοντες κανονισμούς



Τά φορτία, ανεξάρτητα απ'τό είδος της στήριξης της πλάκας, κατανέμονται στις στήριξεις τριγωνικά κατά 45° .

7.3. Σύμφωνα με τούς νέους Γερμανικούς κανονισμούς



Η κατανομή των φορτίων γίνεται με τον ακόλουθο νόμο.

Στην τομή δυό ὁμοίων παρυφῶν (πακτωμένων ἢ ἐλεύθερα στρεπτῶν) ἡ διανομή τοῦ φορτίου γίνεται με γωνία 45° .

Στην τομή δυό ἀνόμοιων παρυφῶν ἡ διανομή τοῦ φορτίου γίνεται με γωνία 60° πρὸς τὴν πλευρὰ τῆς πακτωμένης παρυφῆς καὶ 30° πρὸς τὴν πλευρὰ τῆς ἐλεύθερα στρεπτῆς παρυφῆς.

• Η κατανομή αὐτή πλησιάζει πολύ στὴν πραγματικὴ κατανομή τῆς ἐλαστικότητας. Γι' αὐτὸ προτείνεται ἡ χρησιμοποίηση αὐτῆς στὰ προβλήματα τῆς πράξης.

• Γιὰ νὰ "βολεύη" πρακτικὰ ἡ προκύπτουσα φόρτιση ἀνάγεται σὲ ἰσοδύναμη ὀρθογωνική.

• Στους πίνακες 66÷71 δίνονται οἱ συντελεστές ἀντίδρασης u_{lr} καὶ u_{le} τῶν τετραέρειστων πλακῶν σὲ συνάρτηση με τὸν λόγον τῶν πλευρῶν καὶ τὸ εἶδος τῆς στήριξης ὥστε:

$$q_{xr} = u_{xr} \cdot q \cdot l_x \quad \text{καὶ} \quad q_{yr} = u_{xr} \cdot q \cdot l_{xr}$$

$$q_{xerm} = u_{xe} \cdot q \cdot l_x \quad \text{καὶ} \quad q_{yerm} = u_{ye} \cdot q \cdot l_x$$

όπου:

q_{xr} και q_{yr} (σέ t/m) οι "όμοιομορφισμένες" αντιδράσεις σέ έ-
λεύθερα στρεπτές παρυφές.

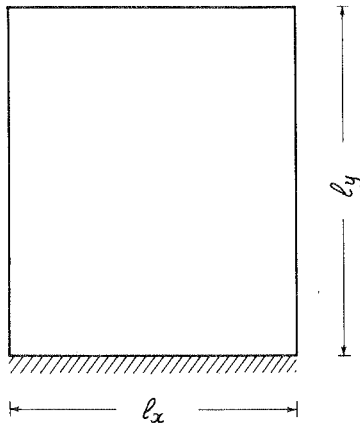
q_{xe} και q_{ye} οι "όμοιομορφισμένες" αντιδράσεις σέ πακτωμένες
παρυφές.

q (σέ t/m^2) τό φορτίο τής πλάκας.

l_x (σέ m) ή μικρότερη διάσταση τής πλάκας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 102



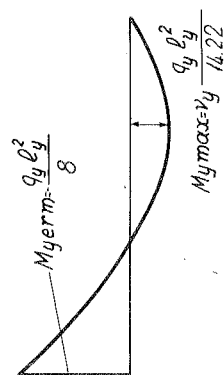
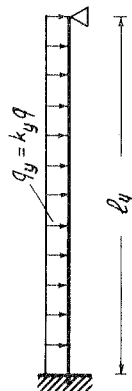
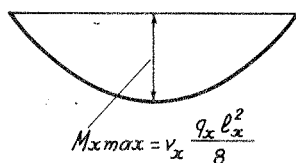
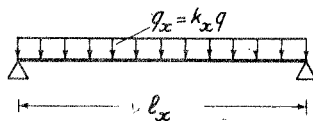
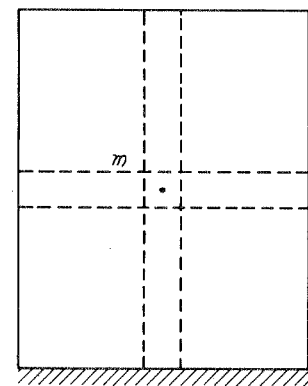
Νά επιλυθῇ στατικά ἡ τετρα-
έρειστη πλάκα "τύπου 2" τοῦ σχή-
ματος μέ τήν μέθοδο "ἐξίσωσης τῶν
βελῶν κάμψης" (μέθοδος MARCUS).

Ἐφαρμογή: $l_y = 5,0 \text{ m}$

$l_x = 4,0 \text{ m}$

$q = 1,0 \text{ t/m}^2$

Λύση



Σύμφωνα με τα αναπτυσσόμενα στην § 4.1.1. είναι:

$$k_x = \frac{\frac{c_y}{c_x} \cdot \epsilon^4}{1 + \frac{c_y}{c_x} \cdot \epsilon^4} \quad \text{και} \quad k_y = \frac{1}{1 + \frac{c_y}{c_x} \cdot \epsilon^4}$$

$$v_x = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\epsilon^2} \cdot \frac{M_{x\max}}{M_x} \quad \text{και} \quad v_y = 1 - \frac{5}{6} \cdot \epsilon^2 \cdot \frac{M_{y\max}}{M_y}$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι:

$$\left. \begin{aligned} c_x &= \frac{5}{384} \text{ (άμφιαρθρωτή ζώνη)} \\ c_y &= \frac{1}{192} \text{ (μονόπακτη ζώνη)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{c_y}{c_x} = 0,40$$

$$\text{Άρα: } k_x = \frac{0,40\epsilon^4}{1+0,40\epsilon^4} \quad \text{και} \quad k_y = \frac{1}{1+0,40\epsilon^4}$$

$$v_x = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\epsilon^2} \cdot \frac{M_{xm}}{M_x} = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{\epsilon^2} \cdot \frac{\frac{k_x q l_x^2}{8}}{\frac{q l_x^2}{8}} = 1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{k_x}{\epsilon^2}$$

$$\text{και } v_y = 1 - \frac{5}{6} \cdot \epsilon^2 \cdot \frac{M_{ym}}{M_y} = 1 - \frac{5}{6} \cdot \epsilon^2 \cdot \frac{\frac{k_y q l_y^2}{8}}{\frac{q l_y^2}{8}} = 1 - 0,469 \cdot k_y \cdot \epsilon^2$$

Εφαρμογή

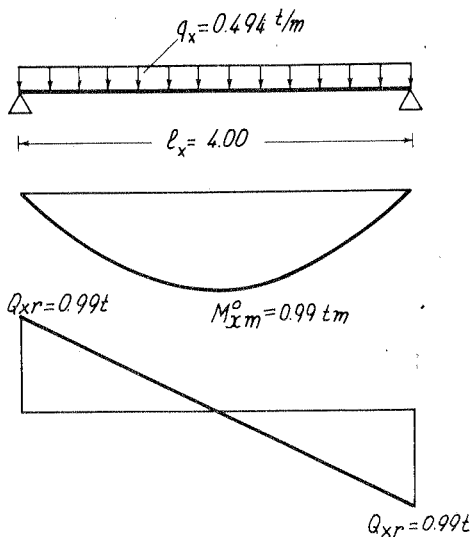
$$\epsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{5,0}{4,0} = 1,25$$

$$k_x = \frac{0,40 \times 1,25^4}{1+0,40 \times 1,25^4} = 0,494 \quad \text{και} \quad k_y = \frac{1}{1+0,40 \times 1,25^4} = 0,506$$

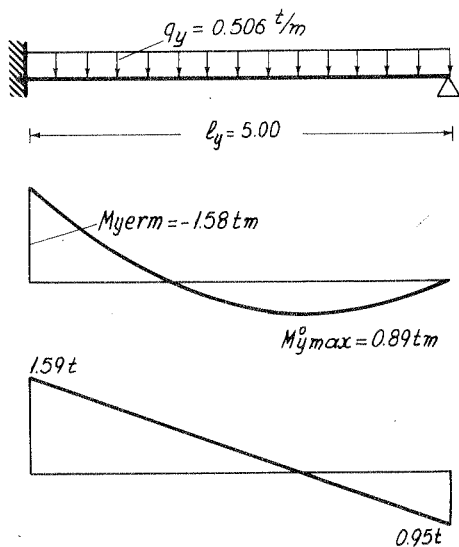
$$v_x = 1 - \frac{5}{6} \times \frac{0,494}{1,25^2} = 0,737 \quad \text{και} \quad v_y = 1 - 0,469 \times 0,506 \times 1,25^2 = 0,629$$

$$q_x = k_x \cdot q = 0,494 \times 1,0 = 0,494 \text{ t/m} \quad q_y = k_y \cdot q = 0,506 \times 1,0 = 0,506 \text{ t/m}$$

Διεύθυνση x



Διεύθυνση y



$$M_{xm}^0 = \frac{q_x l_x^2}{8} = 0.494 \times \frac{4.0^2}{8} = 0.99 \text{ tm}$$

$$Q_{xr} = \frac{q_x l_x}{2} = 0.494 \times \frac{4.0}{2} = 0.99 \text{ t}$$

Λαμβάνοντας υπ' όψη τις ροπές συστρωφής προκύπτει:

$$M_x = v_x M_{xm}^0 = 0.737 \times 0.99 = 0.73 \text{ tm}$$

$$M_{yerm}^0 = -\frac{q_y l_y^2}{8} = -0.506 \times \frac{5.0^2}{8} = -1.58 \text{ tm}$$

$$M_{ymax}^0 = \frac{q_y l_y^2}{14.22} = 0.506 \times \frac{5.0^2}{14.22} = 0.89 \text{ tm}$$

$$Q_{yerm} = \frac{q_y l_y}{2} - \frac{M_{yerm}}{l_y} = 0.506 \times \frac{5.0}{2} + \frac{1.58}{5.0} = 1.27 + 0.32 = 1.59 \text{ t}$$

$$Q_{yr} = 1.27 - 0.32 = 0.95 \text{ t}$$

Λαμβάνοντας υπ' όψη τις ροπές συστρωφής:

$$M_y = v_y M_{ym}^0 = 0.629 \times 0.89 = 0.56 \text{ tm}$$

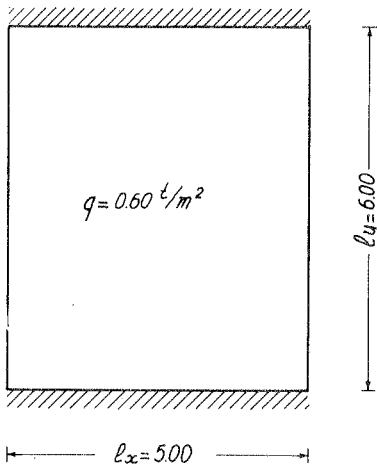
$$M_{yerm} = M_{yerm}^0 = -1.58$$

Παρατήρηση

★ Οι συντελεστές k_x, k_y, v_x, v_y μπορούν να λαμβάνονται απ' εύθείας από τους πίνακες 60 ÷ 65.

★ Στην συγκεκριμένη εφαρμογή από τον πίνακα 61α για $\epsilon = 1.25$ προκύπτει $k_x = 0.494, k_y = 0.506, v_x = 0.737, v_y = 0.629$.

ΑΣΚΗΣΗ 103



Νά επιλυθῇ στατικά ἡ πλάκα τοῦ σχήματος: 1) Μὲ τὴν προσεγγιστικὴ μέθοδο τοῦ MARCUS καί 2) Μὲ τὴν ἀκριβῆ μέθοδο κατὰ Czerny.

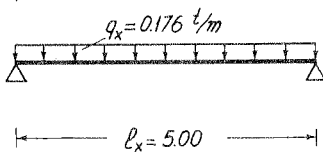
Λύση

1 Μέθοδος MARCUS

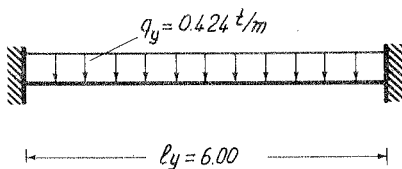
Χρησιμοποιεῖται ὁ πίνακας 62α

$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{6,0}{5,0} = 1,20 \Rightarrow k_x = 0,293, k_y = 0,707, v_x = 0,830, v_y = 0,717.$$

Διεύθυνση x



Διεύθυνση y



$$q_x = k_x q = 0,293 \times 0,60 = 0,176 \text{ t/m}$$

$$M_{xm}^0 = \frac{q_x l_x^2}{8} = 0,176 \times \frac{5,0^2}{8} = 0,55 \text{ tm}$$

$$M_x = v_x M_{xm}^0 = 0,830 \times 0,55 = 0,46 \text{ tm}$$

$$Q_{xr} = q_x \frac{l_x}{2} = 0,176 \times \frac{5,0}{2} = 0,44 \text{ t}$$

$$q_y = k_y \cdot q = 0,707 \times 0,60 = 0,424 \text{ t/m}$$

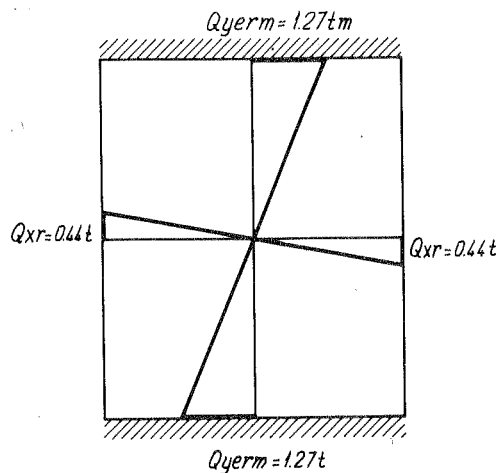
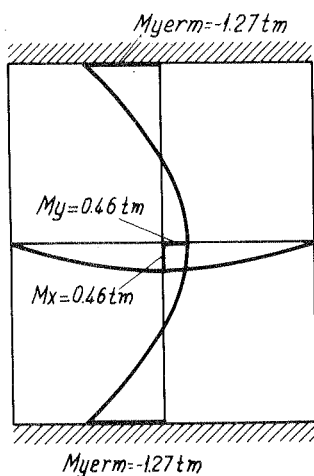
$$M_{yerm}^0 = -q_y \frac{l_y^2}{12} = -0,424 \times \frac{6,0^2}{12} = -1,27 \text{ tm}$$

$$M_{ym}^0 = q_y \frac{l_y^2}{24} = 0,424 \times \frac{6,0^2}{24} = 0,64 \text{ tm}$$

$$M_y = v_y \cdot M_{ym}^0 = 0,717 \times 0,64 = 0,46 \text{ tm}$$

$$M_{yerm} = M_{yerm}^0 = -1,27 \text{ tm}$$

$$Q_{yerm} = \frac{q_y l_y}{2} = 0,424 \times \frac{6,0}{2} = 1,27 \text{ t}$$



Στατική επίλυση κατά MARCUS

2. Μέθοδος Ελαστικότητας κατά Czerny

Χρησιμοποιείται ο πίνακας 68α

$$\epsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{6,0}{5,0} = 1,20 \Rightarrow$$

$$m_x = 35,5, \quad m_y = 31,7, \quad m_{yerm} = 11,5, \quad \rho_{xr} = 0,30, \quad \rho_{yerm} = 0,59$$

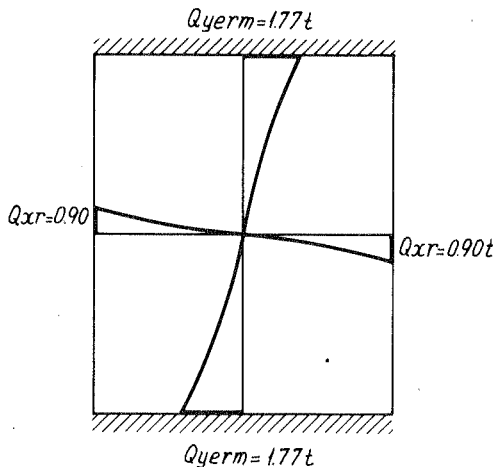
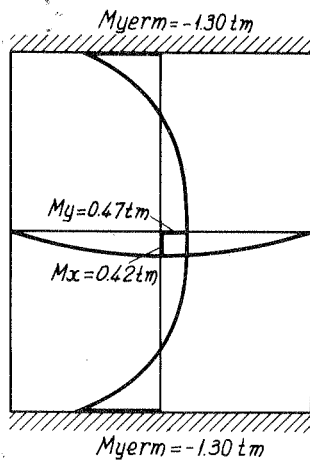
$$M_x = \frac{q l_x^2}{m_x} = 0,60 \times \frac{5,0^2}{35,5} = 0,42 \text{ tm}$$

$$M_y = \frac{q l_x^2}{m_y} = 0,60 \times \frac{5,0^2}{31,7} = 0,47 \text{ tm}$$

$$M_{yerm} = -\frac{q l_x^2}{m_{yerm}} = -0,60 \times \frac{5,0^2}{11,5} = -1,30 \text{ tm}$$

$$Q_{xr} = \rho_{xr} \cdot q l_x = 0,30 \times 0,60 \times 5,0 = 0,90 \text{ t}$$

$$Q_{yerm} = \rho_{yerm} \cdot q l_x = 0,59 \times 0,60 \times 5,0 = 1,77 \text{ t}$$



Στατική επίλυση κατά CZERNY

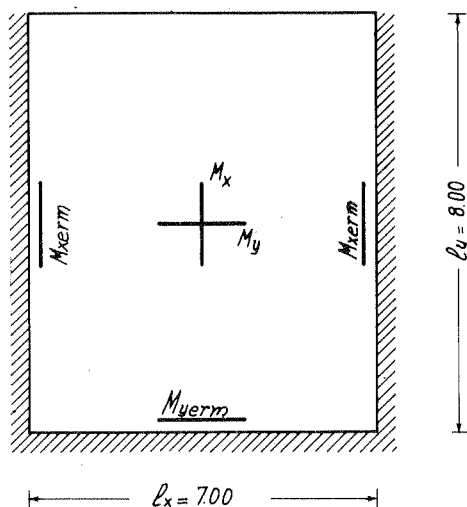
Παρατηρήσεις

1. Οι δύο μέθοδοι δίνουν περίπου τα ίδια αποτελέσματα για τις ροπές κάμψης. Όμως η μέθοδος Czerny είναι πιο ακριβής και πιο σύντομη.
2. Άκρως παρατηρείται ότι οι τέμνουσες δυνάμεις κατά Czerny είναι πολύ μεγαλύτερες απ' ό,τι κατά Marcus. Αυτό οφείλεται στο ότι κατά Czerny η τέμνουσα αναφέρεται στο μέσο της κορυφής (όπου και αίχμη) ενώ κατά Marcus η τέμνουσα αναφέρεται σε όλη την κορυφή (μέση τέμνουσα).
3. Στις συνηθισμένες πλάκες, οι διατμητικές τάσεις προκύπτουν σημαντικά μικρές. Γι' αυτό δεν χρειάζεται ο υπολογισμός των τεμνουσών (διατμητικών δυνάμεων).
4. Στις επόμενες ασκήσεις χρησιμοποιείται η μέθοδος κατά Czerny.

ΑΣΚΗΣΗ 104

Νά βρεθούν οι ροπές της πλάκας του σχήματος πάχους $d = 15 \text{ cm}$ πού φέρει φορτίο $q = 0,750 \text{ t/m}^2$.

Υλικό: B160, St I.



Λύση

Χρησιμοποιείται ο πίνακας 70 β.

$$\text{Για } \epsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{8,0}{7,0} = 1,14 \Rightarrow$$

$$m_x = 36,0, \quad m_{xerm} = 14,3, \quad m_y = 63,4, \quad m_{yerm} = 17,6$$

$$M_x = \frac{q l_x^2}{m_x} = 0,750 \times \frac{7,0^2}{36,0} = 1,02 \text{ tm}$$

$$M_{xerm} = -\frac{q l_x^2}{m_{xerm}} = -0,750 \times \frac{7,0^2}{14,3} = -2,57 \text{ tm}$$

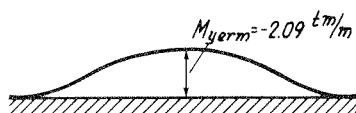
$$M_y = \frac{q l_x^2}{m_y} = 0,750 \times \frac{7,0^2}{63,4} = 0,58 \text{ tm}$$

$$M_{yerm} = -\frac{q l_x^2}{m_{yerm}} = -0,750 \times \frac{7,0^2}{17,6} = -2,09 \text{ tm}$$

Παρατηρήσεις

★ Οι ροπές που προκύπτουν είναι άνηγμένες σε ζώνες πλάτους 1,00m, δηλαδή είναι $M_x = 1,02 \text{ tm/m}$.

★ Οι ροπές αυτές είναι οι αιχμές στα δυσμενέστερα σημεία των παρυφών και των ανοιγμάτων. Άρα αν υπολογισθῇ ὁ ὀπισμός τῆς πλάκας σύμφωνα με αυτές τῆς ροπῆς θά ὑπερκαλύπτεται κάθε ἄλλο σημεῖο, π.χ. ἡ ροπή στῆν κάτω πακτωμένη παρυφή ἔχει ἕνα διάγραμμα τῆς μορφῆς τοῦ σχήματος.



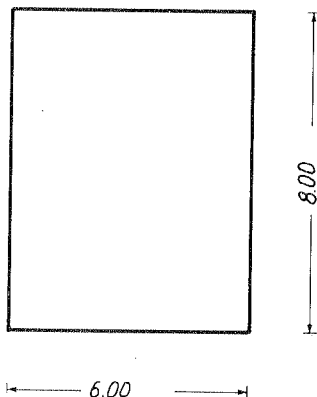
★ Ἡ μέγιστη τέμνουσα δύναμη εἶναι ἡ $Q_{xerm} = p_{xerm} q l_x = 0,51 \times 0,750 \times 7,0 = 2,68 \text{ t}$.

Άρα ἡ μέγιστη διατμητική τάση εἶναι

$$\tau_0 = \frac{Q}{\frac{7}{8} h \cdot b_0} = \frac{2,68}{\frac{7}{8} \times 0,135 \times 1,00} = 22,7 \text{ t/m}^2 = 2,27 \text{ kg/cm}^2$$

πολύ μικρότερη τῆς ἐπιτρεπόμενης $\tau_{01} = 8,0 \text{ kg/cm}^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 105



Νά υπολογισθῇ ἡ τετραέρει-
στη πλάκα 6,0×8,0, ἐλεύθερα στρε-
πτή περιμετρικά πού φέρει φορ-
τία:

ἐπικάλυψη $g_{\epsilon\pi} = 120 \text{ kg/m}^2$

κινητό $p = 200 \text{ kg/m}^2$

Υλικά: B160, St I.

Λύση

Ο βασικός άγνωστος της άσκησης είναι τό πάχος d της πλάκας, επομένως και τό συνολικό φορτίο.

Η στατική επίλυση είναι ανεξάρτητη του πάχους της πλάκας.

1. Στατική επίλυση

$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{8,0}{6,0} = 1,33 \Rightarrow m_x = 16,2, m_y = 31,4$$

$$M_x = \frac{q l_x^2}{m_x} = q \cdot \frac{6,0^2}{16,2} = 2,22 \cdot q \text{ tm/m} \quad (\text{τό } q \text{ σέ } t/m^2)$$

$$M_y = \frac{q l_y^2}{m_y} = q \cdot \frac{8,0^2}{31,4} = 1,15 \cdot q \text{ tm/m}$$

2. Αναγκαίο πάχος**2.1. Έλαστική ευστάθεια**

$$\text{Από την } \S 2 \Rightarrow h_{\alpha\pi} \geq \frac{l_{\min}}{50} = \frac{6,0}{50} = 0,12\text{m} \Rightarrow d_{\alpha\pi} \geq 12 + 1,5 = 13,5\text{cm}$$

$$2.2. \text{ Κάμψη } \left(\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k_h^* = 9,9 \right)$$

$$\text{Γιά } d = 14\text{cm}: g = 0,14 \times 2,40 = 0,336\text{t/m}^2$$

$$g_{\varepsilon\pi} = 0,120\text{t/m}^2$$

$$p = 0,200\text{t/m}^2$$

$$q = 0,656\text{t/m}^2$$

$$\text{Άρα } \max M = M_x = 2,22 \times 0,656 = 1,46\text{tm/m} \Rightarrow$$

$$h_{\alpha\pi} = k_h^* \sqrt{\frac{M}{b}} = 9,9 \sqrt{\frac{1,46}{1,00}} = 12,0\text{cm} \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 12,0 + 1,5 = 13,5 < 14\text{cm}$$

Άρα τό πάχος $d = 14$ καλύπτει και τις δύο συνθήκες.

3. Οπλισμός

$$M_x = 2,22 \cdot q = 2,22 \times 0,656 = 1,46\text{tm}$$

$$M_y = 1,15 \cdot q = 1,15 \times 0,656 = 0,75\text{tm}$$

Διεύθυνση x-x

$$k_h = \frac{12,5}{\sqrt{1,46}} = 10,3 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \times \frac{1,46}{0,125} =$$

$$= 9,58 \text{ cm}^2 \text{ (ανά μέτρο)}$$

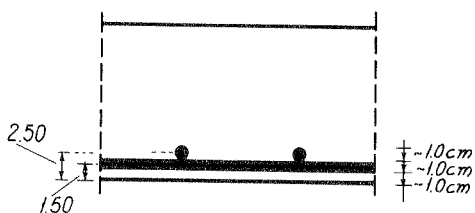
$$\Rightarrow f_e = \phi 12/11,5 (= 9,84 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Διεύθυνση ψ-ψ

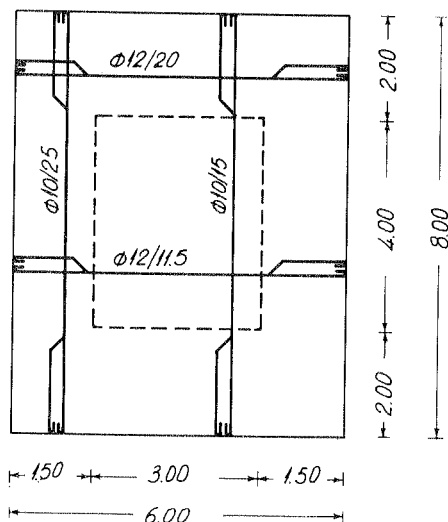
$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{0,75}} = 13,3 \Rightarrow k_e = 0,80 \Rightarrow F_e = 0,80 \times \frac{0,75}{0,115} =$$

$$= 5,22 \text{ cm}^2 \text{ (ανά μέτρο)}$$

$$f_e = \phi 10/15 (= 5,24 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Παρατήρηση

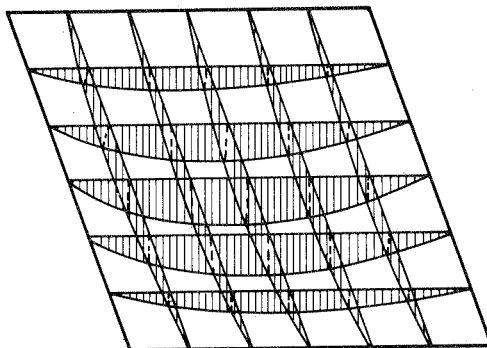
Ο όπλισμός κατά την διεύθυνση των μικρότερων ροπών τοποθετείται πάνω από τον όπλισμό της άλλης διεύθυνσης. Γι' αυτό και είναι $h_x = 12,5$ και $h_y = 11,5$.

4. Σχεδίαση όπλισμού

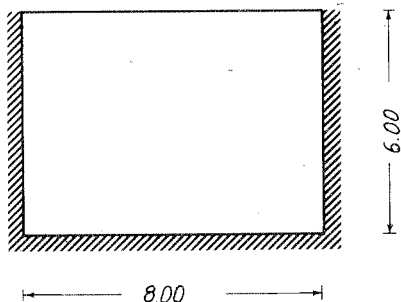
Η μείωση του όπλισμού στα άκρα τέταρτα της πλάκας γίνεται σύμφωνα με τον κανονισμό § 3.2.

Παρατήρηση

"Αν ήταν δυνατό νά υπήρχε τό διάγραμμα τῶν ροπῶν κατά τίς δύο διευθύνσεις σέ ὅλη τήν ἐπιφάνεια τῆς πλάκας, δηλαδή ἂν υπήρχε τό "στερεοδιάγραμμα" τῶν ροπῶν τῆς πλάκας θά ήταν δυνατό νά γίνη ἀκριβῆς σχεδιασμός τοῦ ὀπλισμοῦ, ἄρα καί μεγάλη οἰκονομία.



ΑΣΚΗΣΗ 106



Ζητεῖται ὁ ὑπολογισμός
τῆς πλάκας τοῦ σχήματος πού
φέρει φορτία

$$g_{επ} = 120 \text{ kg/m}^2$$

$$p = 200 \text{ kg/m}^2$$

Υλικά: B160, St I.

Λύση

1. Στατική επίλυση :

Ἡ πλάκα θεωρεῖται στραμμένη κατά 90° .

Χρησιμοποιείται ο πίνακας 70α.

$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{8,0}{6,0} = 1,33 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_x = 30,5, \quad m_y = 47,9$$

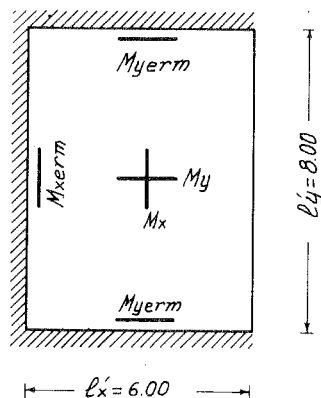
$$m_{xerm} = 11,8, \quad m_{yerm} = 13,2$$

$$M_x = q \frac{l_x^2}{m_x} = q \cdot \frac{6,0^2}{30,5} = 1,18 \cdot q$$

$$M_{xerm} = - \frac{q l_x^2}{m_{xerm}} = -q \cdot \frac{6,0^2}{11,8} = -3,05 \cdot q$$

$$M_y = \frac{q l_x^2}{m_y} = q \cdot \frac{6,0^2}{47,9} = 0,75 \cdot q$$

$$M_{yerm} = - \frac{q l_x^2}{m_{yerm}} = -q \cdot \frac{6,0^2}{13,2} = -2,73 \cdot q$$

 $\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \frac{\text{tm}}{\text{m}}$


2. Αναγκαίο πάχος

2.1. Ελαστική ευστάθεια

$$\text{Απ' την } \S 2 \Rightarrow h_{\alpha\pi} \geq \frac{l_{\min}}{60} = \frac{6,0}{60} = 0,10\text{m} \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 10 + 1,5 = 11,5\text{cm}$$

2.2. Κάμψη

$$\left(\frac{\varepsilon_{\pi\sigma_b}}{\varepsilon_{\pi\sigma_e}} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k_h^* = 9,9 \right)$$

Γιὰ $d = 12\text{cm}$: $g = 0,12 \times 2,40 = 0,288\text{t/m}^2$

$$g_{\varepsilon\pi} = 0,120\text{t/m}^2$$

$$p = 0,200\text{t/m}^2$$

$$q = 0,608\text{t/m}^2$$

$$\max |M| = |M_{xerm}| = 3,05 \times 0,608 = 1,85\text{tm/m}$$

$$\text{Άρα } h_{\alpha\pi} = k_h^* \sqrt{\frac{M}{b}} = 9,9 \sqrt{\frac{1,85}{b}} = 13,5 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 13,5 + 1,5 = 15\text{cm} > 12\text{cm}$$

Γιὰ $d = 16\text{cm}$: $g = 0,16 \times 2,40 = 0,384\text{t/m}^2$

$$g_{\varepsilon\pi} = 0,120\text{t/m}^2$$

$$p = 0,200\text{t/m}^2$$

$$q = 0,704\text{t/m}^2$$

$$|M_{xerm}| = 3,05 \times 0,704 = 2,15 \text{ tm/m} \Rightarrow$$

$$h_{\alpha\pi} = 9,9\sqrt{2,15} = 14,5 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 14,5 + 1,5 = 16 \text{ cm}$$

Άρα $d = 16 \text{ cm}$

Παρατήρηση

Σε τετραέρειςτες πλάκες με μία (τουλάχιστον) πακτωμένη παρυφή, ή ροπή αυτής δίνει το αναγκαίο πάχος της πλάκας απ' εφείας.

3. Όπλισμός

Οι ροπές είναι:

$$M_x = 1,18 \cdot q = 1,18 \times 0,704 = 0,83 \text{ tm}$$

$$M_{xerm} = -3,05 \cdot q = -3,05 \times 0,704 = -2,15 \text{ tm}$$

$$M_y = 0,75 \cdot q = 0,75 \times 0,704 = 0,53 \text{ tm}$$

$$M_{yerm} = -2,73 \cdot q = -2,73 \times 0,704 = -1,92 \text{ tm}$$

Διεύθυνση x-x

$$\text{Άνοιγμα } k_h = \frac{14,5}{\sqrt{0,83}} = 15,9 \Rightarrow k_e = 0,79 \Rightarrow F_e = 0,79 \times \frac{0,83}{0,145} = 4,52 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{e_x} = \emptyset 8/11 (= 4,57 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Στήριξη } k_h = \frac{14,5}{\sqrt{2,15}} = 9,9 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \times \frac{2,15}{0,145} = 12,16 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{υπάρχει από} \\ \text{τό άνοιγμα} \end{array} \right\} f_e = \emptyset 8/22 (= \frac{4,57}{2} = 2,29 \text{ cm}^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{προσθ. } F_e = 12,16 - 2,29 = 9,87 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\text{προσθ. } f_{e_x} = \emptyset 12/11 (= 10,28 \text{ cm}^2)$$

Διεύθυνση ψ-ψ

$$\text{Άνοιγμα } k_h = \frac{18,5}{\sqrt{0,53}} = 18,5 \Rightarrow k_e = 0,78 \Rightarrow F_e = 0,78 \times \frac{0,53}{0,135} = 3,06 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$f_{e_y} = \emptyset 8/16 (= 3,14 \text{ cm}^2)$$

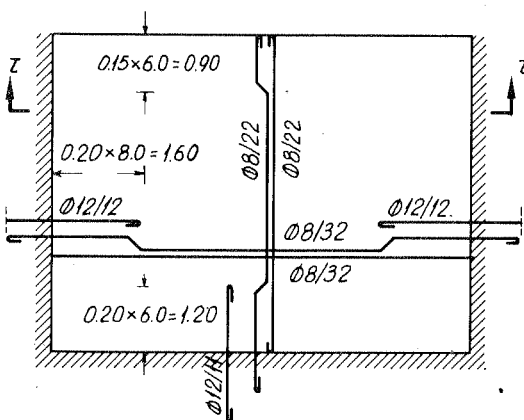
Στήριξη $k_h = \frac{14,5}{\sqrt{1,92}} = 10,5 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \times \frac{1,92}{0,145} =$
 $= 10,86 \text{ cm}^2$

υπάρχει $f_e = \phi 8/32 (= \frac{3,14}{2} = 1,57 \text{ cm}^2) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ προσθ. $F_e = 10,86 - 1,57 = 9,29 \text{ cm}^2 \Rightarrow$ προσθ. $f_{e_x} = \phi 12/12 (= 9,42 \text{ cm}^2)$.

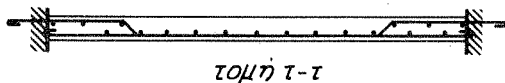
4. Σχεδίαση όπλισμών

Θεωρείται τώρα η πλάκα με την σωστή κατεύθυνση και αλλάζουν οι δείκτες στους όπλισμούς που βρέθηκαν ($x \geq y$).

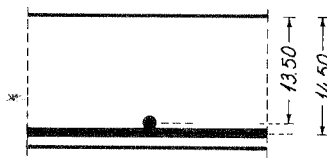


Ο όπλισμός του ανοίγματος μειώνεται στο μισό περιμετρικά όπως στην § 3.2.

Ο αρνητικός όπλισμός τοποθετείται στα άκρα πέμπτα των παρυφών που έχουν πάκτωση και στα 0,15 των ελεύθερων παρυφών.



Παρατήρηση



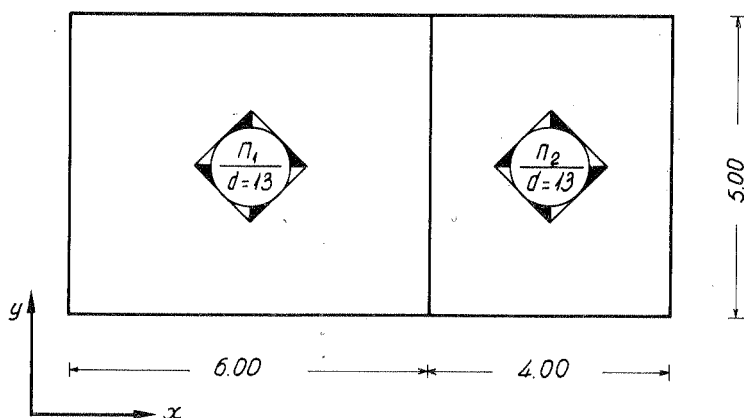
★ Στο άνοιγμα ο όπλισμός κατά την διεύθυνση των μικρότερων ροπών τοποθετείται πάνω από τον όπλισμό της άλλης διεύθυνσης (γι' αυτό $h_x = 14,5$ και $h_y = 13,5 \text{ cm}$).

★ Στις στηρίξεις δεν υπάρχει τέτοιο πρόβλημα, γι' αυτό λαμβάνεται $h_x = h_y = 14,5 \text{ cm}$.

ΑΣΚΗΣΗ 107

Ζητείται ο στατικός υπολογισμός των πλακών του σχήματος που φέρουν φορτία $q_1 = 0,60 \text{ t/m}^2$

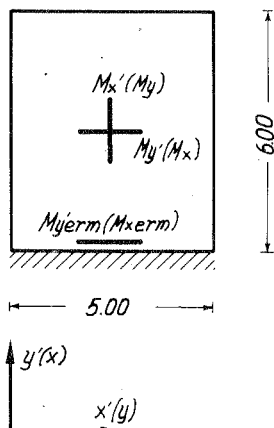
$$q_2 = 0,50 \text{ t/m}^2$$

**Λύση**

Η άσκηση λύνεται σύμφωνα με την § 4.2.3.

Θεωρείται η πλάκα στραμένη κατά 90° και οι άξονες $x \equiv y'$, $y \equiv x'$.

$$\pi_1 (d = 13)$$



$$\epsilon' = \frac{l_{y'}}{l_{y'}} = \frac{6,0}{5,0} = 1,20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_x' = 25,9, m_y' = 28,9, m_{y'erm} = 10,1$$

$$M_y = M_{x'} = \frac{q l_{x'}^2}{m_{x'}} = \frac{0,60 \times 5,0^2}{25,9} = 0,58 \text{ tm}$$

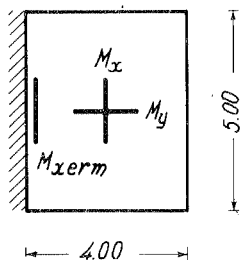
$$M_x = M_{y'} = \frac{q l_{y'}^2}{m_{y'}} = \frac{0,60 \times 5,0^2}{28,9} = 0,52 \text{ tm}$$

$$M_{xerm} = M_{yerm} = - \frac{q l_{x'}^2}{m_{yerm}} = - \frac{0,60 \times 5,0^2}{10,1} = -1,49 \text{ tm}$$

Π_2 ($d = 13$)

$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{5,0}{4,0} = 1,25 \Rightarrow m_x = 23,4 \quad m_{xerm} = 9,9$$

$$m_y = 50,3$$



$$M_x = \frac{q l_x^2}{m_x} = \frac{0,50 \times 4,0^2}{23,4} = 0,34 \text{ tm}$$

$$M_{xerm} = - \frac{q l_x^2}{m_{xerm}} = - \frac{0,50 \times 4,0^2}{9,9} = -0,81 \text{ tm}$$

$$M_y = \frac{q l_y^2}{m_y} = \frac{0,50 \times 4,0^2}{50,3} = 0,16 \text{ tm}$$

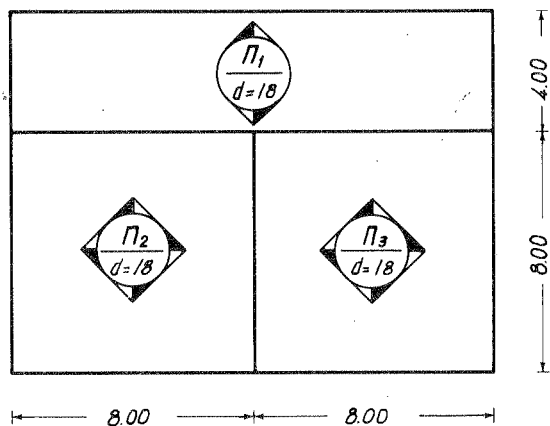
Ἡ ροπή τῆς κοινῆς παρυφῆς εἶναι:

$$M_{1-2} = - \frac{1,49 + 0,81}{2} = -1,15 \text{ tm}$$

Με τὴν μέθοδο τῶν λωρίδων κατὰ MARCUS προκύπτει ροπή $M_{1-2} = -1,23 \text{ tm}$.

Με τὴν σωστή μέθοδο τῆς ἐλαστικότητας προκύπτει ροπή $M_{1-2} = -1,16 \text{ tm}$.

Προτιμᾶται ἡ μέθοδος τῆς § 4.2.3. γιατί εἶναι ἀκριβέστερη καὶ ἀπλούστερη.

ΑΣΚΗΣΗ 108

Ζητείται ο στατικός υπολογισμός των πλακών του σχήματος.

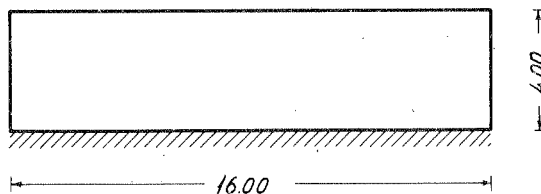
$$\text{Φορτία: } g_{\varepsilon\pi\kappa} = 0,080 \text{ t/m}^2$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}^2$$

1. Στατική επίλυση

1.1 Προσεγγιστικά κατά Czerny

α) Πλάκα Π_1



Φορτία

$$g_{\varepsilon\delta} = 0,18 \times 2,4 = 0,432 \text{ t/m}^2$$

$$g_{\varepsilon\pi} = 0,080 \text{ t/m}^2$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}^2$$

$$q = 0,712 \text{ t/m}^2$$

$$\varepsilon' = \frac{l_x}{l_y} = \frac{16,0}{4,0} = 4,0 > 2,0$$

Λειτουργεί σαν αμφιέρειστη μονόπακτη πλάκα.

Είναι λοιπόν: $M_{xm} = 0$

$$M_{ym} = \frac{q l_y^2}{14,22} = 0,712 \times \frac{4,0^2}{14,22} = 0,80 \text{ tm}$$

$$M_{yerm} = -\frac{q l_y^2}{8} = -0,712 \times \frac{4,0^2}{8} = -1,42 \text{ tm}$$

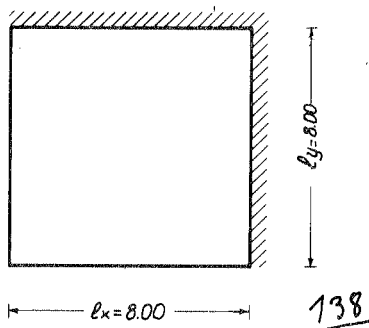
β) Πλάκες Π_2 και Π_3

$$\epsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{8,0}{8,0} = 1,0$$

$$\text{"Απ'τόν πίνακα 69 (στήριξη "4")} \Rightarrow \begin{cases} m_x = m_y = 40,2 \\ m_{xerm} = m_{yerm} = 14,3 \end{cases}$$

$$\text{"Αρα } M_x = M_y = \frac{ql_x^2}{40,2} = \frac{0,712 \times 8,0^2}{40,2} = 1,13 \text{ tm}$$

$$M_{xerm} = M_{yerm} = -\frac{ql_x^2}{14,3} = -\frac{0,712 \times 8,0^2}{14,3} = -3,19 \text{ tm}$$



"Εχουμε λοιπόν: **Ρομές στηρίξεων**

$$M_{1-2} = M_{1-3} = \frac{-1,42 - 3,19}{2} = -2,31 \text{ tm}$$

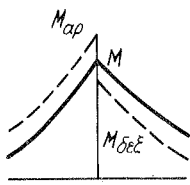
$$M_{2-3} = \frac{-3,19 - 3,19}{2} = -3,19 \text{ tm}$$

Ρομές ανοιγμάτων

$$M_1^x = 0, M_1^y = 0,80 - \frac{2,31 - 1,42}{2} = 0,35 \text{ tm (βλέπε παρατήρηση)}$$

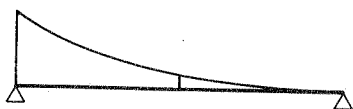
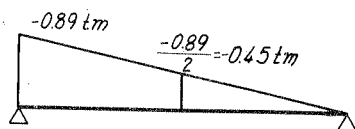
$$M_2^x = M_3^x = 1,13 \text{ tm}, M_2^y = M_3^y = 1,13 \text{ tm}.$$

Παρατήρηση



★ Σέ συνεχείς ράβδους ή ροπή $\Delta M = M - M_{\delta\epsilon\chi}$ καί ή ροπή $M - M_{\alpha\rho}$ δροῦν σάν ἐξωτερικές ροπές στίς ράβδους ἀριστερά καί δεξιά ἀντίστοιχα.

★ Στήν περίπτωση ἀμφιέρειστων πλακῶν ή ροπή αὐτή δρᾷ σάν σέ ἀμφιέρειστη ράβδο ὅπως στήν προηγούμενη περίπτωση.



★ Ἀντίθετα, σέ περίπτωση τετραέρειστης πλάκας, ή ροπή αὐτή μοιράζεται σ' ὅλο τό ἐπίπεδο τῆς πλάκας μέ ἀποτέλεσμα ή ἐπίδραση της στίς διάφορες ροπές εἶναι ἀσήμαντη.

1.2. Ἀκριβής μέθοδος μέ πραγματικές ἀκαμψίες

Ἡ ἀνάλυση μέ πραγματικές ἀκαμψίες δέν εἶναι θέμα αὐτοῦ τοῦ βιβλίου. Ἡ ἐπίλυση γίνεται μέ τήν μέθοδο CROSS στό ἐπίπεδο καί συναντᾶται σέ διάφορα βιβλία τῆς ξένης βιβλιογραφίας (π.χ. Hahn).

Πάντως ή ἀνάλυση αὐτή ἔδωσε:

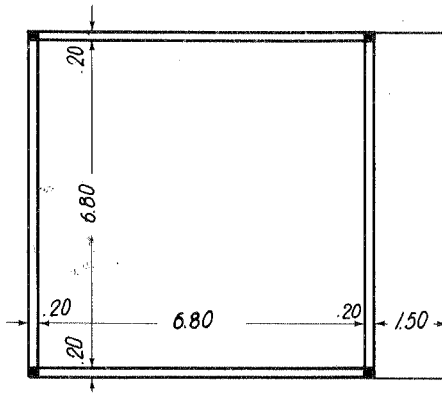
$$M_y^{(1)} = 0,40 \text{ tm}$$

$$M_x^{(2)} = 1,25 \text{ tm}$$

$$M_y^{(2)} = 1,14 \text{ tm}$$

$$M_{xerm} = -3,51 \text{ tm}$$

$$M_{yerm} = -2,22 \text{ tm}$$

ΑΣΚΗΣΗ 109

Ζητείται ο υπολογισμός της πλάκας του σχήματος που φέρει πρόβολο στη μία παρυφή της και τό φορτίο που παραλαμβάνουν οι δοκοί.

Δίνονται:

$$g_{\text{κιγκλιδ.}} = 0,080 \text{ t/m}$$

$$g'_{\text{έπικαλ.}} = 0,100 \text{ t/m}^2$$

$$p_{\text{πλάκας}} = 0,200 \text{ t/m}^2$$

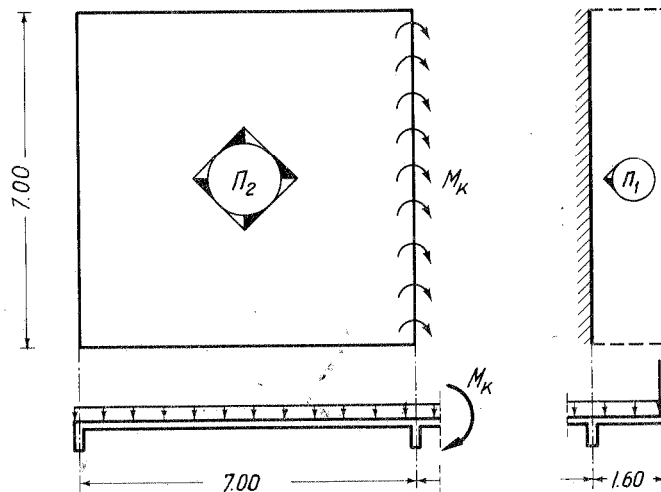
$$p_{\text{προβόλου}} = 0,500 \text{ t/m}^2$$

ποιότητα σκυροδέματος: B160

ποιότητα χάλυβα : St.I

Σεισμικός συντελεστής: $\epsilon = 0,08$

Λύση



Έχουμε δύο πλάκες σε συνέχεια την Π_1 και την Π_2 .

Ἡ πλάκα Π_1 εἶναι πρόβολος.

Ἡ πλάκα Π_2 εἶναι τετραέρειστη τεσσάρων ἐλευθέρων παρυφῶν πού φορτίζεται: μέ ὁμοιόμορφο φορτίο στήν ἐπιφάνειά της καί μέ συγκεντρωμένη ροπή στήν μία παρυφή.

Ἡ συγκεντρωμένη ροπή στήν παρυφή ἐπιδρά μόνο σέ μικρό "βάθος" ἀπ' αὐτή. Στό μέσο τῆς πλάκας σχεδόν "σβήνει" ἡ ἐπίδραση αὐτή (βλέπε § 4.2.1.)

Ἐπειδή στήν ἐπίλυση τῶν πλακῶν ἀσχολούμεθα βασικά μέ τίς ροπές τοῦ μέσου m , μπορούμε νά παραλείψουμε μέ μεγάλη ἀκρίβεια τήν ἐπίδραση τῶν συγκεντρωμένων ροπῶν. Ἐξ ἄλλου ἡ παράλειψη αὐτή εἶναι ὑπέρ τῆς ἀσφαλείας.

Π_2

1. Στατική ἐπίλυση

$$\begin{aligned} \text{Ἀπό τόν πίνακα 66 γιά } \epsilon &= \frac{l_y}{l_x} = 1,00 \Rightarrow m_x = m_y = 27,2 \\ M_x = M_y &= \frac{q l_x^2}{m_x} = q \cdot \frac{7,0^2}{27,2} = 1,80 \cdot q \end{aligned}$$

2. Αναγκαῖο πάχος

2.1. Ἐλαστική εὐστάθεια

$$h_{\alpha\pi} \geq \frac{l_{\min}}{50} = \frac{7,0}{50} = 0,14 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 15,5 \text{ cm}$$

$$2.2. \text{ Κάμψη } \left(\frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k_h^* = 9,9 \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Γιά } d = 16 \text{ cm: } g_{\delta} &= 0,16 \times 2,40 = 0,384 \text{ t/m}^2 \\ g_{\epsilon\pi} &= 0,100 \text{ t/m}^2 \\ p &= 0,200 \text{ t/m}^2 \\ \hline q &= 0,684 \text{ t/m}^2 \end{aligned}$$

$$M_x = M_y = 1,80 \cdot q = 1,80 \times 0,684 = 1,23 \text{ tm}$$

$$h_{\alpha\pi} = 9,9 \sqrt{1,23} = 11 \text{ cm} \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 12,5 \text{ cm} < 16 \text{ cm}$$

$$\text{Ἀρα } d = 16 \text{ cm}$$

3. Όπλισμός

Οι ροπές είναι $M_x = M_y = 1,80 \times 0,684 = 1,23 \text{ tm}$

Ο όπλισμός τοποθετείται στην κάτω στρώση κατά την διεύθυνση $y-y$ και στην πάνω στρώση κατά την διεύθυνση $x-x$ (λίγο εύμενέστερη διεύθυνση, όφειλόμενη στον πρόβολο, έστω και αν η εύμενεια αυτή δεν έχει ληφθεί υπ'όψη).

Διεύθυνση $x-x$

$$k_h = \frac{13,5}{\sqrt{1,23}} = 12,2 \Rightarrow k_e = 0,81 \Rightarrow F_e = 0,81 \times \frac{1,23}{0,135} = 7,38 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{e_x} = \emptyset 10/10,5 (=7,48 \text{ cm}^2)$$

Διεύθυνση $y-y$

$$k_h = \frac{14,5}{\sqrt{1,23}} = 13,1 \Rightarrow k_e = 0,80 \Rightarrow F_e = 0,80 \times \frac{1,23}{0,145} = 6,79 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{e_y} = \emptyset 10/11,5 (=6,83 \text{ cm}^2)$$

η_1

Ο πρόβολος στατικά δεν επηρεάζεται από την πλάκα άρα το πάχος του είναι ανεξάρτητο.

Η συνθήκη λυγρότητας για τον πρόβολο δίνει:

$$h_{\alpha\pi} \geq \frac{l_i}{35} = \frac{2,4 \times 1,60}{35} = 0,11 \Rightarrow d_{\alpha\pi} \geq 12,5 \text{ cm}$$

$$\text{Για } d = 13: \quad g_{\delta} = 0,13 \times 2,40 = 0,312 \text{ t/m}$$

$$g_{\epsilon\pi} = 0,100 \text{ t/m}$$

$$p = 0,500 \text{ t/m}$$

$$q = 0,912 \text{ t/m}$$

$$M_{\text{παρειῶς}} = -q \frac{l_w^2}{2} - g_k \cdot l_w = -0,912 \times \frac{1,50^2}{2} - 0,08 \times 1,50 = -1,15 \text{ tm}$$

$$\text{Λόγω σεισμοῦ: } M_{\text{σεισμ.}} = (1+3\epsilon) M_{\text{παρ.}} = (1+3 \times 0,08) 1,15 = 1,43 \text{ tm}$$

Βάσει τοῦ κανονισμοῦ ἀντί νά ἀύξηθοῦν οἱ ἐπιτρεπόμενες τάσεις κατὰ 20%, λαμβάνεται:

$$M' = \frac{M_{\text{σεισμ.}}}{1,20} = \frac{1,43}{1,20} = 1,19 \text{ tm} \quad (\text{βλέπε καί άσκηση 88 κεφάλαιο 6ο-κών})$$

$$h_{\alpha\pi} = 9,9\sqrt{1,19} = 10,8 \text{ cm} \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 10,8 + 1,5 = 12,3 \text{ cm}.$$

Λαμβάνεται $d = 13 \text{ cm}$.

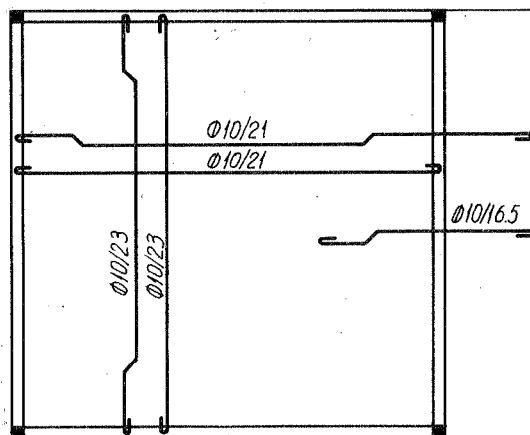
$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{1,19}} = 10,5 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \times \frac{1,19}{0,115} = 8,49 \text{ cm}^2$$

Υπάρχουν από τό άνοιγμα (κατά τήν διεύθυνση x-x)

$$\frac{f_{e_x}}{2} = \phi 10/21 (= \frac{7,48}{2} = 3,74 \text{ cm}^2) \Rightarrow \text{προσθ. } F_e = 8,49 - 3,74 = 4,75 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow f_e = \phi 10/16,5 (= 4,76 \text{ cm}^2) \text{ πρόσθετα.}$$

Σχεδίαση όπλισμών

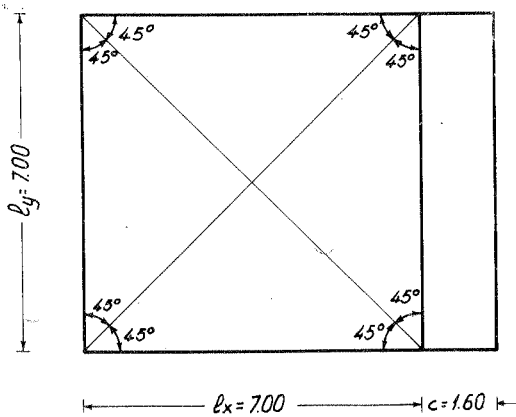


Παρατηρήσεις

★ Με άκριβή έπίλυση τής πλάκας προκύπτει ότι τό σημείο μηδενισμού τών ροπών κατά τήν διεύθυνση X βρίσκεται σέ άπόσταση $b_0 = 0,15 \times 7,0 = 1,05 \text{ m}$ από τήν παρυφή ποϋ δρᾷ ή συγκεντρωμένη ροπή. Θεωρητικά σέ εκείνο τό σημείο "σπάνε" οί ράβδοι κατά τήν διεύθυνση x.

★ "Αν ύπήρχε πρόβολος καί σέ όποιαδήποτε άλλη παρυφή ή έπίλυση τής πλάκας θά ήταν ή ίδια.

Υπολογισμός του φορτίου που παραλαμβάνεται από τις δοκούς



Από τον πίνακα 66 για $\epsilon = 1,0 \Rightarrow u_{xr} = u_{yr} = 0,25$.

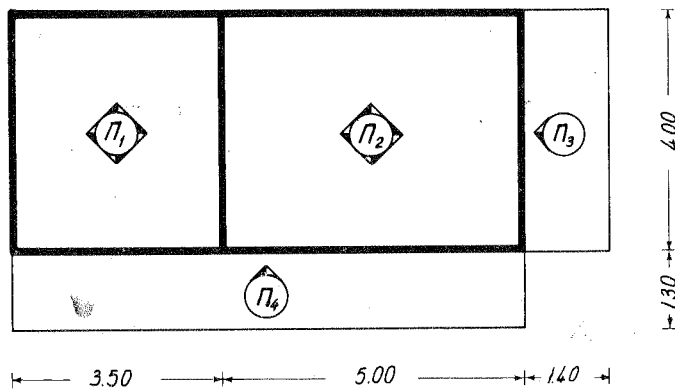
Κάθε δοκός παίρνει φορτίο ομοιόμορφο.

$$q = 0,25 \cdot q_{\pi\lambda} \cdot l_x = 0,25 \times 0,684 \times 7,0 = 1,20 \text{ t/m}$$

Η δοκός ΒΓ παίρνει ακόμη και το φορτίο του προβόλου $q = q_{\pi\rho} \cdot c$

ΑΣΚΗΣΗ 110

Ζητείται ο υπολογισμός των πλακών του σχήματος και ο έλεγχός τους. Νά υπολογισθούν επίσης τα φορτία που παραλαμβάνουν οι δοκοί.



Δίνονται:

$$q_{\text{επικαλ.}} = 60 \text{ kg/m}^2$$

$$p = 350 \text{ kg/m}^2$$

Υλικά: B 160, St I.

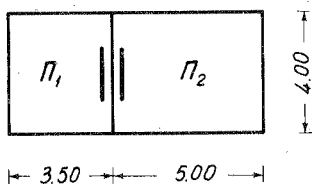
Λύση

Οι ροπές των προβόλων δέν θά ληφθοῦν ὑπ' ὄψη στήν ἐπίλυση τῶν πλακῶν.

Προεκτίμηση**1. Πρόβολοι**

Ἡ συνθήκη λυγερότητας δίνει:

$$h_{\alpha\pi} \geq \frac{2,40 \times 1,40}{35} = 0,096 \Rightarrow d_{\alpha\pi} \geq 11,1 \text{ cm. Λαμβάνεται } d = 12 \text{ cm}$$

2. Πλάκες

Ἡ μεγαλύτερη ροπή κάμψης (ἀπόλυτα) παρουσιάζεται στήν κοινή παρυφή.

π₁

$$\varepsilon = \frac{4,0}{3,50} = 1,14 \Rightarrow M_{xerm}^1 = -\frac{q \cdot 3,50^2}{10,6} = -1,16q$$

π₂

$$\varepsilon = \frac{5,0}{4,0} = 1,25 \Rightarrow M_{xerm}^2 = -\frac{q \cdot 4,00^2}{9,8} = -1,63q$$

$$\text{"Αρα } M_{12} = \frac{M_1 + M_2}{2} = \frac{-1,16q - 1,63q}{2} = -1,40q$$

Λόγω ὅμως τοῦ πλάτους τῆς δοκοῦ ἔδρασης $\Rightarrow$

$$M_{12}^{\pi\alpha\rho} \cong 0,9 \times (-1,40q) = -1,26q$$

Ἡ συνθήκη λυγερότητας δίνει:

$$h_{\alpha\pi} \geq \frac{4,0}{60} = 0,07 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 9 \text{ cm}$$

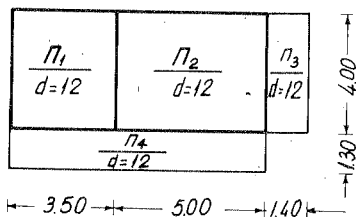
$$\text{Γιὰ } d = 12 \text{ cm} \Rightarrow g_{\delta} = 0,12 \times 2,40 = 0,288 \text{ t/m}$$

$$\text{καί } q = 0,288 + 0,060 + 0,350 = 0,698 \text{ t/m}$$

$$\text{και } M_{12}^{\pi\alpha\rho} = 1,26 \times 0,698 = 0,88 \text{ tm}$$

$$\text{"Αρα } h_{\alpha\pi} = 9,9\sqrt{0,88} = 9,3 \text{ cm} \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 9,3 + 1,5 = 10,8 \text{ cm} < 12 \text{ cm}$$

Στατική επίλυση



Φόρτιση

$$g_{\text{L6}} = 0,288 \text{ t/m}^2$$

$$g_{\text{επιχ}} = 0,060 \text{ t/m}^2$$

$$p = 0,350 \text{ t/m}^2$$

$$q = 0,698 \text{ t/m}^2$$

$$\Pi_1 \quad \varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4,00}{3,50} = 1,14$$

$$\text{"Απ'τόν πίνακα 67β: } \left\{ \begin{array}{l} M_x = 0,698 \times \frac{3,50^2}{26,1} = 0,33 \text{ tm} \\ M_y = 0,698 \times \frac{3,50^2}{46,7} = 0,18 \text{ tm} \\ M_{\text{xερμ}} = -0,698 \times \frac{3,50^2}{10,6} = -0,81 \text{ tm} \end{array} \right.$$

$$\Pi_2 \quad \varepsilon' = \frac{l_x}{l_y} = \frac{5,0}{4,0} = 1,25$$

$$\text{"Απ'τόν πίνακα 67α: } \left\{ \begin{array}{l} M_x = 0,698 \times \frac{4,00^2}{29,2} = 0,38 \text{ tm} \\ M_y = 0,698 \times \frac{4,00^2}{23,4} = 0,48 \text{ tm} \\ M_{\text{xερμ}} = -0,698 \times \frac{4,00^2}{9,8} = -1,14 \text{ tm} \end{array} \right.$$

$$\Pi_1 - \Pi_2 \quad M_{12} = -\frac{0,81 + 1,14}{2} = -0,98 \text{ tm}$$

$$\Pi_3 \quad M_{k_3} = -0,698 \times \frac{1,40^2}{2} = -0,68 \text{ tm}$$

$$\Pi_4 \quad M_{k_4} = -0,698 \times \frac{1,30^2}{2} = -0,59 \text{ tm}$$

Οπλισμοί

Πλάκα Π

όηλισμοί**Π₁****Διεύθυνση x**

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,33}} = 18,3 \Rightarrow k_e = 0,78 \Rightarrow F_e = 0,78 \times \frac{0,33}{0,105} = 2,45 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^x = \varnothing 8/18 (=2,79 \text{ cm}^2) . [18=1,5d, \text{ βλέπε § 3.1}] .$$

Διεύθυνση ψ

$$k_h = \frac{9,5}{\sqrt{0,18}} = 22,4 \Rightarrow k_e = 0,77 \Rightarrow F_e = 0,77 \times \frac{0,18}{0,095} = 1,46 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^y = \varnothing 8/24 (= \frac{4,19}{2} = 2,10 \text{ cm}^2) . [24=2,0d, \text{ βλέπε § 3.1}] .$$

Π₂**Διεύθυνση x**

$$k_h = \frac{9,5}{\sqrt{0,38}} = 15,4 \Rightarrow k_e = 0,79 \Rightarrow F_e = 0,79 \times \frac{0,38}{0,095} = 3,16 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^x = \varnothing 8/15,5 (=3,24 \text{ cm}^2) .$$

Διεύθυνση ψ

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,48}} = 15,2 \Rightarrow k_e = 0,79 \Rightarrow F_e = 0,79 \times \frac{0,48}{0,105} = 3,61 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^y = \varnothing 8/13,5 (=3,72 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Στόριξη } \Pi_1 - \Pi_2 \quad M' = 0,9 \times 0,98 = 0,88 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,88}} = 11,2 \Rightarrow k_e = 0,81 \Rightarrow F_e = 0,81 \times \frac{0,88}{0,105} = 6,79 \text{ cm}^2$$

$$\text{Υπάρχουν από τὰ άνοιγματα:} \quad \varnothing 8/36 + \varnothing 8/31 (= \frac{2,79 + 3,24}{2} = 3,02 \text{ cm}^2) \Rightarrow$$

$$\text{πρόσθ.} \quad F_e = 6,79 - 3,02 = 3,77 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e^x = \varnothing 8/13 (=3,87 \text{ cm}^2) \text{ πρόσθ.}$$

$$\text{Στόριξη } \Pi_2 - \Pi_3 \quad M' = 0,9 \times 0,68 = 0,61 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,61}} = 13,4 \Rightarrow k_e = 0,79 \Rightarrow F_e = 0,79 \times \frac{0,61}{0,105} = 4,59 \text{ cm}^2$$

1/4

Υπάρχουν από το άνοιγμα $\emptyset 8/31 (= \frac{3,24}{2} = 1,62 \text{ cm}^2) \Rightarrow$

πρόσθ. $F_e = 4,59 - 1,62 = 2,97 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e^x = \emptyset 8/17 (= 2,96 \text{ cm}^2)$

Στήριξη $\Pi_1 - \Pi_4$ $M' = 0,9 \times 0,59 = 0,53 \text{ tm}$

$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,53}} = 14,4 \Rightarrow k_e = 0,79 \Rightarrow F_e = 0,79 \times \frac{0,53}{0,105} = 3,99 \text{ cm}^2$

Υπάρχουν από το άνοιγμα: $\emptyset 8/48 (= \frac{2,10}{2} = 1,05 \text{ cm}^2) \Rightarrow$

πρόσθ. $F_e = 3,99 - 1,05 = 2,94 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e^y = \emptyset 8/17 (= 2,96 \text{ cm}^2)$ πρόσθ.

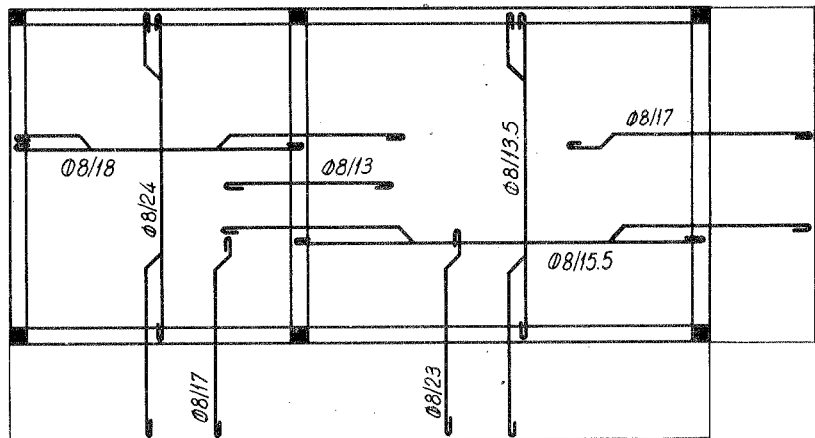
Στήριξη $\Pi_2 - \Pi_4$

$F_e = 3,99 \text{ cm}^2$ όπως και προηγούμενα

Υπάρχουν από το άνοιγμα: $\emptyset 8/27 (= \frac{3,72}{2} = 1,86 \text{ cm}^2) \Rightarrow$

πρόσθ. $F_e = 3,99 - 1,86 = 2,13 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e^y = \emptyset 8/23 (= \frac{4,37}{2} = 2,18)$ πρόσθ.

Σχεδίαση οπλισμών

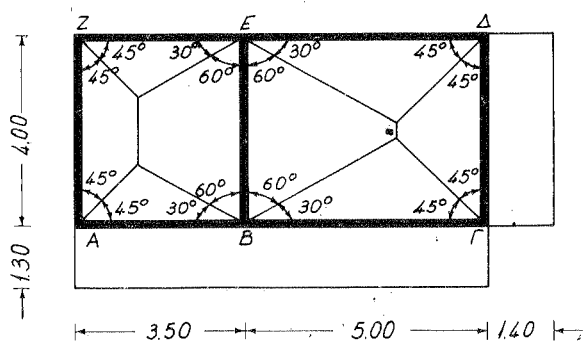


Παρατήρηση

Η ροπή των προβόλων εξασκεῖται δλόκληρη καί στό ἐσωτερικό τῆς παρυφῆς. Γι' αὐτό τό πάχος τετραέρειστης πλάκας δέν μπορεῖ νά εἶναι μικρότερο τοῦ πάχους τοῦ προβόλου, ἄν φυσικά τό πάχος τοῦ προβόλου ἔχη καθοριστῇ λόγῳ κάμψης.

Στό προηγούμενο παράδειγμα ἡ πλάκα ἦταν δυνατόν νά ἀντέξῃ καί μέ πάχος $d=11\text{cm}$.

φορτία παραλαμβανόμενα ἀπό τίς δοκοῦς



Π₁

Ἀπ' τόν πίνακα 67β γιά $\epsilon = \frac{4,00}{3,50} = 1,14 \Rightarrow$

$$u_{xr}^{(1)} = 0,25 \quad u_{xerm}^{(1)} = 0,43 \quad u_{yr}^{(1)} = 0,18$$

Π₂

Ἀπ' τόν πίνακα 67α γιά $\epsilon' = \frac{5,00}{4,00} = 1,25 \Rightarrow$

$$u_{xr}^{(2)} = 0,25 \quad u_{xerm}^{(2)} = 0,43 \quad u_{yr}^{(2)} = 0,23$$

Δοκός AB

$$q_{AB} = u_{yr}^{(1)} q l_x^{(1)} + q_{\pi\rho} \cdot l_{\pi\rho} = 0,18 \times 0,698 \times 3,50 + 0,698 \times 1,30 = 1,35 \text{ t/m}$$

Δοκός ΒΓ

$$q_{B\Gamma} = u_{yr}^{(2)} q l_x^{(2)} + q_{\pi\rho} \cdot l_{\pi\rho} = 0,23 \times 0,698 \times 4,00 + 0,698 \times 1,30 = 1,55 \text{ t/m}$$

Δοκός ΓΔ

$$q_{\Gamma\Delta} = u_{xr}^{(2)} q l_x^{(2)} + q_{\pi\rho} \cdot l_{\pi\rho} = 0,25 \times 0,698 \times 4,00 + 0,698 \times 1,40 = 1,68 \text{ t/m}$$

$$(l_x^{(2)})_{\min} = 4,00 \text{ m}$$

Δοκός ΔΕ

$$q_{\Delta E} = u_{yr}^{(2)} q_l^{(2)} = 0,23 \times 0,698 \times 4,00 = 0,64 \text{ t/m}$$

Δοκός ΕΖ

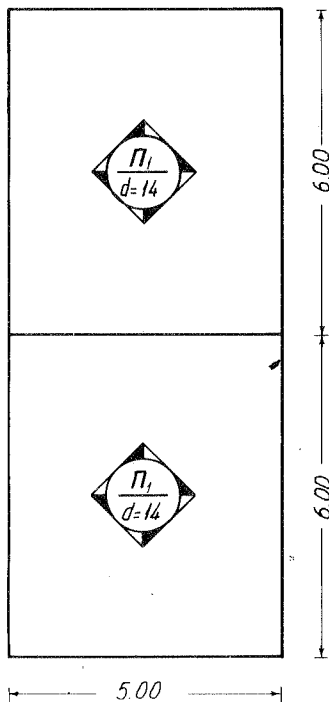
$$q_{\text{ΕΖ}} = u_{yr}^{(1)} q_l^{(1)} = 0,18 \times 0,698 \times 3,50 = 0,44 \text{ t/m}$$

Δοκός ΖΑ

$$q_{\text{ΖΑ}} = u_{xr}^{(1)} q_l^{(1)} = 0,25 \times 0,698 \times 3,50 = 0,61 \text{ t/m}$$

Δοκός ΒΕ

$$q_{\text{ΒΕ}} = u_{xerm}^{(1)} q_l^{(1)} + u_{xerm}^{(2)} \cdot q_l^{(2)} = 0,43 \times 0,698 \times 3,50 + 0,43 \times 0,698 \times 4,00 = 2,25 \text{ t/m}$$

ΑΣΚΗΣΗ 111

Ζητείται ο στατικός υπολογισμός και οι όπλισμοί των πλακών του σχήματος.

Δίνονται: Φορτία $g_{\epsilon\pi} = 80 \text{ kg/m}^2$

$p = 500 \text{ kg/m}^2$

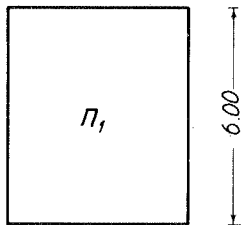
Υλικά: B300, St III.

Λύση**1. Στατική επίλυση**

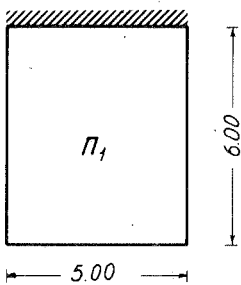
Τό κινητό φορτίο είναι σχετικά μεγάλο, γι' αυτό και θα

γίνουν δυσμενείς φορτίσεις. Έπειδή θα χρειασθώ ή επίλυση κάθε πλάκας για δύο είδη στήριξης βρίσκονται οι ανάλογοι συντελεστές.

$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{6,0}{5,0} = 1,20$$

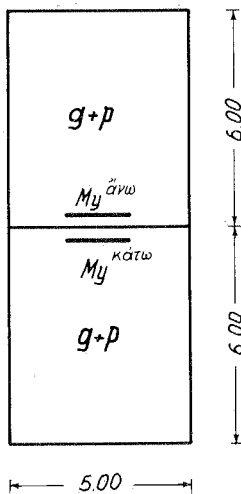


$$(\text{στήριξη 1}) \Rightarrow \begin{cases} m_{x_1} = 19,1 \\ m_{y_1} = 29,1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{άπό τόν} \\ \text{πίνακα 66} \end{array}$$



$$(\text{στήριξη "2α"}) \Rightarrow \begin{cases} m_{x_2} = 25,9 \\ m_{y_{\text{ερμ}}} = 10,1 \\ m_{y_2} = 28,9 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{άπό τόν} \\ \text{πίνακα 67α} \end{array}$$

1.1. $\min M_{\sigma\tau\eta\rho}$



$$g_{\text{υδ}} = 0,14 \times 2,4 = 0,336 \text{ t/m}^2$$

$$g_{\text{επ}} = 0,080 \text{ "}$$

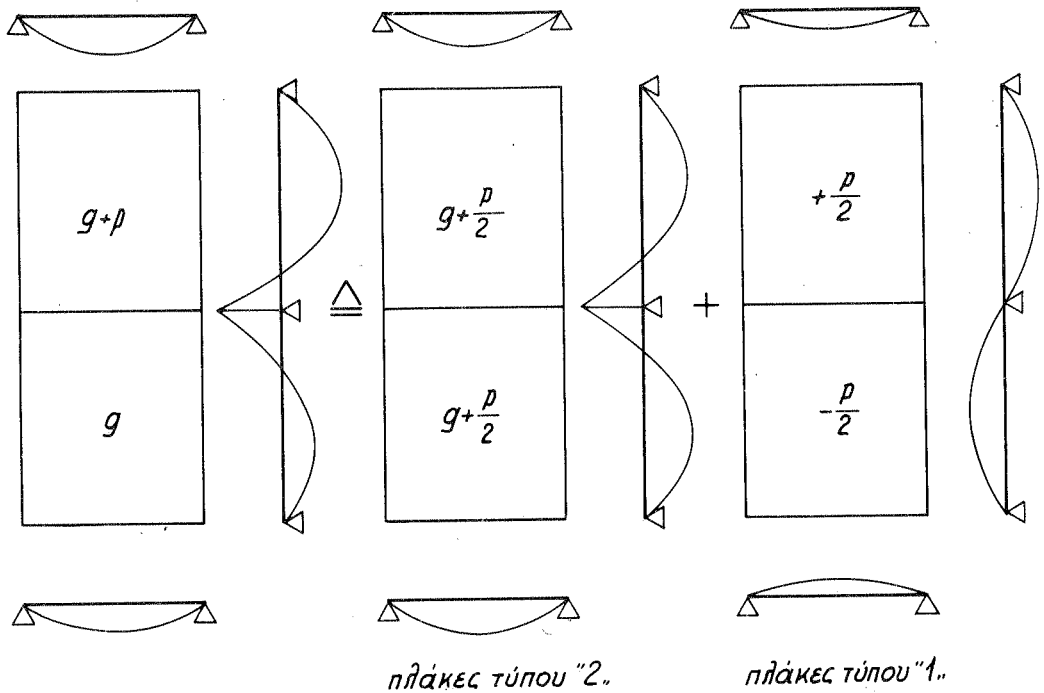
$$p = 0,500 \text{ "}$$

$$q = 0,916 \text{ t/m}$$

$$M_{y_{\text{ερμ}}}^{\text{άνω}} = M_{y_{\text{ερμ}}}^{\text{κάτω}}$$

$$= - \frac{q l_x^2}{10,1} = - \frac{0,916 \times 5,0^2}{10,1} = -2,27 \text{ tm}$$

$$M_{\sigma\tau\eta\rho} = \frac{M_{y_{\text{ερμ}}}^{\text{άνω}} + M_{y_{\text{ερμ}}}^{\text{κάτω}}}{2} = -2,27 \text{ tm}$$

1.2. $\max M$ και $\min M$ (άνοιγματος)

Είναι $g + \frac{p}{2} = 0,416 + 0,250 = 0,666 \text{ t/m}$ και $\frac{p}{2} = 0,250 \text{ t/m}$

"Αρα:

$$\max M_y = \left(g + \frac{p}{2}\right) \frac{l_x^2}{m_{y_2}} + \frac{p}{2} \frac{l_x^2}{m_{y_1}} = 0,666 \times \frac{5,0^2}{28,9} + 0,250 \times \frac{5,0^2}{29,1} = 0,58 + 0,21 = 0,79 \text{ tm}$$

$$\min M_y = \left(g + \frac{p}{2}\right) \frac{l_x^2}{m_{y_2}} - \frac{p}{2} \frac{l_x^2}{m_{y_1}} = 0,666 \times \frac{5,0^2}{28,9} - 0,250 \times \frac{5,0^2}{29,1} = 0,58 - 0,21 = 0,37 \text{ tm}$$

$$\max M_x = \left(g + \frac{p}{2}\right) \frac{l_x^2}{m_{x_2}} + \frac{p}{2} \frac{l_x^2}{m_{x_1}} = 0,666 \times \frac{5,0^2}{25,9} + 0,250 \times \frac{5,0^2}{19,1} = 0,64 + 0,33 = 0,97 \text{ tm}$$

$$\min M_x = (g + \frac{p}{2}) \frac{l_x^2}{m_{x2}} - \frac{p}{2} \frac{l_x^2}{m_{x1}} = 0,666 \times \frac{5,0^2}{25,9} + 0,250 \times \frac{5,0^2}{19,1} =$$

$$= 0,64 - 0,33 = 0,31 \text{ tm}$$

Παρατήρηση

★ Αν δέν λάβωμε υπ' όψη τήν κινήτοτητα τοῦ φορτίου P θά εἶναι:

$$M_{\sigma\tau\eta\rho} = -(g+p) \frac{l_x^2}{m_{yerm}} = -0,916 \times \frac{5,0^2}{10,1} = -2,27 \text{ tm}$$

$$M_{\chi\acute{\alpha}\nu\omicron\lambda\upsilon\gamma\mu} = (g+p) \frac{l_x^2}{m_{x2}} = 0,916 \times \frac{5,0^2}{25,9} = 0,88 \text{ tm}$$

$$M_{y\acute{\alpha}\nu\omicron\lambda\upsilon\gamma\mu} = (g+p) \frac{l_x^2}{m_{y2}} = 0,916 \times \frac{5,0^2}{28,9} = 0,79 \text{ tm}$$

★ Παρατηρεῖται ὅτι οἱ διαφορές εἶναι πολὺ μικρές. Αὐτό βέβαια συμβαίνει ἐπειδὴ δέν ὑπάρχουν μεγάλες διαφορές στίς διαστάσεις καί οἱ πλάκες εἶναι τοῦ ἴδιου πάχους πρᾶγμα συνηθισμένο στίς περισσότερες περιπτώσεις ἐφαρμογῆς.

★ Εἶναι λοιπόν δυνατό, γιά συνηθισμένες περιπτώσεις, νά λαμβάνωνται ροπές χωρίς δυσμενεῖς φορτίσεις.

2. ὁπλισμοί

$$\frac{\epsilon_{\sigma b}}{\epsilon_{\sigma e}} = \frac{100}{2400} \Rightarrow k_h^* = 7,7$$

Διεύθυνση x

$$k_h = \frac{12,5}{\sqrt{0,97}} = 12,7 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{0,97}{0,125} = 3,57 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{e_x} = \emptyset 8/14 (= 3,59 \text{ cm}^2) \cdot$$

Διεύθυνση y

Ανοίγμα

$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{0,79}} = 12,9 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{0,79}{0,115} = 3,16 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_{e_y} = \emptyset 8/16 (= 3,14 \text{ cm}^2)$$

Στήριξη

$$M' = 0,9 \times 2,27 = 2,04 \text{ tm}$$

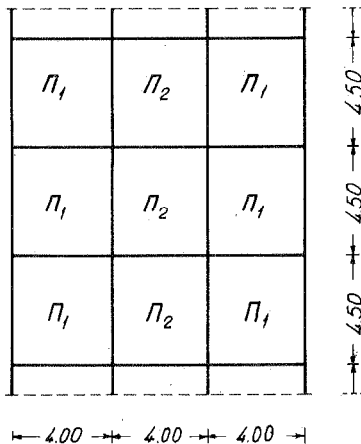
$$k_h = \frac{12,5}{\sqrt{2,04}} = 8,8 \Rightarrow k_e = 0,47 \Rightarrow F_e = 0,47 \times \frac{2,04}{0,125} = 7,67 \text{ cm}^2$$

$$\text{Υπάρχουν } \emptyset 8/32 + \emptyset 8/32 (=3,14 \text{ cm}^2) \Rightarrow \text{πρόσθ. } F_e = 7,67 - 3,14 = 4,53 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow f_{e_{y-y}} = \emptyset 8/11 (=4,57 \text{ cm}^2) \text{ πρόσθετα}$$

Παρατήρηση

★ Η ροπή στο μέσο της στήριξης είναι μεγάλη και μεταβάλλεται (πάνω στη στήριξη) παραβολικά προς τα άκρα. Το ίδιο περίπου συμβαίνει και με τις τέμνουσες δυνάμεις. Επομένως και η ποσότητα $\Delta M = Q \frac{b_0}{2}$ που αναφέρεται στο μέσο της στήριξης είναι μεγάλη και δεν ανταποκρίνεται στην μείωση του 10% για την ροπή στήριξης. Λαμβάνονται όμως $M' = 0,9M$ για συντομία.

ΑΣΚΗΣΗ 112

Ζητείται ο υπολογισμός των πλακών του σχήματος, τριών ανοιγμάτων κατά την διεύθυνση x και πρακτικά απείρων κατά την διεύθυνση y .

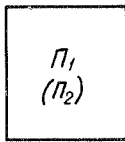
Κινητό φορτίο: $P = 1,0 \text{ t/m}^2$

Υλικά: B225, St III.

Λύση**1. Στατική επίλυση**

$$\epsilon = \frac{l_x}{l_y} = \frac{4,50}{4,00} = 1,125$$

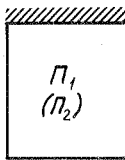
Επειδή τό κινητό φορτίο είναι πολύ μεγάλο, γίνονται δυσ-
μενείς φορτίσεις.



4.50

Γιά στήριξη "1" $\Rightarrow$

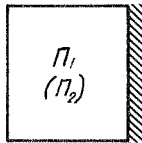
$$\begin{cases} m_x = 21,6 \\ m_y = 28,2 \end{cases}$$



4.50

Γιά στήριξη "2α" $\Rightarrow$

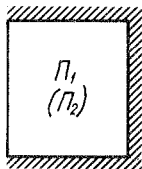
$$m_{yerm} = 10,7$$



4.50

Γιά στήριξη "2β" $\Rightarrow$

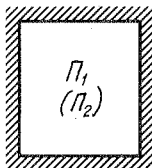
$$m_{xerm} = 10,7$$



4.50

Γιά στήριξη "5α" $\Rightarrow$

$$\begin{cases} m_x = 43,8 \\ m_y = 44,0 \\ m_{xerm} = 14,9 \\ m_{yerm} = 14,6 \end{cases}$$



4.50

Γιά στήριξη "6" $\Rightarrow$

$$\begin{cases} m_x = 44,3 \\ m_y = 61,5 \\ m_{xerm} = 16,7 \\ m_{yerm} = 18,3 \end{cases}$$

4.00

1.1. $\min M_{12}$

g	g	$g+p$		$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$
$g+p$	$g+p$	g	$\triangleq$	$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$
				$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$
g	g	$g+p$		$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$

$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$		$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$
$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$	$+$	$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$
$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$		$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$
$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$		$g+\frac{p}{2}$	$g+\frac{p}{2}$

$-\frac{p}{2}$	$-\frac{p}{2}$	$+\frac{p}{2}$		$-\frac{p}{2}$	$+\frac{p}{2}$
$+\frac{p}{2}$	$+\frac{p}{2}$	$-\frac{p}{2}$		$+\frac{p}{2}$	$+\frac{p}{2}$
$-\frac{p}{2}$	$-\frac{p}{2}$	$+\frac{p}{2}$		$-\frac{p}{2}$	$+\frac{p}{2}$

$$M_{xerm}^1 = -(g + \frac{p}{2}) \cdot \frac{4,00^2}{14,9} - \frac{p}{2} \cdot \frac{4,00^2}{10,7} = -1,07(g + \frac{p}{2}) - 1,50 \frac{p}{2}$$

$$M_{xerm}^2 = -(g + \frac{p}{2}) \cdot \frac{4,00^2}{16,7} - \frac{p}{2} \cdot \frac{4,00^2}{10,7} = -0,96(g + \frac{p}{2}) - 1,50 \frac{p}{2}$$

$$M_{12} = \frac{M_{xerm}^1 + M_{xerm}^2}{2} = -1,02g - 1,26p = -1,02g - 1,26 \times 1,0$$

Προεκτίμηση

Η συνθήκη της λυγνρότητας δίνει $h_{\alpha\pi} \geq \frac{4,0}{60} = 0,067 \Rightarrow$

$$\Rightarrow d_{\alpha\pi} \geq 8,2 \text{ cm}$$

Για $d = 0,10 \text{ m} \Rightarrow g = 0,24 \text{ t/m}$

οπότε $M_{12} = -1,02 \times 0,24 - 1,26 - 1,50 \text{ tm}$ και $M'_{12} = 0,9 \times 1,50 = 1,35 \text{ tm}$

Άρα $h_{\alpha\pi} = k_h^* \sqrt{M'} = 9,2 \sqrt{1,35} = 10,7 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 12,2 \text{ cm}$

Λαμβάνεται $d = 13 \text{ cm}$

Φόρτιση

$g = 0,13 \times 2,40 = 0,312 \text{ t/m}^2, p = 1,0 \text{ t/m}^2$

$g + \frac{p}{2} = 0,312 + 0,500 = 0,812 \text{ t/m}^2, \frac{p}{2} = 0,500 \text{ t/m}^2$

έπιδραση τῆς ροπῆς λόγω κινητοῦ φορτίου σέ γειτονικά ἀνοίγματα, λαμβάνεται στό μισό. Ἐπειδὴ ἐδῶ ὑπερισχύουν οἱ ροπές λόγω τοῦ κινητοῦ οἱ ἐλάχιστες ροπές τῶν ἀνοιγμάτων μποροῦν νά ληφθοῦν μεγαλύτερες.

2. ὀπλισμοί

$$\frac{\varepsilon_{ps_b}}{\varepsilon_{ps_e}} = \frac{80}{2400} \quad (\Rightarrow k_h^* = 9,2)$$

Π₁

Διεύθυνση x

$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{0,67}} = 14,0 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{0,67}{0,115} = 2,62 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^x = 0,8/19 (=2,65 \text{ cm}^2)$$

Διεύθυνση ψ

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,58}} = 13,8 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{0,58}{0,105} = 2,49 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^y = 0,8/20 (=2,51 \text{ cm}^2)$$

Π₂

Διεύθυνση x

$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{0,66}} = 14,2 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{0,66}{0,115} = 2,58 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^x = 0,8/19 (=2,65 \text{ cm}^2)$$

Διεύθυνση ψ

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,49}} = 15,0 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{0,49}{0,105} = 2,10 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^y = 0,8/24 (=2,10 \text{ cm}^2)$$

Στηρίξεις Π₁-Π₂

$$M'_{12} = 0,9 \times 1,58 = 1,42 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{1,5}{\sqrt{1,42}} = 9,7 \Rightarrow k_e = 0,47 \Rightarrow F_e = 0,47 \times \frac{1,42}{0,115} = 5,80 \text{ cm}^2$$

Υπάρχουν $\varnothing 8/38 + \varnothing 8/38 (=2,65 \text{ cm}^2) \Rightarrow$ πρόσθ. $F_e = 5,80 - 2,65 = 3,15 \text{ cm}^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow f_e^x = \varnothing 8/16 (=3,14 \text{ cm}^2)$ πρόσθ.

Στήριξεις Π₁-Π₁

$$M'_{11} = 0,9 \times 1,64 = 1,48 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{1,48}} = 9,5 \Rightarrow k_e = 0,47 \Rightarrow F_e = 0,47 \times \frac{1,48}{0,115} = 6,05 \text{ cm}^2$$

Υπάρχουν $\varnothing 8/40 + \varnothing 8/40 (=2,51 \text{ cm}^2) \Rightarrow$ πρόσθ. $F_e = 6,05 - 2,51 = 3,54 \text{ cm}^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow f_e^y = \varnothing 8/14 (=3,59 \text{ cm}^2)$ πρόσθ.

Στήριξεις Π₁-Π₁'

$$M'_{22} = 0,9 \times 1,46 = 1,31 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{11,5}{\sqrt{1,31}} = 10,0 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{1,31}{0,115} = 5,24 \text{ cm}^2$$

Υπάρχουν $\varnothing 8/48 + \varnothing 8/48 (=2,10 \text{ cm}^2) \Rightarrow$ πρόσθ. $F_e = 5,24 - 2,10 = 3,14 \text{ cm}^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow f_e^y = \varnothing 8/16 (=3,14 \text{ cm}^2)$

Παρατήρηση

"Αν τό κινητό φορτίο ήταν μικρότερο, ήταν δυνατό νά μή χρησιμοποιηθούν δυσμενεῖς φορτίσεις.

ΑΣΚΗΣΗ 113

Νά υπολογισθῇ ἡ προηγούμενη άσκηση μέ κινητό φορτίο $p = 0,350 \text{ t/m}^2$.

Υλικά: B225, St III.

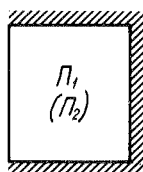
Λύση

1. Στατική επίλυση

Επειδή τό κινητό φορτίο εἶναι σχετικά μικρό δέν χρειάζεται επίλυση μέ δυσμενεῖς φορτίσεις. Θεωρεῖται ὅλο τό φορτίο q σύγχρονα σέ ὅλα τά ανοίγματα, άρα ὑπάρχουν δύο εἴδη στήριξης πού άντιστοιχοῦν στίς πλάκες Π₁ καί Π₂.

188.

$$\varepsilon = \frac{l_y}{l_x} = \frac{4,50}{4,0} = 1,125$$

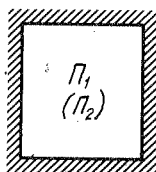


4.00

4.50

Στήριξη "5α" =>

$$\left\{ \begin{array}{l} m_x = 43,8 \\ m_y = 44,0 \\ m_{xerm} = 44,9 \\ m_{yerm} = 14,6 \end{array} \right.$$



4.00

4.50

Στήριξη "6" =>

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{xm} = 44,3 \\ m_{ym} = 61,5 \\ m_{xerm} = 16,7 \\ m_{yerm} = 18,3 \end{array} \right.$$

Προεκτίμηση

Η συνθήκη της λυγρότητας δίνει $h_{\alpha\pi} \geq \frac{4,0}{60} = 0,067 \text{ m} \Rightarrow$

$$\Rightarrow d_{\alpha\pi} \geq 8,2 \text{ cm. Για } d = 10 \text{ cm} \Rightarrow g = 0,24 \text{ t/m}^2$$

$$M_{xerm}^1 = -0,59 \times \frac{4,0^2}{14,9} = -0,63 \text{ tm}$$

$$p = 0,35 \text{ t/m}^2$$

$$M_{xerm}^2 = -0,59 \times \frac{4,0^2}{16,7} = -0,57 \text{ tm}$$

$$q = 0,59 \text{ t/m}^2$$

$$M_{12} = -\frac{0,63 + 0,57}{2} = -0,60 \text{ tm}$$

$$M'_{12} = 0,9 \times 0,60 = 0,54 \text{ tm}$$

$$h_{\alpha\pi} = 9,2\sqrt{0,54} = 6,8 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 6,8 + 1,5 = 8,3 \text{ cm} < 10$$

Λαμβάνεται: $d = 10 \text{ cm}$

$$\text{Φόρτιση: } q = 0,59 \text{ t/m}^2$$

Π₁

$$M_x = 0,59 \times \frac{4,0^2}{43,8} = 0,22 \text{ tm}$$

$$M_y = 0,59 \times \frac{4,0^2}{44,0} = 0,21 \text{ tm}$$

$$M_{xerm} = -0,59 \times \frac{4,0^2}{14,9} = -0,63 \text{ tm}$$

$$M_{yerm} = -0,59 \times \frac{4,0^2}{14,6} = -0,65 \text{ tm}$$

Π_2

$$M_x = 0,59 \times \frac{4,0^2}{44,3} = 0,21 \text{ tm}$$

$$M_y = 0,59 \times \frac{4,0^2}{61,5} = 0,15 \text{ tm}$$

$$M_{xerm} = -0,59 \times \frac{4,0^2}{16,7} = -0,57 \text{ tm}$$

$$M_{yerm} = -0,59 \times \frac{4,0^2}{18,3} = -0,52 \text{ tm}$$

$$\Pi_1 - \Pi_2 \quad M_{12} = -\frac{0,63 + 0,57}{2} = -0,60 \text{ tm}$$

$$\Pi_1 - \Pi_1 \quad M_{11} = -0,65 \text{ tm}$$

$$\Pi_2 - \Pi_2 \quad M_{22} = -0,52 \text{ tm}$$

2. όηλισμοί

Π_1

Διεύθυνση x

$$k_h = \frac{8,5}{\sqrt{0,22}} = 18,1 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 1,16 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e^x = \emptyset 8/15 (=3,35 \text{ cm}^2)$$

$$(\text{mine} = 1,5d = 1,5 \times 10 = 15 \text{ cm}).$$

Διεύθυνση ψ

$$k_h = \frac{7,5}{\sqrt{0,21}} = 16,4 \Rightarrow k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 1,26 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e^x = \emptyset 8/20 (=2,51 \text{ cm}^2)$$

$$(\text{miné} = 2,0d = 2,0 \times 1,0 = 20 \text{ cm})$$

$$\Pi_2 \quad f_e^x = \emptyset 8/15 \quad \text{καί} \quad f_e^y = \emptyset 8/20$$

$$\Pi_1 - \Pi_2 M' = 0,9 \times 0,60 = 0,54 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{8,5}{\sqrt{0,54}} = 11,6 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 2,92 \text{ cm}^2 \Rightarrow f_e^x = \text{άρηετ}$$

190

$$\pi_1 - \pi_1 M' = 0,9 \times 0,65 = 0,59 \text{tm}$$

$$k_h = \frac{8,5}{\sqrt{0,59}} = 11,1 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 3,19 \text{cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^y = \emptyset 8/50 \text{ πρόσθ.}$$

$$\pi_2 - \pi_2 M' = 0,9 \times 0,52 = 0,47 \text{tm}$$

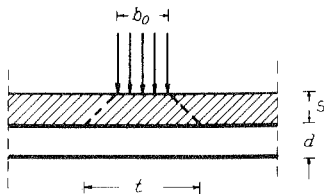
$$k_h = \frac{8,5}{\sqrt{0,47}} = 12,4 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 2,54 \text{cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e^y = \text{άρκεϊ.}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ XII

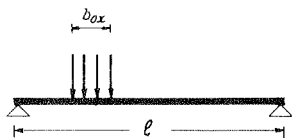
ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΑ ΚΑΙ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΦΟΡΤΙΑ

Πλάτος εισαγωγής του φορτίου



$$t = b_0 + 2s$$

όπου s : τό πάχος της επικάλυψης



Πλάτος διανομής b_m

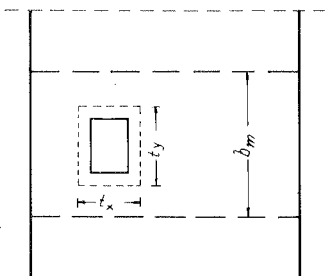
Γιά τόν υπολογισμό των ροπών κάμψης

$$b_m = \max \left\{ \begin{array}{l} t_y \\ \frac{2}{3} \left(1 + \frac{t_y}{2} \right) \end{array} \right\}$$

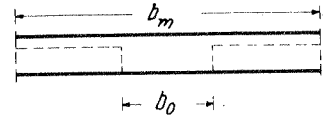
ή ανά μέτρο ροπή κάμψης m είναι:

$$m = \frac{M}{b_m} \quad (\text{κατά την διεύθυνση } x-x)$$

όπου M ή ροπή της αμφιέρειστης λόγω του συγκεντρωμένου φορτίου.



Ο όπλισμός κάμψης μπορεί να τοποθετηθῇ σ' ἓνα πλάτος b_o ,
 ὥστε $t_y < b_o < \frac{b_m}{2}$ γιατί στή πραγματικό-
 τητα πρόκειται γιὰ πλακοδοκό μέ $d/d_o=1$
 καί $b_o/b = b_o/b_m$.



Γιὰ τόν ὑπολογισμό τεμνουσῶν δυνάμεων.

$$b_m = \max \left\{ \begin{array}{l} t_y \\ \frac{1}{3} \left(1 + \frac{t_y}{2} \right) \end{array} \right\}, \quad q = \frac{Q}{b_m}$$

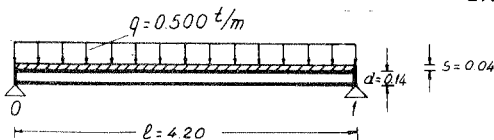
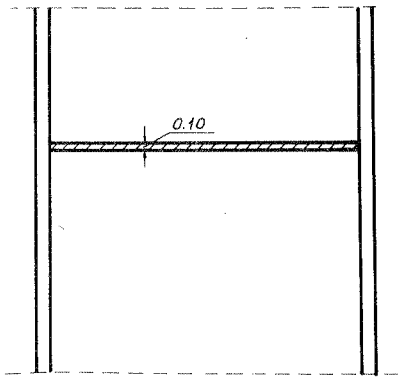
Σέ τέτοιες περιπτώσεις φόρτισης τῶν πλακῶν πρέπει νά
 τοποθετῆται ἐπὶ πλέον όπλισμός διανομῆς σέ ποσοστό c τοῦ ό-
 πλισμοῦ ἀντοχῆς, πού ἀντιστοιχεῖ στό συγκεντρωμένο φορτίο, ό-
 που $c = 0,4 \left(1 - \frac{t_y}{b_m} \right)$.

τούλάχιστον ὅμως 4ϕ6 στό μέτρο.

Μέ τό νέο DIN 1045 τό πλάτος διανομῆς ἐξαρτᾶται ἀπό τό
 σημεῖο ἐφαρμογῆς τοῦ φορτίου, ἀπό τόν τρόπο στήριξης τῆς πλά-
 κας καί εἶναι διάφορο στά ἀνοίγματα καί στίς στηρίξεις.

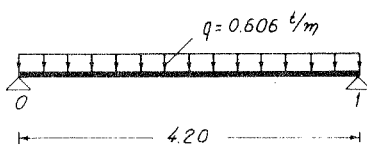
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 114



Λύση

Έλεγχος με τό καθολικό φορτίο



Ζητείται ο υπολογισμός
 αμφιέρειστης πλάκας ανοίγμα-
 τος $l = 4,20\text{m}$ πού φέρει φορ-
 τία, επικάλυψης 70kg/m^2 , ώφέ-
 λιμο 200kg/m^2 καί σέ ένα ση-
 μεΐο της γραμμικό φορτίο λόγω
 διέλευσης όπτοπλινθοδομής 500
 kg/m .

Δίνονται:

Πάχος επικάλυψης: $s=4\text{cm}$

πάχος πλάκας: $d=14\text{cm}$

Υλικά: B160, St I.

Φόρτιση

$$g_{\text{ιδ}} = 0,14 \times 2,40 = 0,336 \text{ t/m}^2$$

$$g_{\text{επ}} = 0,070 \text{ t/m}^2$$

$$p = 0,200 \text{ t/m}^2$$

$$q = 0,606 \text{ t/m}^2$$

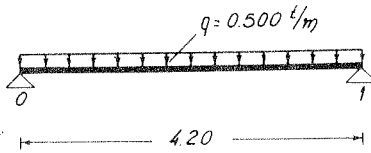
$$\max M_{01} = 0,606 \times \frac{4,20^2}{8} = 1,34 \text{ tm/m}$$

$$k_h = \frac{12,5}{\sqrt{1,34}} = 10,8 \Rightarrow k_e = 0,82 \Rightarrow F_e = 0,82 \times \frac{1,34}{0,125} = 8,79 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow f_{e\delta\lambda\nu} = \phi 12/12,5 (=9,05 \text{ cm}^2)$ σε όλο το μήκος της πλάκας

$$f_{e\delta\lambda\nu} = \phi 6/25.$$

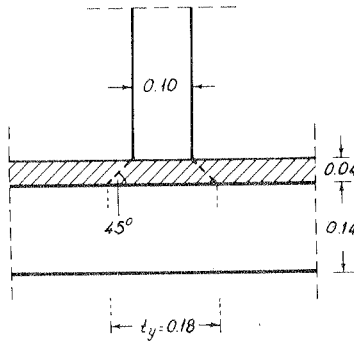
Έλεγχος με το καθολικό και το γραμμικό φορτίο



$$M_{01} = 0,500 \times \frac{4,20^2}{8} = 1,10 \text{ tm}$$

Πλάτος εισαγωγής του φορτίου

$$t_x = l = 4,20 \text{ m}$$



$$t_y = b_o + 2s = 0,10 + 2 \times 0,04 = 0,18 \text{ m}$$

$$b_m = \max \left\{ \begin{array}{c} t_y \\ \frac{2}{3} \left(1 + \frac{t_y}{2} \right) \end{array} \right\} =$$

$$= \max \left\{ \begin{array}{c} 0,18 \\ \frac{2}{3} \left(4,20 + \frac{0,18}{2} \right) \end{array} \right\} = 2,86 \text{ m}$$

$$m = \frac{M_{01}}{b_m} = \frac{1,10}{2,86} = 0,38 \text{ tm/m}$$

$$m = 1,34 + 0,38 = 1,72 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{12,5}{\sqrt{1,72}} = 9,5 < 9,9 = k_h^*$$

Επειδή η διαφορά είναι μικρή και επειδή η διανομή της ροπής έχει γίνει προσεγγιστικά δεν αυξάνεται το πάχος της πλάκας ούτε χρησιμοποιείται θλιβόμενος όπλισμός.

$$k_e = 0,83 \Rightarrow F_e = 0,83 \times \frac{1,72}{0,125} = 11,42 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{υπάρχει ήδη } F_e = 9,05 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ άρα προσθ. } F_e = 11,42 - 9,05 = 2,37 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Ο συνολικός πρόσθετος όπλισμός είναι:

$$F_e = 2,86 \times 2,37 = 6,78 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 6\phi 12 (= 6,78 \text{ cm}^2)$$

Ο όπλισμός αυτός μπορεί να τοποθετηθεί σε ένα πλάτος μεταξύ $t_y = 0,18$ και $b_m/2 = 1,43 \text{ m}$

Εδώ εκλέγεται πλάτος $b_o = 1,00 \text{ m}$.

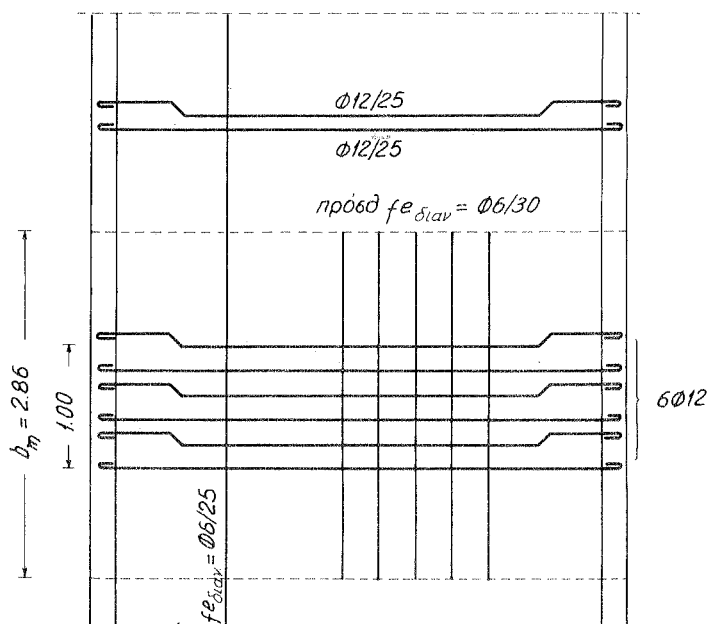
Εγκάρσιος όπλισμός διανομής $F_e = c \cdot F_e$

$$\text{όπου } c = 0,4 \left(1 - \frac{t_y}{b_m}\right) = 0,4 \left(1 - \frac{0,18}{2,86}\right) = 0,37$$

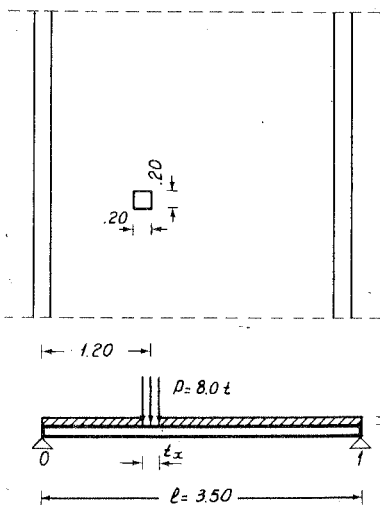
$$F_e' = 0,37 \times 6,78 = 2,51 \text{ cm}^2/2,86 \text{ m} = 0,88 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow$$

$$\text{πρόσθ. } f_{e_{\delta_{\text{lav}}}} = \phi 6/30 \left(= \frac{1,89}{2} = 0,95 \text{ cm}^2\right).$$

Σχεδίαση όπλισμών



ΑΣΚΗΣΗ 115



Σε άμφιαρθρωτή πλάκα άνοιγματος $l = 3,50\text{m}$ που φέρει ώφέλιμο φορτίο $p = 200\text{kg/m}^2$ καί φορτίο επικάλυψης 80kg/m^2 στηρίζεται στύλος διαστάσεων 20×20 που φέρει φορτίο $p = 8,0\text{t}$. Ζητεΐται ό ύπολογισμός της πλάκας.

Δίνονται: Έδραση άμεσα πάνω στην πλάκα.

Υλικά: B225, St III.

Λύση

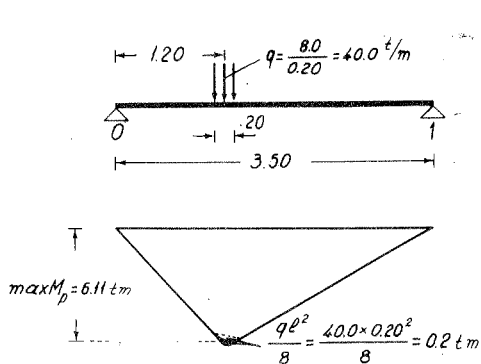
Πλάτος είσαγωγής του φορτίου

$$t_x = t_y = b_0 = 0,20\text{m}$$

Πλάτος διανομής της ροής

$$b_m = \max \left\{ \begin{array}{l} t_y \\ \frac{2}{3} \left(1 + \frac{t_y}{2} \right) \end{array} \right\} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,20 \\ \frac{2}{3} \left(3,50 + \frac{0,20}{2} \right) = 2,40 \end{array} \right\} = 2,40\text{m}$$

Στατική επίλυση λόγω συγκεντρωμένου φορτίου



$$M'_p = 8,0 \times \frac{2,30}{3,50} \times 1,20 = 6,31\text{tm}$$

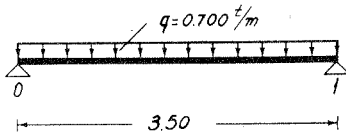
$$\max M_p = M' - \frac{q l^2}{8} = 6,31 - \frac{40,0 \times 0,2^2}{8} =$$

$$= 6,11\text{tm}$$

$$m_p = \frac{M_p}{b_m} = \frac{6,11}{2,40} = 2,55\text{tm/m}$$

Προεκτίμηση

Στό σημείο εισαγωγής του συγκεντρωμένου φορτίου είναι:



$$m_q = q \frac{xx'}{2} = q \frac{1,20 \times 2,30}{2} = 1,38q$$

$$\text{Γιὰ } q = 0,700 \text{ t/m}^2 \Rightarrow$$

$$m_q = 1,38 \times 0,700 = 0,97 \text{ tm}$$

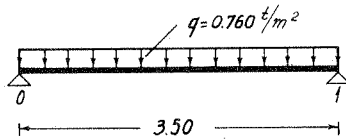
Ἡ συνολικὴ ροπή εἶναι $m = m_p + m_q = 2,55 + 0,97 = 3,52 \text{ tm}$

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{80}{2400} \Rightarrow k_h^* = 9,2$$

$$h_{\alpha\pi} = 9,2 \sqrt{3,52} = 17,3 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 17,3 + 1,5 = 18,8 \text{ cm}$$

Λαμβάνεται $d = 20 \text{ cm} \Rightarrow g_{\text{υδ}} = 0,20 \times 2,4 = 0,480 \text{ t/m}^2$ καί

$$q = 0,480 + 0,200 + 0,080 = 0,760 \text{ t/m}^2 \approx 0,700 \text{ t/m}^2$$

Στατική επίλυση λόγω ὁμοιόμορφου φορτίου

$$m_q = 1,38q = 1,38 \times 0,760 = 1,05 \text{ tm/m}$$

$$\text{Συνολικὴ ροπή } m = m_p + m_q = 2,55 + 1,05 = 3,60 \text{ tm}$$

Ἐλεγχος κάμψης

$$k_h = \frac{18,5}{\sqrt{3,60}} = 9,8 > 9,2 = k_h^*$$

Ἐλεγχος σέ διάτμηση

$$\text{Πλάτος διανομῆς } b_m = \max \left\{ \frac{t_y}{\frac{1}{3} \left(1 + \frac{t_y}{2} \right)} \right\} = \max \left\{ \frac{0,20}{\frac{1}{3} \left(3,50 + \frac{0,20}{2} \right)} \right\} = 1,20 \text{ m}$$

$$Q_p^o = 8,0 \times \frac{2,30}{3,50} = 5,26 \text{ t}$$

$$q_p^o = \frac{5,26}{1,20} = 4,38 \text{ t/m}$$

$$Q_q^0 = 0,76 \times \frac{3,50}{2} = 1,33t$$

$$q_q^0 = \frac{1,33}{1,00} = 1,33t/m$$

$$\max \tau_0 = \frac{q_p^0 + q_q^0}{z} = \frac{4,38 + 1,33}{\frac{7}{8} \times 0,185} = 35,3t/m^2 = 3,53kg/cm^2 < q \text{ kg/cm}^2 = \tau_{01}$$

• Όπλισμός κάμψης

1. Λόγω του φορτίου q

$$k_h = \frac{18,5}{\sqrt{1,05}} = 18,1 \Rightarrow k_e \approx 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{1,05}{0,185} = 2,55cm^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow f_e = \emptyset 8/19 (=2,65cm^2)$ σε όλο το μήκος της πλάκας.

$$f_{εδιαν.} = \emptyset 8/33$$

2. Λόγω του φορτίου p

$$k_h = \frac{18,5}{\sqrt{3,60}} = 9,8 > 9,2 \Rightarrow k_e \approx 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{3,60}{0,185} = 8,95cm^2$$

Υπάρχει ήδη $F_e = 2,55cm^2/m \Rightarrow \text{προσθ. } F_e = 8,95 - 2,55 = 6,40cm^2$

Ο όπλισμός αυτός αναφέρεται σε ένα μέτρο μήκους και χρειάζεται σε συνολικό πλάτος $b_m = 2,40m$ όσο δηλαδή είναι το πλάτος διανομής της ροπής M_p .

Άρα συνολικός πρόσθετος όπλισμός $2,40 \times 6,40 = 15,36cm^2$.

Ο όπλισμός αυτός μπορεί να τοποθετηθῇ σε πλάτος από $t_y = 0,20m$ έως $b_m/2 = 1,20m$, συμμετρικά ως προς τον διαμήκη άξονα του συγκεντρωμένου φορτίου. Εκλέγεται πλάτος τοποθέτησης όπλισμού $b_o = 1,00m$. Άρα $F_e = 5\emptyset 20 (=15,71cm^2)$.

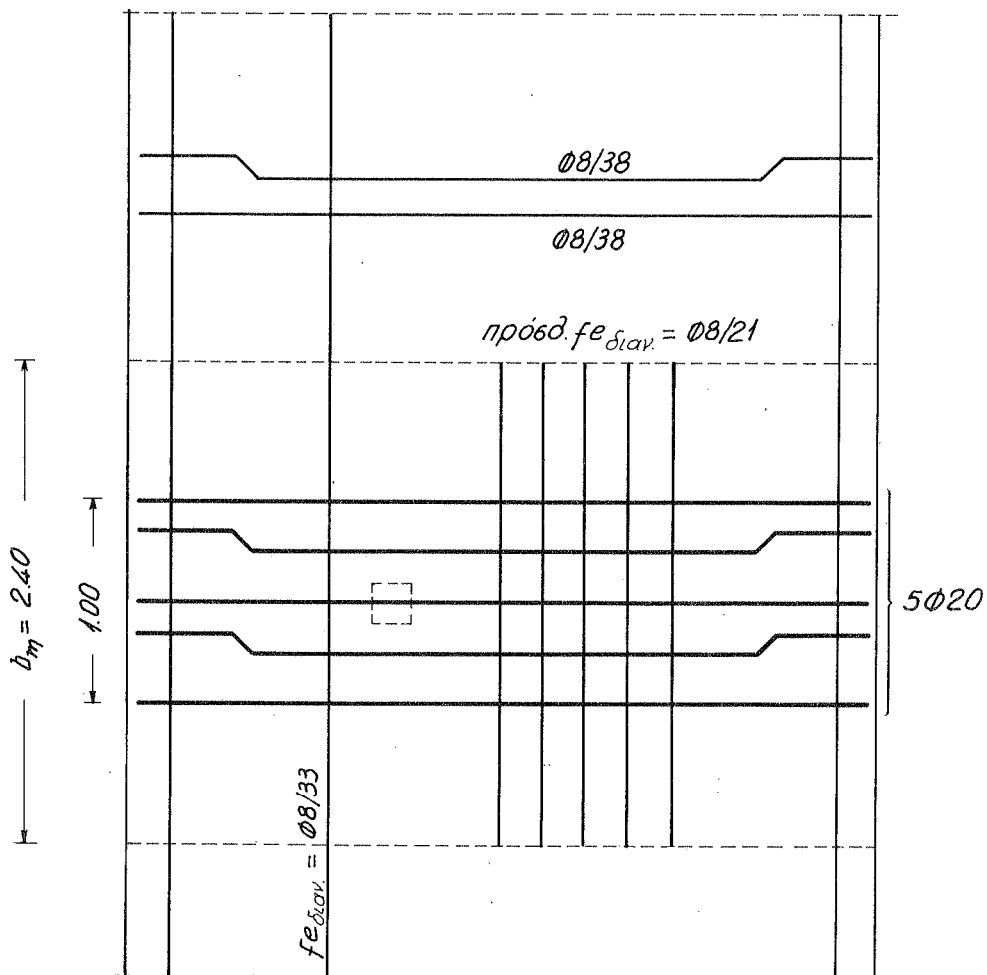
Εγκάρσιος όπλισμός διανομής $F_e' = cF_e$.

$$c = 0,4 \left(1 - \frac{t_y}{b}\right) = 0,4 \left(1 - \frac{0,20}{2,40}\right) = 0,37$$

$$F_e' = 0,37 \times 15,36 = 5,68cm^2/2,40m \Rightarrow F_e' = 2,37cm^2/m \Rightarrow$$

$$\text{προσθ. } f_{εδιαν.} = \emptyset 8/21 (= \frac{4,79}{2} = 2,40cm^2)$$

Σχεδίαση όπλισμών

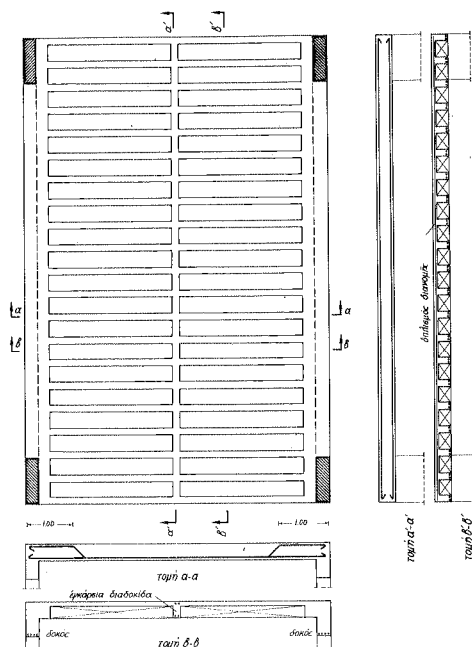


ΚΕΦΑΛΑΙΟ XIII

ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΝΕΥΡΩΣΕΙΣ

1. ΓΕΝΙΚΑ

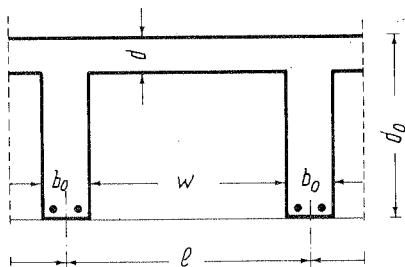
Οι πλάκες με νευρώσεις από όπλισμένο σκυρόδεμα είναι πατώματα που αποτελούνται από πλακοδοκούς με ελεύθερη απόσταση νευρώσεων τό πολύ 70 cm. Για να γίνη επίπεδη ή κάτω όψη, είναι δυνατό να γεμίζονται τά κενά με άδρανή σώματα.



Τά σώματα αυτά δέν επιτρέπεται να υπολογίζονται για τήν μεταβίβαση των τάσεων. Ό υπολογισμός, ή μόρφωση καί ο όπλισμός των πλακών αύτων γίνεται όπως καί για τίς δοκούς καί πλακοδοκούς.

2. ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΙ

- 2.1. Τό πάχος της θλιβόμενης περιοχής (d) δέν πρέπει νά εἶναι μικρότερο τοῦ $1/10$ τῆς ἐλεύθερης ἀπόστασης τῶν νευρώσεων, οὔτε τῶν 5 cm. Ὅταν ἡ ἀξονική ἀπόσταση τῶν νευρώσεων εἶναι μεγαλύτερη τῶν 40 cm, στήν θλιβόμενη περιοχή τῆς πλάκας μπαίνει ὀπλισμός τουλάχιστον 3Ø6 στό μέτρο, ἐγκάρσια πρὸς τίς νευρώσεις, γιά τήν διανομή τῶν φορτίων.



$$d \geq \max\left(\frac{w}{10}, 5\text{cm}\right) \quad b_0 \geq 5\text{cm}$$

Προσοχή! Στίς πλάκες μέ νευρώσεις δέν ἀπαιτεῖται στατικός ἐλεγχος τῶν πλακῶν.

- 2.2. Τό πλάτος τῶν νευρώσεων δέν μπορεῖ νά εἶναι μικρότερο τῶν 5 cm. Ὅταν ἡ ἀπόσταση τῶν νευρώσεων εἶναι μεγαλύτερη τῶν 40 cm θά τοποθετοῦνται συνδετήρες μέσα σ'αυτές. Στά στηρίγματα πρέπει νά κάμπτεται πρὸς τά πάνω ὁ μισός ὀπλισμός.

2.3. Στήν περίπτωση συνεχῶν πλακῶν μέ νευρώσεις, στήν περιοχή τῶν ἀρνητικῶν ροπῶν, πρέπει νά διαπλατύνωνται οἱ νευρώσεις ἢ καί νά γίνεται πλήρης ἡ πλάκα. Ἀπαγορεύεται ἡ τοποθέτηση θλιβόμενου ὀπλισμοῦ στίς θέσεις τῶν στηριγμάτων στίς νευρώσεις.

2.4. Πλάκες μέ κύριο ὀπλισμό κατὰ μία διεύθυνση πρέπει, γιά τήν διανομή τῶν φορτίων, νά ἔχουν ἐγκάρσιες νευρώσεις τῆς ἑξαιτίας διατομῆς μέ τόν ἴδιο ὀπλισμό, ὅπως οἱ φέρουσες νευρώσεις. Γιά ἀνοίγματα 4 ὡς 7 μέτρων χρειάζεται μιὰ νευρώση καί γιά ἀνοίγματα πάνω ἀπό 7 μέτρα τουλάχιστον τρεῖς.

Τά συγκεντρωμένα φορτία θά διανέμονται σέ διαδοχικές νευρώσεις μέ τήν βοήθεια ἐγκάρσιων νευρώσεων ἢ ἄλλων καταλήλων μέσων πού θά συνδέουν ἐπαρκῆ ἀριθμό κυρίων νευρώσεων.

- 2.5. Τό βάθος ἔδρασης πάνω σέ λιθοδομή πρέπει νά εἶναι τουλάχιστον 15 cm. Στήν περιοχή αὐτή ἡ πλάκα πρέπει νά κατασκευάζεται συμπαγῆς.

Στήν συνέχεια παρατίθενται οἱ ἀπόψεις τοῦ νέου DIN1045.

DIN 1045 (έκδοση 1972)

ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΝΕΥΡΩΣΕΙΣ

1. ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΠΕΔΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Οι πλάκες με νευρώσεις από όπλισμένο σκυρόδεμα είναι πατώματα που αποτελούνται από πλακοδοκούς με ελεύθερη απόσταση νευρώσεων τό πολύ 70cm, στίς οποίες δέν άπαιτεΐται στατικός έλεγχος τών πλακών.

Μεταξύ τών νευρώσεων είναι δυνατό νά χρησιμοποιούνται κάτω από τήν πλάκα στατικά άδρανή σώματα πλήρωσης. Για μερική ή όλική άντικατάσταση τής πλάκας εί- ναι δυνατό νά χρησιμοποιούνται στοιχεΐα πλήρωσης ή όροφόπλινθοι που συνεργάζονται στην άνάληψη φορτίου κατά τήν διεύθυνση τών νευρώσεων.

Οι πλάκες αυτές έπιτρέπονται για κινητά φορτία $p \leq 500 \text{ kg/m}^2$ καί για έργο- στάσια καί έργαστήρια έλαφρής λειτουργίας, όχι όμως καί για πλάκες, που πάνω τους κυκλοφορουν όχήματα βαρύτερα τών έπιβατικών. Τά συγκεντρωμένα φορτία πάνω από 750kg πρέπει νά μεταβιβάζονται με κατασκευαστικά μέτρα (π.χ. έγκάρσιες νευρώσεις) άμέσως στίς νευρώσεις.

2. ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΝΕΥΡΩΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΜΙΑ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ

2.1. πλάκα

Δέν άπαιτεΐται στατικός έλεγχος για τήν θλιβόμενη πλάκα. Τό πάχος της πρέ- πει νά είναι μεγαλύτερο του 1/10 τής ελεύθερης απόστασης τών νευρώσεων αλλά του- λάχιστον 5cm. Εάν έγκάρσιος όπλισμός πρέπει νά διατάσσεται για B St 22/34 (St I) τρεις ράβδοι όπλισμού διαμέτρου $d_e = 7 \text{ mm}$, για B St 42/50 (StII) τρεις ράβδοι δια- μέτρου $d_e = 6 \text{ mm}$ καί για B St 50/55 (St IV) τέσσερις ράβδοι διαμέτρου $d_e = 4 \text{ mm}$ ή με- γαλύτερος άριθμός λεπτότερων ράβδων τής ίδιας συνολικά διατομής στο μέτρο.

2.2. Διαμήκεις νευρώσεις

Οι νευρώσεις πρέπει νά έχουν πλάτος τουλάχιστον 5cm. Άν για τήν άνάληψη άρνητικών ροπών διαπλατώνονται κάτω, ή αύξηση του πλάτους τής νευρώσης b_o έπιτρέ- πεται νά τίθεται στόν ύπολογισμό μόνο με κλίση 1:3.

Ό διαμήκης όπλισμός πρέπει νά διανέμεται στίς νευρώσεις, όμοιόμορφα. Στην στήριξη έπιτρέπεται νά κάμπτεται λοξά κάθε δεύτερη ράβδος όπλισμού, άν σε κάθε νευρώση υπάρχουν περισσότερες από μία ράβδοι.

Πάνω από τίς έσωτερικές στηρίξεις συνεχών πλακών με νευρώσεις έπιτρέπεται νά λαμβάνεται ύπ' όψη στόν ύπολογισμό, σάν θλιβόμενος όπλισμός μόνο ό από τό ά- νοίγμα προερχόμενος όπλισμός με $m' \leq 1\%$ του F_b . Ό θλιβόμενος όπλισμός πρέπει νά εξασφαλίζεται από λυγισμό π.χ. με συνδετήρες.

Στίς νευρώσεις πρέπει νά μπαίνουν συνδετήρες. Οι συνδετήρες έπιτρέπεται νά παραλείπονται, όταν τό κινητό φορτίο δέν είναι μεγαλύτερο από 275 kg/m^2 , ή διά- μετρος του διαμήκη όπλισμού μεγαλύτερη από 16mm, ό όπλισμός άνοίγματος οδηγείται από στήριξη σε στήριξη, καί ή διατημητική τάση είναι $\tau_o \leq \tau_{o11}$.

Στήν περιοχή τών έσωτερικών στηρίξεων συνεχών πλακών καί σε πλάκες που πρέ- πει νά είναι πυρασφαλείς, πρέπει πάντοτε νά μπαίνουν συνδετήρες.

Άν ή πλάκα στην έδραση φορτίζεται με υπερκείμενους τοίχους (με εξαίρεση τούς έλαφρούς διαχωριστικούς τοίχους), πρέπει νά κατασκευάζεται στην στήριξη, με-

ταξύ των νευρώσεων, πλήρης λωρίδα σκυροδέματος που το πλάτος της να είναι ίσο με το βάθος ξδρασης και το ύψος ίσο με το ύψος της νευρώσης.

2.3. Εγκάρσιες νευρώσεις

Σε πλάκες με νευρώσεις πρέπει να τοποθετούνται εγκάρσιες νευρώσεις, που η άξονική απόσταση τους ή η απόσταση τους από το άκρο της πλήρους λωρίδας σκυροδέματος να μη υπερβαίνει τις τιμές του επόμενου πίνακα.

Κινητό φορτίο	Απόσταση των εγκαρσίων νευρώσεων για	
$p \text{ kg/m}^2$	$a_L \leq 1/8$	$a_L > 1/8$
≤ 275	-	$12 d_o$
> 275	$10 d_o$	$8 d_o$

όπου είναι

a_L : η άξονική απόσταση των διαμήκων νευρώσεων

l : το θεωρητικό άνοιγμα των διαμήκων νευρώσεων

d_o : το πάχος της πλάκας με νευρώσεις

Σε πλάκες με κινητό φορτίο $p \leq 275 \text{ kg/m}^2$ και θεωρητικό άνοιγμα ή ελεύθερο άνοιγμα μεταξύ των άκρων των πλήρων λωρίδων μέχρις 6m και στους αντίστοιχους διαδρόμους με $p \leq 350 \text{ kg/m}^2$, οι εγκάρσιες νευρώσεις μπορούν να παραλείπονται. Για κινητά φορτία $p > 275 \text{ kg/m}^2$ ή για θεωρητικά ή ελεύθερα ανοίγματα πάνω από 6m χρειάζεται μία τουλάχιστον εγκάρσια νευρώση.

Οι εγκάρσιες νευρώσεις πρέπει να υπολογίζονται για κινητά φορτία πάνω από 350 kg/m^2 για το όλο, αλλιώς για το μισό των έντατικών μεγεθών της διαμήκου νευρώσης. Ο όπλισμός αυτός πρέπει να τοποθετείται κάτω ή καλλίτερα πάνω και κάτω. Οι εγκάρσιες νευρώσεις πρέπει να κατασκευάζονται με το ίδιο ύψος και με τους ίδιους συνδετήρες όπως οι διαμήκεις νευρώσεις.

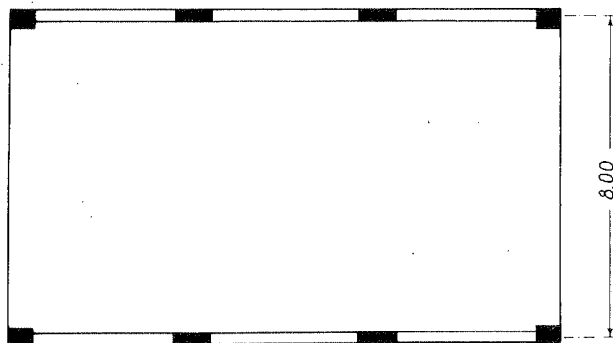
3. ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΝΕΥΡΩΣΕΙΣ ΚΑΤΑ ΔΥΟ ΔΙΕΥΘΥΝΣΕΙΣ

Σε πλάκες με νευρώσεις όπλισμένες κατά δύο διευθύνσεις πρέπει να εφαρμόζονται ανάλογα οι κανόνες για πλάκες με νευρώσεις κατά μία διεύθυνση. Ιδιαίτερα πρέπει να εφαρμόζονται προς τις δύο διευθύνσεις άξόνων οι μέγιστες αποστάσεις και οι ελάχιστες διαστάσεις των νευρώσεων και πλακών.

Τά έντατικά μεγέθη πρέπει να υπολογίζονται χωρίς να λαμβάνεται υπ' όψη η εύμενής επίδραση των ροπών συστροφής.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 116



Νά υπολογισθῇ ἡ πλάκα ZÖLLNER τοῦ σχήματος πού φέρει φορτίο $q = 0,260 \text{ t/m}^2$ (χωρίς τό ἴδιο βάρος).

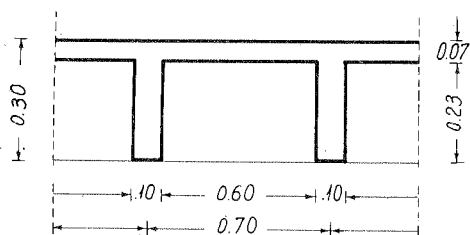
Ύψος πλάκας $\leq 30 \text{ cm}$

Υλικά B225, St III_R.

Λύση

Εκλέγονται διαδοκίδες $0,10 \times 0,30 \text{ (m} \times \text{m)}$ ἀνά $0,70 \text{ m}$.

Πάχος πλάκας $0,07 \text{ m}$ $\begin{cases} \geq 1/10 \times 0,70 \\ \geq 0,05 \end{cases}$



Για μία νεύρωση είναι:

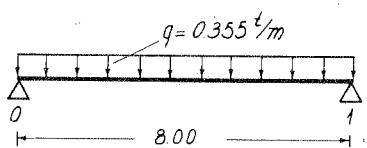
$$F_b = 0,70 \times 0,30 - 0,60 \times 0,23 = 0,072 \text{ m}^2$$

$$g_{l\delta} = 0,072 \times 2,40 = 0,173 \text{ t/m}$$

$$q' = 0,70 \times 0,260 = 0,182 \text{ t/m}$$

$$q = 0,355 \text{ t/m}$$

1. Στατική επίλυση



$$Q_0 = Q_1 = 0,355 \times \frac{8,0}{2} = 1,42 \text{ t}$$

$$\max M_{01} = 0,355 \times \frac{8,0^2}{8} = 2,84 \text{ tm}$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$\frac{\varepsilon_{ps_b}}{\varepsilon_{ps_e}} = \frac{70}{2400} \Rightarrow k_h^* = 10,2 \text{ (πίνακας 11, τόμος α')}$$

$$k_h = \frac{27}{\sqrt{\frac{2,84}{0,70}}} = 13,4 \Rightarrow k_x = 0,24 \Rightarrow x = 0,24 \times 0,27 = 0,065 < 0,07$$

Υπολογίζεται σαν ορθογωνική διατομή.

$$k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{2,84}{0,27} = 4,73 \text{ cm}^2$$

$$\text{Εκλέγονται } F_e = 2\emptyset 18 \text{ (}=5,08 \text{ cm}^2\text{)}$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

$$\max \tau_o = \frac{Q}{\frac{7}{8} h \cdot b_o} = \frac{1,42}{\frac{7}{8} \times 0,27 \times 0,10} = 60,1 \text{ t/m}^2 = 6,01 \text{ kg/cm}^2 < 7,0 \text{ kg/cm}^2 = \tau_{01}$$

Δέν χρειάζεται όπλισμός διάτμησης.

Τοποθετούνται συνδετήρες $\emptyset 6/20$ (έπειδή $l_{\alpha\beta\text{ον.}} = 0,70 \geq 0,40$).

4. Εγκάρσιες νευρώσεις

Τοποθετούνται δύο εγκάρσιες νευρώσεις διαστάσεων $0,10 \times 0,30$

μέ όπλισμό 2Ø12 πάνω καί 2Ø12 κάτω καί αυτό γιατί $l_{δοκού} = 8,0 > 7,0$ ($4Ø12 = 4,52\text{cm}^2 \approx 4,73\text{cm}^2 = \text{κύριος όπλισμός}$). Οί νευρώσεις αυτές χωρίζουν τό άνοιγμα σέ τρία φατνώματα. Συνδετήρες Ø6/20.

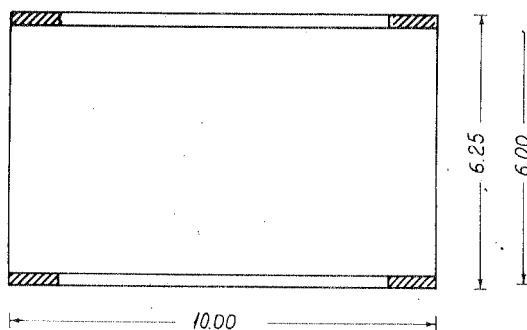
Παρατηρήσεις

* "Αν αυτές οί διαστάσεις δέν δίνουν ικανοποιητική λύση σέ άντοχή ή σέ άριθμό ράβδων όπλισμού, τότε βρίσκομε τίς κατάλληλες μέ άλλη μία ή δύο δοκιμές.

* Στόν ύπολογισμό τών έντατικών μεγεθών πρέπει κανονικά νά λαμβάνεται ύπ'όψη καί τό ίδιο βάρος τών έγκάρσιων διαδοκίδων, πού μπορεῖ νά διανέμεται σάν όμοιόμορφο φορτίο. Δηλ. θά ήταν $G = 0,10 \times 0,60 \times 0,23 \times 2,40 = 0,0331 \text{ t}$ καί έπειδή είναι δύο διαδοκίδες $G_{ολ} = 0,0662 \text{ t} \Rightarrow g_{διαδ} = \frac{0,0662}{8,0} = 0,008 \text{ t/m}$.

* "Αν υπάρχουν προβλήματα διάτμησης είναι δυνατό νά ένισχύεται ή περιοχή κοντά στήν στήριξη. Π.χ. νά κατασκευάζεται συμπαγής ή πλάκα σέ πλάτος 0,50 m από τήν στήριξη.

ΑΣΚΗΣΗ 117



Ζητεῖται ό ύπολογισμός τής δοκιδωτής πλάκας τοῦ σχήματος.

$$\text{Δίνονται: } g_{\text{επικαλ}} = 0,150 \text{ t/m}^2$$

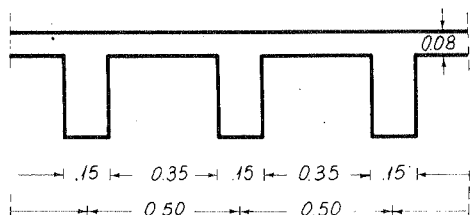
$$p = 0,500 \text{ t/m}^2$$

Υλικά B160, St I.

Λύση

Εκλέγονται διαδοκίδες πλάτους 0,15 m ανά 0,50 m.

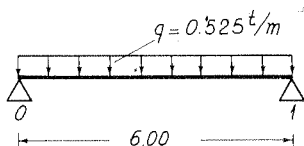
Πάχος πλάκας 0,08 m.



Εκτίμηση ύψους d_0

Λαμβάνεται $g_{\text{υδ}} = 0,20 \text{ t/m}^2$

"Αρα



$$g_{\text{υδ}} = 0,20 \times 1,0 = 0,200 \text{ t/m}$$

$$g_{\text{επικ}} = 0,50 \times 0,150 = 0,075 \text{ t/m}$$

$$p = 0,50 \times 0,500 = 0,250 \text{ t/m}$$

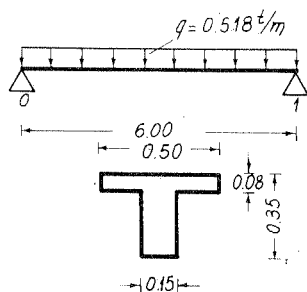
$$q = 0,525 \text{ t/m}$$

$$\max M_{01} = 0,525 \times \frac{6,0^2}{8} = 2,36 \text{ tm}$$

Η οίκονομία επιβάλλει $h \approx 20\sqrt{M} = 20\sqrt{2,36} = 30,7 \text{ cm}$

Λαμβάνεται $d_0 = 0,35 \text{ m}$

Έτσι για μία νεύρωση είναι:



$$F_D = 0,50 \times 0,35 - 0,35 \times 0,27 = 0,0805 \text{ m}^2$$

$$g_{\text{υδ}} = 0,0805 \times 2,40 = 0,193 \text{ t/m}$$

$$g_{\text{επικ}} = 0,50 \times 0,150 = 0,075 \text{ t/m}$$

$$p = 0,50 \times 0,500 = 0,250 \text{ t/m}$$

$$q = 0,518 \text{ t/m}$$

1. Στατική επίλυση

$$Q_0 = Q_1 = 0,518 \times \frac{6,0}{2} = 1,55 \text{ t}$$

$$\max M_{01} = 0,518 \times \frac{6,02}{8} = 2,33 \text{ tm}$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$\frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{50}{1400} \Rightarrow k_h^* = 11,4$$

$$k_h = \frac{32}{\sqrt{\frac{2,33}{0,50}}} = 14,8 \Rightarrow k_x = 0,28 \Rightarrow x = 0,28 \times 0,32 = 0,090 > 0,080$$

$$\frac{b}{b_o} = \frac{0,50}{0,10} = 5, \quad \frac{d}{x} = \frac{0,08}{0,09} = 0,89 \Rightarrow \lambda = 0,99 \approx 1,00$$

$$\text{Άρα } k_e = 0,79 \Rightarrow F_e = 0,79 \times \frac{2,33}{0,32} = 5,75 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\emptyset 20 (= 6,28 \text{ cm}^2)$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

$$\max \tau_o = \frac{1,55}{\frac{7}{8} \times 0,32 \times 0,15} = 36,9 \text{ t/m}^2 = 3,69 \text{ kg/cm}^2 < 6 \text{ kg/cm}^2 = \tau_{01}$$

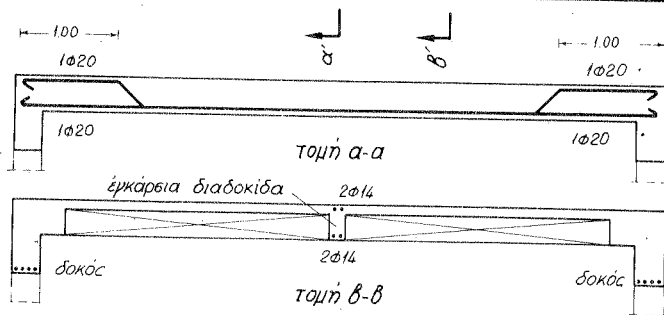
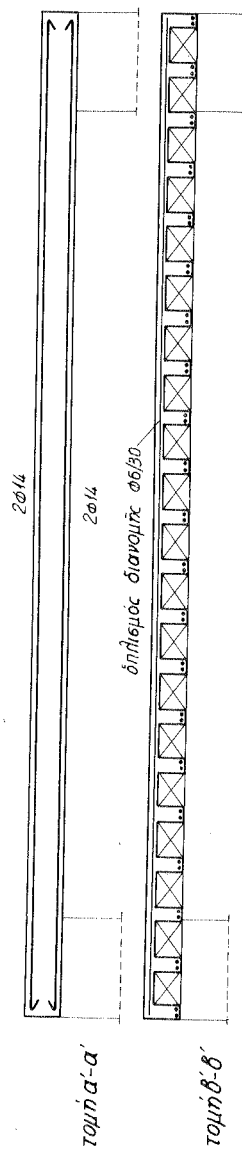
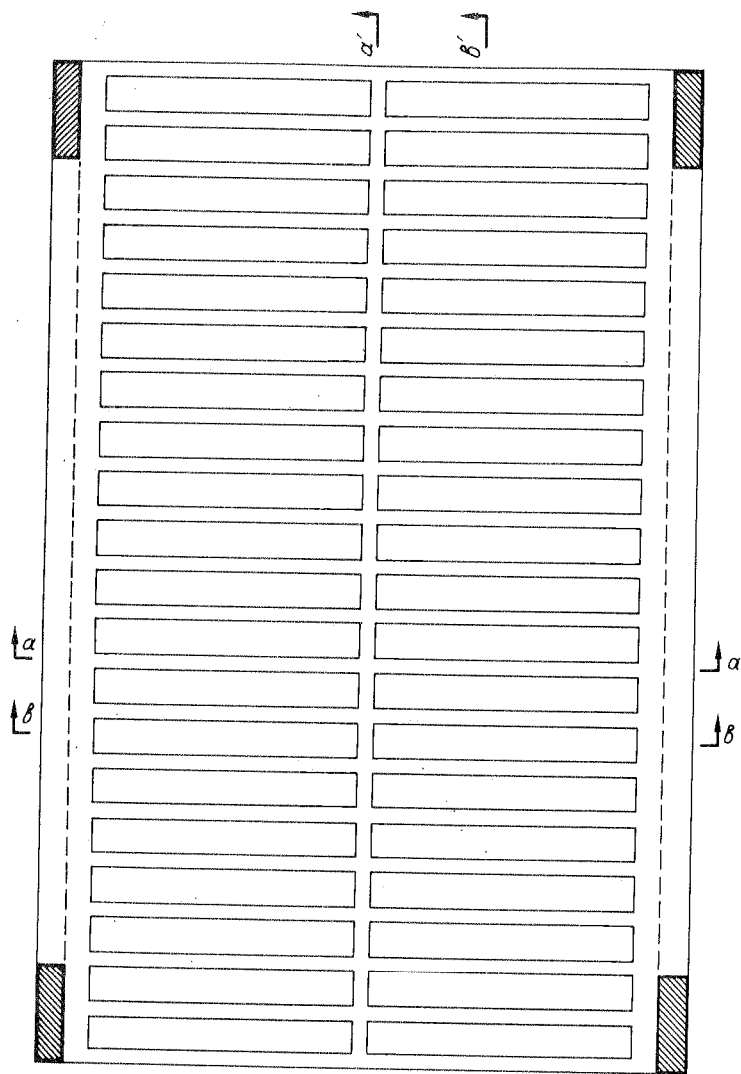
4. Εγκάρσια νεύρωση

Τοποθετείται εγκάρσια νεύρωση διαστάσεων $0,15 \times 0,35$ μέ
 όπλισμό $2\emptyset 14$ πάνω και $2\emptyset 14$ κάτω.

Συνδετήρες $\emptyset 6/20$

5. Σχεδίαση όπλισμών

Ο εγκάρσιος όπλισμός διανομής τοποθετείται στο πάνω ή
 στο κάτω μέρος της πλάκας γιατί έχει τόν ρόλο νά "δουλεύει"
 σάν έλκυστήρας και όχι σάν όπλισμός πλάκας. Γενικά προτιμά-
 ται ή τοποθέτηση κάτω γιατί είναι πολύ εύκολη κατασκευαστικά.

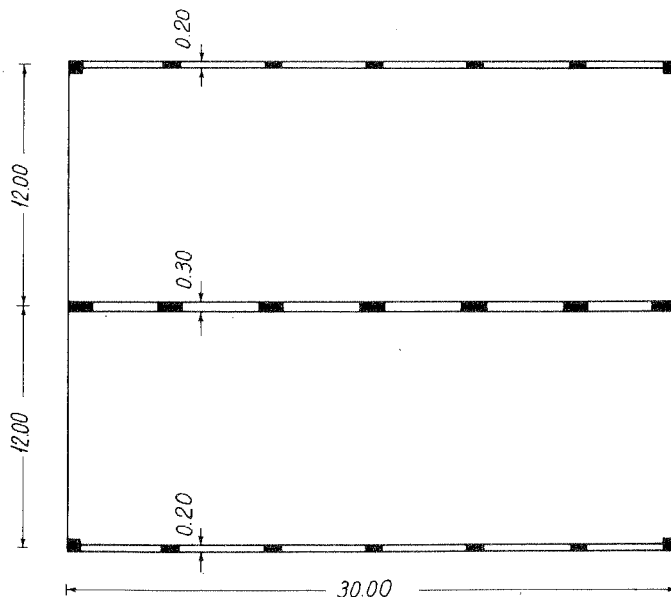


ΑΣΚΗΣΗ 118

Βιομηχανικός χώρος διαστάσεων 24×30 πρόκειται να στεγασθῇ με ἐνιαία πλάκα καί με τρεῖς σειρές ὑποστυλωμάτων. Νά ὑπολογισθῇ ἡ πλάκα.

Πρόβλεψη δέν ὑπάρχει. Φορτίο ἀπό χιόνι 65 kg/m^2 . Φορτίο ἀπό ἐπικάλυψη 40 kg/m^2 .

Υλικά: B 225 St III_R.

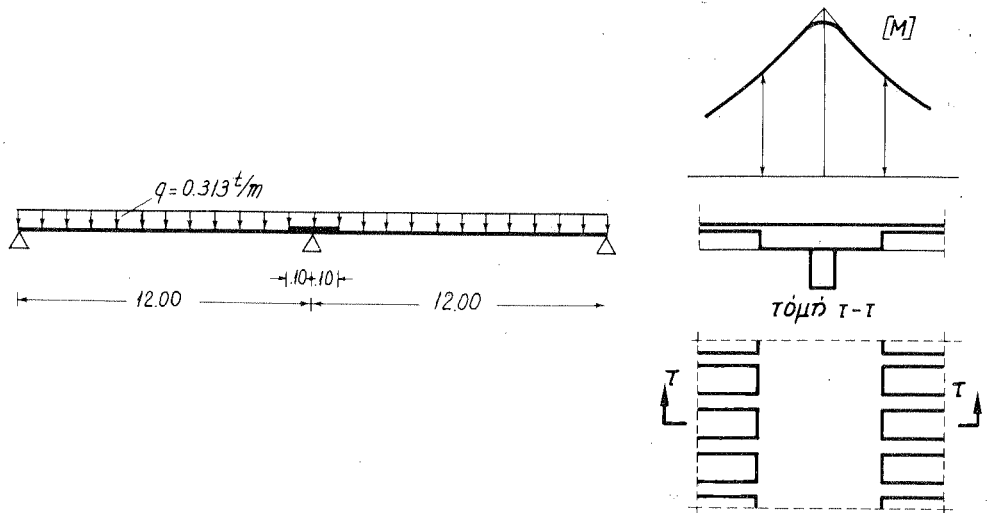


Λύση

Προεκτίμηση

Ἡ φόρτιση (ἄρα καί ἡ ἐνταση) ἐξαρτῶνται βασικά ἀπό τό ἴδιο βάρος γιατί τό κινητό φορτίο εἶναι πολύ μικρό. Ἡ διατομή τῶν διαδοκίδων ἐξαρτᾶται ἀπό τήν ροπή τῆς στήριξης ἐπειδή εἶναι (ἀπόλυτα) ἡ μεγαλύτερη καί ἐπειδή στήν στήριξη ἡ διαδοκίδα ἐργάζεται σάν ὀρθογωνική διατομή πλάτους ἴσου μέ τό πλάτος τῆς διαδοκίδας. Γιά νά ἀποφύγουμε τήν δυσμενῆ αἰχμή τῆς ροπῆς στήριξης, κατασκευάζομε τήν πλάκα συμπαγῇ στήν περιοχή τῆς στήριξης π.χ. ἐνίσχυση πλάτους 2m (1m ἀριστερά καί 1m δεξιά). Ἦδη ἡ ροπή στό τέλος τοῦ 1m εἶναι

πολύ μικρότερη της ροπής της αίχμης.



Εκλέγονται διαδοκίδες πλάτους 20 cm ανά 60 cm με πλάκα πάχους 6 cm. Θα βρεθῇ τό αναγκαῖο ὕψος.

$$\text{Γιὰ ὕψος } d_o = 0,40\text{m} \quad F_d = 0,60 \times 0,40 - 0,40 \times 0,34 = 0,104\text{m}^2$$

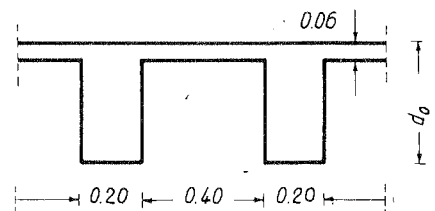
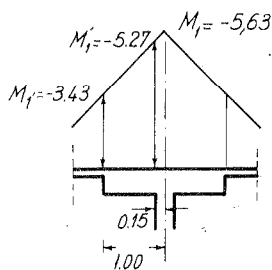
Φόρτιση

$$\text{ἴδιο βάρος } g = 0,104 \times 2,40 = 0,250\text{t/m}$$

$$\text{ἐπικάλυψη } g_{\epsilon\pi} = 0,040 \times 0,60 = 0,024\text{t/m}$$

$$\text{χιόνι } p = 0,065 \times 0,60 = 0,039\text{t/m}$$

$$q = 0,313\text{t/m}$$



Παρατήρηση

Ἡ εἰσαγωγή τῶν θλιπτικῶν δυνάμεων στὴν ἐνίσχυση πρέπει νά λαμβάνεται: μέ κλίση 1:3

$$M_1 = -0,313 \times \frac{12,0^2}{8} = -5,63 \text{ tm}$$

$$Q_0 = 0,313 \times \frac{12,0}{2} - \frac{5,63}{12,0} = 1,41 \text{ t}$$

$$M_1' = Q_0 \cdot 11,85 - q \cdot \frac{11,85^2}{2} = 1,41 \times 11,85 -$$

$$-0,313 \times \frac{11,85^2}{2} = -5,27 \text{ tm}$$

$$M_1' = Q_0 \cdot 11,0 - q \cdot \frac{11^2}{2} = 1,41 \times 11 - 0,313 \times$$

$$\times \frac{11,0}{2} = -3,43 \text{ tm}$$

$$M_m = \frac{q l^2}{14,22} = 0,313 \times \frac{12,0^2}{14,22} = 3,17 \text{ tm}$$

$$\text{Διατομή 1'} \left(\frac{\epsilon \pi \sigma_b}{\epsilon \pi \sigma_e} = \frac{90}{2400} \Rightarrow k_h^* = 8,4 \right)$$

$$h_{\alpha \pi} = 8,4 \times \sqrt{\frac{3,43}{0,20}} = 34,8 \text{ cm} \Rightarrow d_{\alpha \pi} = 40 \text{ cm}$$

$$\text{Διατομή 1}^{\alpha \rho} \left(\frac{\epsilon \pi \sigma_b}{\epsilon \pi \sigma_e} = \frac{80}{2400} \Rightarrow k_h^* = 9,2 \right)$$

$$h_{\alpha \pi} = 9,2 \times \sqrt{\frac{5,27}{0,60}} = 27,3 \text{ cm, καλύπτεται από τό ύψος } d = 40 \text{ cm}$$

Διατομή m

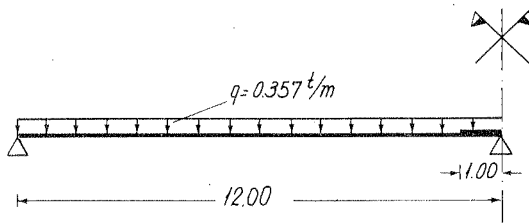
Κατά τόν κανονισμό τών πλακοδοκῶν (Κεφ. ix § 22.), ἐπειδὴ τό πάχος τῆς πλάκας εἶναι $6 \text{ cm} < 7 \text{ cm}$ δέν λαμβάνεται ὑπ' ὄψη ἡ συνεργασία τῆς πλάκας. Ἀρα ὑπολογίζεται ἡ δοκὸς σάν ὀρθογωνική 20×40 .

Ἡ ροπή $M_m = 3,17 \text{ tm}$ εἶναι μικρότερη (ἀπόλυτα) ἀπὸ τὴν ροπή $M_1' = 3,43 \text{ tm}$. Ἀρα τό ὕψος $d_0 = 40 \text{ cm}$ εἶναι ἀρκετὸ.

1. Στατική ἐπίλυση

Ἐπειδὴ θά τοποθετηθοῦν τρεῖς ἐγκάρσιες νευρώσεις 20×40 καί ἡ ἐνίσχυση τῆς στήριξης 60×40 , προκύπτει πρόσθετο φορτίο σέ κάθε ἄνοιγμα $G = [3 \times 0,20 \times 0,34 \times 0,40 + 1,00 \times 0,34 \times 0,40] \times 2,40 =$
 $= 0,522 \text{ t}$

Γιὰ ἀπλοποίηση "ὁμοιομορφίζεται": $g' = \frac{0,522}{12} = 0,044 \text{ t/m}$.



Φόρτιση

$$g = 0,250 \text{ t/m}$$

$$g' = 0,044 \text{ t/m}$$

$$g_{\text{επικ}} = 0,024 \text{ t/m}$$

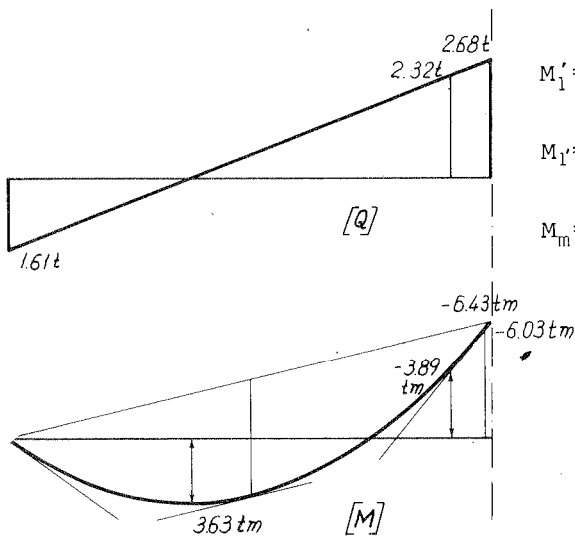
$$p = 0,039 \text{ t/m}$$

$$q = 0,357 \text{ t/m}$$

$$M_1 = -0,357 \times \frac{12,0^2}{8} = -6,43 \text{ tm}$$

$$Q_0 = 0,357 \times \frac{12,0}{2} - \frac{6,43}{12,0} = 2,14 - 0,53 = 1,61 \text{ t}$$

$$Q_1^{\alpha p} = \quad + \quad = \quad + \quad = 2,68 \text{ t}$$



$$M_1' = -6,43 + 2,68 \times 0,15 = -6,03 \text{ tm}$$

$$M_1' = 1,61 \times 11,0 - 0,357 \times \frac{11,0^2}{2} = -3,89 \text{ tm}$$

$$M_m = \frac{1,61^2}{2 \times 0,357} = 3,63 \text{ tm}$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$\text{Διατομή m} \quad (b_{\text{συνεπ}} = 0,20 \text{ γιατί } d_{\text{πλακός}} = 0,06 < 0,07)$$

$$k_h = \frac{37}{\sqrt{\frac{3,63}{0,20}}} = 8,7 \Rightarrow k_e = 0,47 \Rightarrow F_e = 0,47 \times \frac{3,63}{0,37} = 4,61 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 2\emptyset 12 + 2\emptyset 14 \quad (=5,34 \text{ cm}^2)$$

Διατομή 1'

$$k_h = \frac{37}{\sqrt{\frac{3,89}{0,20}}} = 8,4 \Rightarrow k_e = 0,47 \Rightarrow F_e = 0,47 \times \frac{3,89}{0,37} = 4,94 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 4\emptyset 14 \quad (=6,16 \text{ cm}^2)$$

Διατομή 1^{αρ}

$$k_h = \frac{37}{\sqrt{\frac{6,03}{0,60}}} = 11,7 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{6,03}{0,37} = 7,50 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 5\emptyset 14 \quad (=7,70 \text{ cm}^2)$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

$$Q_{01} = 4,53 \text{ t} > 2,68 = \max |Q|$$

Μπαίνουν συνδετήρες $\emptyset 6/20$.

4. Σχεδίαση όπλισμών

Η σχεδίαση του διαμήκη όπλισμού θά γίνη γραφικά όπως στις συνεχείς δοκούς. Επειδή πρόκειται για μία συνεχή δοκό που επαναλαμβάνεται πολλές φορές, καλό είναι νά γίνη προσεκτικά καί μέ ακρίβεια.

Ακόμη θά τοποθετηθή όπλισμός εγκάρσιος στις πλάκες $\emptyset 6/25$ καί στις εγκάρσιες διαδοκίδες $2\emptyset 14$ πάνω καί $2\emptyset 14$ κάτω.

Παρατηρήσεις

* Επειδή τό κινητό φορτίο (χιόνι) είναι πολύ μικρό, δέν έγιναν δυσμενείς φορτίσεις για τίς ροπές του άνοιγματος.

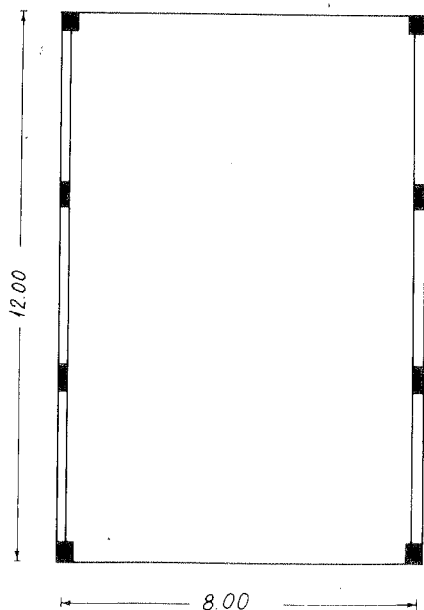
* Η ένίσχυση της διαδοκίδας στην περιοχή της στήριξης είναι εύνοϊκή καί για την κάμψη των μεσαίων δοκών της έδρασης γιατί δίνουν μεγάλο συνεργαζόμενο πλάτος στο άνοιγμα.

* Ενίσχυση γίνεται συχνά καί στις άκραϊες στηρίξεις. Είναι όμως μι-

κρότερη (π.χ. 0,50 m) για να βοηθηθεί η διάτμηση της διαδοκίδας και η κάμψη της περιμετρικής δοκού έδρασης.

* Μέ την αύξηση της ροπής άδρανείας στην περιοχή της στήριξης, έπειδή ο φορέας είναι υπερστατικός, η ροπή της στήριξης είναι μεγαλύτερη. Μέ έ-
πίλυση ακρίβειας προκύπτει $M_1 = -7,10 \text{ tm}$. Δηλαδή αν δεν ληφθώ υπ' όψη η
αύξηση της ροπής άδρανείας λόγω της ένίσχυσης προκύπτει σφάλμα της τάξε-
ως του 10%.

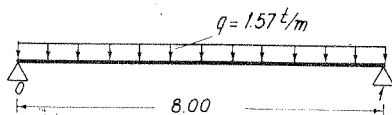
ΑΣΚΗΣΗ 119



Λύση

Α. ΣΥΜΠΑΓΗΣ ΠΛΑΚΑ

Μετά από δοκιμές λαμβάνεται $d = 45 \text{ cm}$.



Νά γίνει σε στάδιο προ-
μελέτης οικονομική σύγκριση
μεταξύ των λύσεων συμπαγούς
πλάκας και δοκιδωτής πλάκας μέ
τήν χρησιμοποίηση πολυστερί-
νης. Στην πλάκα υπάρχει κινη-
τό φορτίο: $p = 0,200 \text{ t/m}^2$ και
φορτίο από όπτοπλινθοδομές "ό-
μοιομορφισμένο" $g_{\text{οπτ}} = 0,220 \text{ t/m}^2$

Επικάλυψη: $g_{\text{επ}} = 0,070 \text{ t/m}^2$.

(περιλαμβάνεται και η πολυ-
στερίνη)

Υλικά B160, St III.

Τιμές υλικών B160: 6008 ρχ/m^3

St III_R: $11,56 \text{ ρχ/kg}$

Πολυστερίνη: 7508 ρχ/m^3

Φόρτιση

$g_{\text{λδ}}$	$= 0,45 \times 1,00 \times 2,40 = 1,08 \text{ t/m}$
$g_{\text{επ}}$	$= 0,070 \times 1,00 = 0,07 \text{ t/m}$
$g_{\text{οπτ}}$	$= 0,220 \times 1,00 = 0,220 \text{ t/m}$
p	$= 0,200 \times 1,00 = 0,200 \text{ t/m}$
q	$= 1,57 \text{ t/m}$

$$\max M_{01} = 1,57 \times \frac{8,0^2}{8} = 12,56 \text{ tm/m}$$

$$\frac{\varepsilon \sigma_b}{\varepsilon \sigma_e} = \frac{60}{2400} \Rightarrow k_h^* = 11,6$$

$$k_h = \frac{42}{\sqrt{\frac{12,56}{1,00}}} = 11,9 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{12,56}{0,42} = 13,76 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow F_e = \varnothing 14/11 (=13,99 \text{ cm}^2)$$

Προμέτρηση

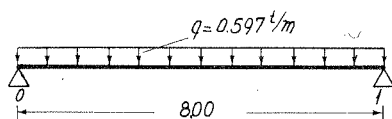
$$\text{Σκυρόδεμα: } V = 0,45 \times 8,0 \times 12,0 = 43,20 \text{ m}^3$$

$$\text{Χάλυβας: } G = (13,99 \times 800 \times 0,00785) \times 12,0 = 1054,0 \text{ kgr}$$

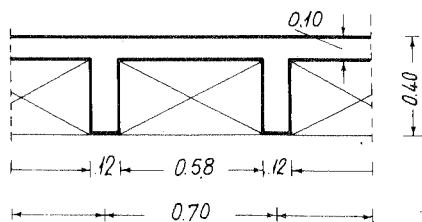
$$\text{Δαπάνη: } \Delta = 43,20 \times 600 + 1054 \times 12 = 25.920 + 12.648 = 38.568 \text{ δρχ.}$$

Β. ΔΟΚΙΔΩΤΗ ΠΛΑΚΑ

Μετά από δοκιμές λαμβάνονται διαδοκίδες $0,12 \times 0,40 \text{ (m} \times \text{m)}$ ανά $0,70 \text{ m}$ και πάχος πλάκας $0,10 \text{ m}$.



$$F_b = 0,70 \times 0,40 - 0,58 \times 0,30 = 0,106 \text{ m}^2$$



Φόρτιση

$$g_{\text{υδ}} = 0,0106 \times 2,40 = 0,254 \text{ t/m}$$

$$g_{\text{επ}} = 0,070 \times 0,70 = 0,049 \text{ t/m}$$

$$g_{\text{οπτ}} = 0,220 \times 0,70 = 0,154 \text{ t/m}$$

$$p = 0,200 \times 0,70 = 0,140 \text{ t/m}$$

$$q = 0,597 \text{ t/m}$$

$$\max M_{01} = 0,597 \times \frac{8,0^2}{8} = 4,78 \text{ tm}$$

$$\frac{\varepsilon \sigma_b}{\varepsilon \sigma_e} = \frac{60}{2400}$$

$$k_h = \frac{37}{\sqrt{\frac{4,78}{0,70}}} = 14,2 \Rightarrow k_x = 0,23 \Rightarrow x = 0,23 \times 0,37 = 0,085 < 0,10 \text{ m}$$

$$k_e = 0,45 \Rightarrow F_e = 0,45 \times \frac{4,78}{0,37} = 5,81 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\emptyset 20 (=6,28 \text{ cm}^2).$$

Προμέτρηση

$$\text{Σκυρόδεμα: } V = 0,106 \times 8,0 \times \frac{12,0}{0,70} = 14,5 \text{ m}^3$$

$$\text{Χάλυβας: } G = (6,28 \times 8,0 \times 0,00785) \times \frac{12,0}{0,70} = 676 \text{ kgr}$$

Ακόμη συνδετήρες $\emptyset 6/20$:

$$G' = 154 \text{ kgr}$$

$$G_{ολ} = 830 \text{ kgr}$$

$$\text{Πολυστερίνη: } V = 0,58 \times 0,30 \times 8,0 \times \frac{12,0}{0,70} = 23,9 \text{ m}^3$$

$$\text{Δαπάνη : } 14,5 \times 600 + 830 \times 12,0 + 23,9 \times 750 = 8700 + 9960 + 17925 = 36.585 \text{ δρχ.}$$

Παρατηρείται ότι τό κόστος είναι περίπου ίδιο στις δύο περιπτώσεις. Στη δεύτερη περίπτωση, τό μεγαλύτερος μέρος τοῦ κόστους όφείλεται στην πολυστερίνη. Η πολυστερίνη χρησιμοποιείται για νά έπιτυγχάνεται λεία κάτω έπιφάνεια καί μόνωση.

“Αν δέν χρειάζεται λεία έπιφάνεια τά κενά μπορούν νά μείνουν άσυμπλήρωτα αλλά αυτό προϋποθέτει ξυλότυπο πολύπλοκο πού ή δαπάνη του είναι ύψηλή. Όμως μέ όρισμένες άπλές εύρεσιτεχνίες μπορεί νά μειωθῇ πολύ τό κόστος αὐτοῦ τοῦ μικροξυλοτύπου π.χ. μέ κιβώτια από λαμαρίνα για πολλές χρήσεις. Αὐτά φυσικά συμφέρουν μόνο για καλύψεις μεγάλων έπιφανειών.

Πάντως για τό σύνολο τῆς κατασκευῆς ή δοκιδωτή πλάκα είναι οίκονομικότερη γιατί φορτίζει τίς δοκούς μέ πολύ λιγώτερα φορτία (περίπου τά μισά).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ XIV

ΚΛΙΜΑΚΕΣ

1. ΓΕΝΙΚΑ

Οι κλίμακες είναι κεκλιμένοι φορείς στο χώρο που σκοπό έχουν την διακίνηση φορτίων από επίπεδο σε επίπεδο.

Ο φορέας μπορεί να είναι:

1. Αυτές οι ιδίες οι βαθμίδες, ανεξάρτητες μεταξύ τους, αμφιέρειστες ή πακτωμένες στο ένα άκρο τους.
2. Κεκλιμένη πλάκα όπου άκουμπούν οι βαθμίδες.

2. ΦΟΡΤΙΑ

Οι κλίμακες υπολογίζονται ώστε να φέρουν ωφέλιμα φορτία:

2.1. Σέ κατοικίες καί αΐθουσες $p = 0,350t/m^2$

2.2. Σέ βιομηχανικά κ.λ.π. κτίρια $p = 0,500t/m^2$

2.3. Σέ άμφιθέατρα καί εξέδρες $p = 0,750t/m^2$

Σέ περίπτωση ανεξάρτητων, μεταξύ τους, βαθμίδων λαμβάνεται υπ' όψη κινητό συγκεντρωμένο φορτίο έκτός από τό όμοιόμορφο:

2.4. Για κατοικίες $P = 0,150t$

2.5. Για τά υπόλοιπα κτίρια $P = 0,200t$

Παρατηρήσεις

★ Τό συγκεντρωμένο φορτίο σέ όλδσωμες κλίμακες δέν λαμβάνεται υπ' όψη, γιατί διανέμεται σέ όλόκληρη την πλάκα καί ή επίδραση του είναι άσήμαντη.

★ Σέ κλίμακες μέ φέρουσες βαθμίδες γίνεται οίκονομία σκυροδέματος αλλά χρειάζεται προσοχή στή μόρφωση των βαθμίδων για λόγους "ίσοστατικούς" αλλά καί άρχιτεκτονικούς.

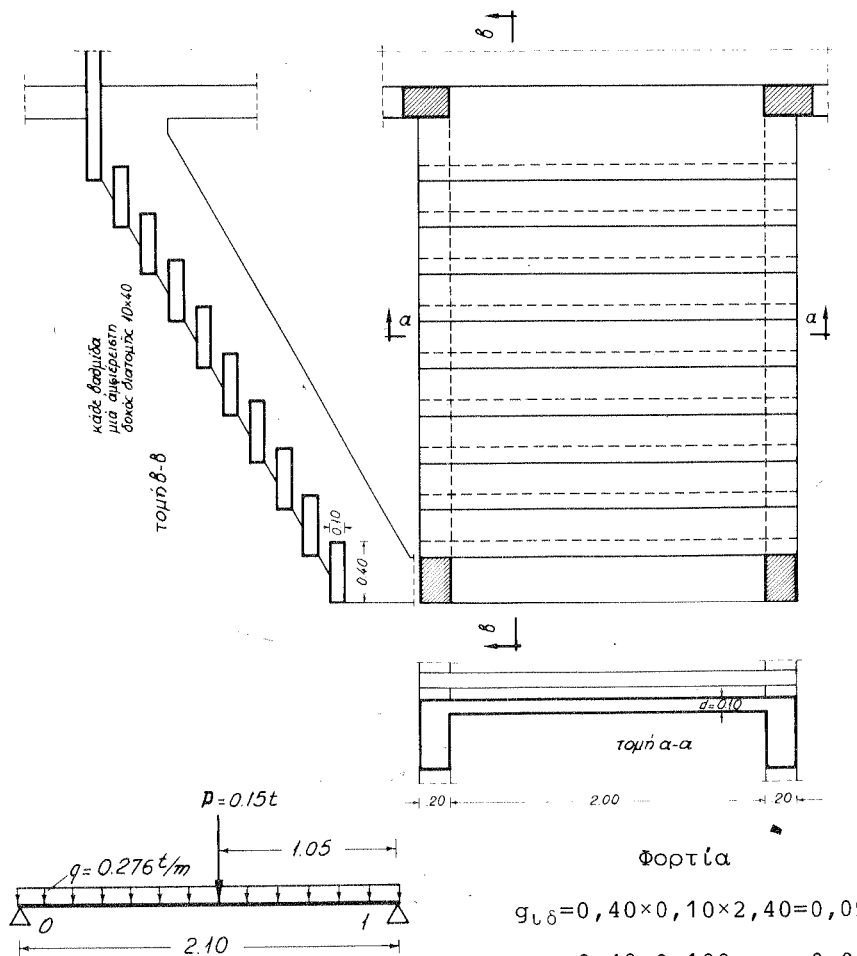
3. ΚΛΙΜΑΚΕΣ ΜΕ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ ΒΑΘΜΙΔΕΣ

3.1. Αμφιέρειστες βαθμίδες

Παράδειγμα

Νά υπολογισθῇ ἡ κλίμακα, ἀνεξάρτητων βαθμίδων, τοῦ σχήματος καὶ νά σχεδιασθῇ ὁ ὀπλισμός κάθε βαθμίδας. Δίνεται $\sigma_{\epsilon\pi} = 100 \text{ kg/m}^2$.

Υλικά: B 160, St I.



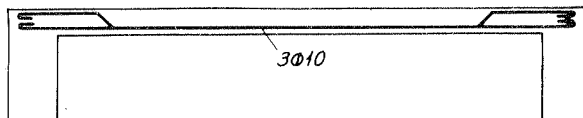
Έλεγχος σέ κάμψη

$$\frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{60}{1400} \Rightarrow k_h^* = 9.9$$

$$\max M_{01} = 0,276 \times \frac{2,10^2}{8} + \frac{0,150 \times 2,10}{4} = 0,152 + 0,079 = 0,231 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{8,5}{\sqrt{\frac{0,231}{0,40}}} = 11,2 > k_h^* \Rightarrow k_e = 0,81 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 0,81 \times \frac{0,231}{0,085} = 2,20 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 3\phi 10 (=2,36 \text{ cm}^2)$$

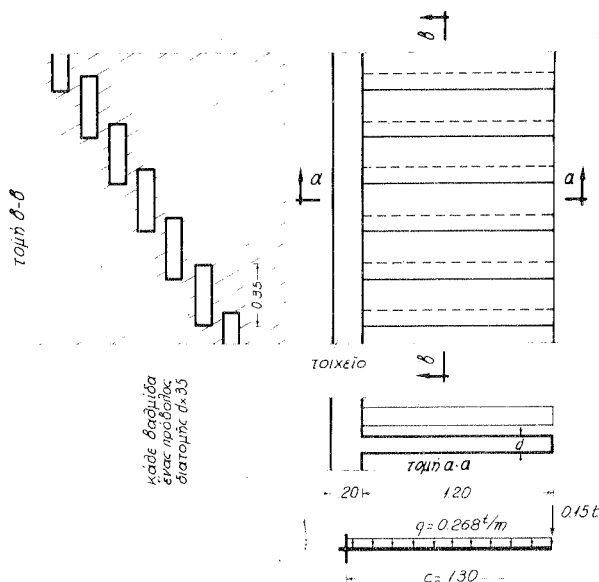


3.2. Πρόβολοι βαθμίδες

Παράδειγμα

Δίνεται η κλίμακα του σχήματος. Κάθε βαθμίδα είναι πρόβολος ορθογωνικής διατομής 12/35. Νά υπολογισθεί ο όπλισμός που χρειάζεται κάθε βαθμίδα. Έπικάλυψη: $\sigma_{\epsilon\pi} = 125 \text{ kg/m}^2$.

Υλικά: B 225, St III.



Φορτία

$$g_{\delta} = 0,35 \times 0,12 \times 2,40 = 0,101 \text{ t/m}$$

$$g_{\varepsilon\pi} = 0,35 \times 0,125 = 0,044 \text{ "}$$

$$p = 0,35 \times 0,350 = 0,123 \text{ "}$$

$$q = 0,268 \text{ t/m}$$

Έλεγχος λυγνρότητας

$$h_{\alpha\pi} = \frac{2,40 \cdot c}{35} = \frac{2,40 \times 1,30}{35} = 0,089 \Rightarrow d_{\alpha\pi} = 8,9 + 1,5 = 10,4 \text{ cm} < 12 \text{ cm}$$

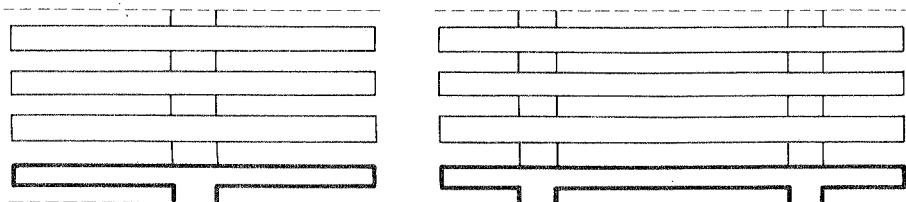
Έλεγχος σέ κάμψη

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{80}{2400} \Rightarrow k_h^* = 9,2$$

$$M_{\pi\alpha\rho} = \frac{0,268 \times 1,20^2}{2} + 0,150 \times 1,20 = 0,193 + 0,180 = 0,373 \text{ tm}$$

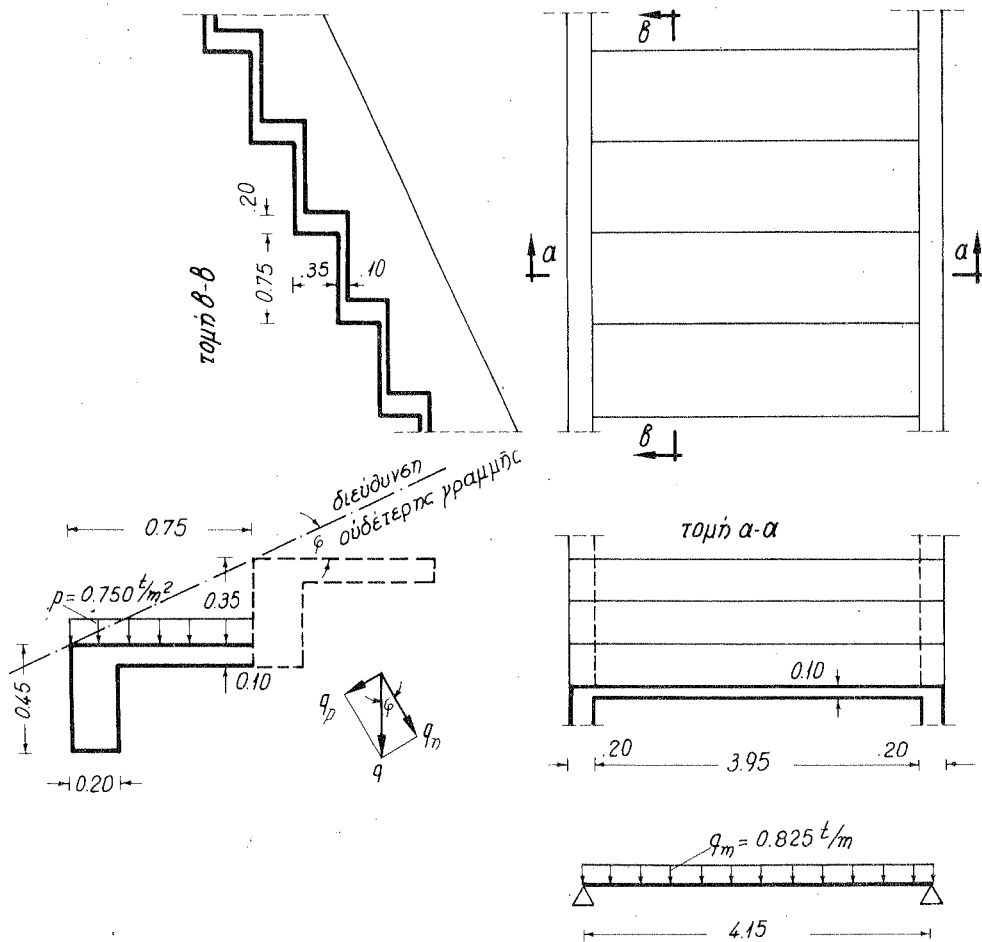
$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{\frac{0,373}{0,35}}} = 10,2 > 9,2 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{0,373}{0,105} = 1,63 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\emptyset 8 (=2,00 \text{ cm}^2).$$

3.3. Προέχουσες βαθμίδες**4. ΟΛΟΣΩΜΕΣ ΚΛΙΜΑΚΕΣ****4.1. Στήριξη στα άκρα τῶν βαθμίδων****Παράδειγμα**

Νά υπολογισθῇ ἡ κερκίδα τοῦ σχήματος πού φέρει ὠφέλιμο

φορτίο $p = 0,750 \text{ t/m}^2$ μέ υλικό B 160, St I.



Ἡ διεύθυνση τῆς οὐδέτερης γραμμῆς ἔχει κλίση

$$\varphi = \text{τοξεφ} \frac{0,35}{0,75} = 25^\circ$$

$$\eta \mu \varphi = 0,423$$

$$\sigma \nu \nu \varphi = 0,906$$

Φορτία

$$\begin{aligned} F_d &= 0,20 \times 0,45 + 0,10 \times 0,55 = \\ &= 0,09 + 0,055 = 0,145 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$g_{\text{υδ}} = 0,145 \times 2,40 = 0,348 \text{ t/m}$$

$$p = 0,750 \times 0,75 = 0,563 \text{ "}$$

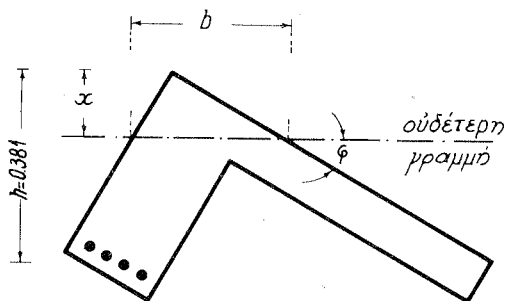
$$q = 0,911 \text{ t/m}$$

Ἡ φόρτιση q ἀναλύεται σέ μιὰ συνιστώσα καμπτική $q_n = q \sin \varphi = 0,911 \times 0,906 = 0,825 \text{ t/m}$ καί σέ μιὰ συνιστώσα στρεπτική $q_p = q \eta \mu \varphi = 0,911 \times 0,423 = 0,385 \text{ t/m}$.

Ἡ στρεπτική καταπόνηση εἶναι ἀσήμαντη. Ἐξετάζεται μόνο ἡ καμπτική καταπόνηση.

$$\max M_{01} = \frac{0,825 \times 4,15^2}{8} =$$

$$= 1,78 \text{ tm.}$$



Θεωρεῖται ὅτι ἡ θλίψη γίνεται σέ τριγωνική ζώνη, δηλαδή ὅτι ἡ οὐδέτερη γραμμή "βρίσκει" παντοῦ σκυρόδεμα.

Χρησιμοποιεῖται ἡ ἀνάλυση τῶν ἀσκήσεων 43 καί 44 (α' τόμος).

$$\text{Εἶναι } \frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{60}{1400}$$

$$h = (0,45 - 0,03) \times 0,096 = 0,381 \text{ m}$$

$$b = x (\epsilon \varphi 25^\circ + \sigma \varphi 25^\circ) = 2,61 x$$

$$\frac{b_o}{d_o} = \frac{b}{x} = 2,61$$

$$\text{Λαμβάνεται } \sigma_e = \epsilon \sigma_e$$

Ἀπ' τήν σχέση (2) τῆς ἀσκησης 43 λαμβάνεται:

$$\frac{1}{6n} \cdot \frac{b_o}{d_o} x^3 + F_e x - F_e \cdot h = 0 \quad \text{καί}$$

$$M_{op} = \frac{1}{6} \sigma_b \frac{b_o}{d_o} x^2 \left(h - \frac{x}{2} \right) = 1,78 \text{ tm}$$

$$\text{Ἀλλά } \sigma_b = \frac{x}{h-x} \cdot \frac{\epsilon \sigma_e}{n} = \frac{x}{h-x} \cdot \frac{1,4}{15} = 0,093 \frac{x}{h-x}$$

$$\text{Ἀρα } M_{op} = \frac{1}{6} \cdot 0,093 \frac{x}{h-x} \cdot 2,61 x^2 \left(38,1 - \frac{x}{2} \right) = 1,78 \times 10^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,0406 \frac{x^3}{38,1-x} \left(38,1 - \frac{x}{2} \right) = 178 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,547 x^3 - 0,0203 x^4 = 6781,8 - 178 x \Rightarrow$$

$$f(x) = x^4 - 76,2 x^3 - 8768 x + 334079 = 0$$

$$\text{Γιὰ } x = 10 \Rightarrow f_{(10)} = 180199$$

$$\text{Γιὰ } x = 20 \Rightarrow f_{(20)} = -290881$$

$$\text{Γιὰ } x = 15 \Rightarrow f_{(15)} = -3991 \approx 0$$

Άρα $x = 15\text{cm}$

Γιὰ $x = 15$ προκύπτει ὅτι πράγματι ἡ θλιβόμενη ζώνη "βρίσκει" παντοῦ σκυρόδεμα.

$$\sigma_b = \frac{x}{h-x} \cdot \frac{\epsilon_{ps_e}}{n} = \frac{15}{38,1-15} \cdot \frac{1400}{15} = 60,6 \text{ kg/cm}^2 \approx \epsilon_{ps_b}$$

$$\frac{1}{\sigma_n} \cdot \frac{b_o}{d_o} x^3 = F_e (h-x) \Rightarrow \frac{1}{6 \times 15} \times 2,61 \times 15^3 = F_e (38,1-15) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 4,24 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\phi 12 (=4,52 \text{ cm}^2)$$

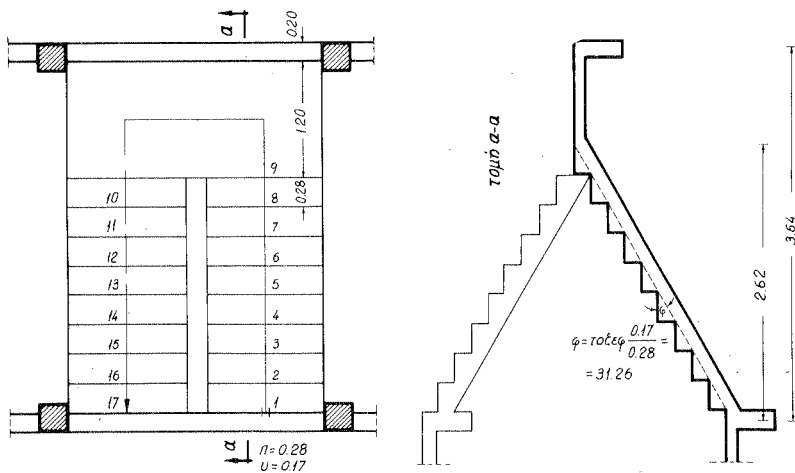
4.2. Στήριξη τῶν βαθμίδων σέ ἐνιαῖα πλάκα

(βαθμίδες στατικά ἀδρανεῖς).

Παράδειγμα

Δίνεται ἡ κλίμακα τοῦ σχήματος πού φέρει ἐπικάλυψη 100 kg/m^2 σέ ὀριζόντιο ἐπίπεδο. Νά ὑπολογισθῇ καί νά σχεδιασθῇ ὁ ὀπλισμός τῆς κλίμακας.

Υλικά: B 225, St III.



Ἡ κλίμακα ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἰσοδύναμους ἀμφιαρθρω-
τούς φορεῖς.

Φορτία

$$G_{\text{πλάκας}} = \frac{0,14 \times 1,00 \times 2,62 \times 2,40}{\text{συνφ}(=0,855)} + 0,14(1,30 - 0,28) \times 2,40 = 1,37 \text{ t}$$

$$G_{\text{βαθμύδων}} = 9 \times \frac{1}{2} \times 0,17 \times 0,28 \times 2,40 = 0,51 \text{ t}$$

Ἀρα $G_{\text{ολ}} = 1,37 + 0,51 = 1,88 \text{ t}$ (στό μέτρο πλάτους).

$$\text{Εἶναι λοιπὸν } g_{\text{λδ}} = \frac{1,88}{3,64} = 0,516 \text{ t/m}$$

$$g_{\text{επ}} = 0,100 "$$

$$p = 0,350 "$$

$$q = 0,966 \text{ t/m}$$

Ἐλεγχος σέ κάμψη

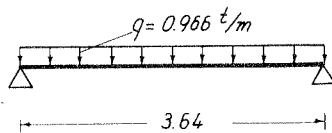
$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{80}{2400} \Rightarrow k_h^* = 9,2$$

$$\max M_{o1} = \frac{0,966 \times 3,64^2}{8} = 1,60 \text{ tm}$$

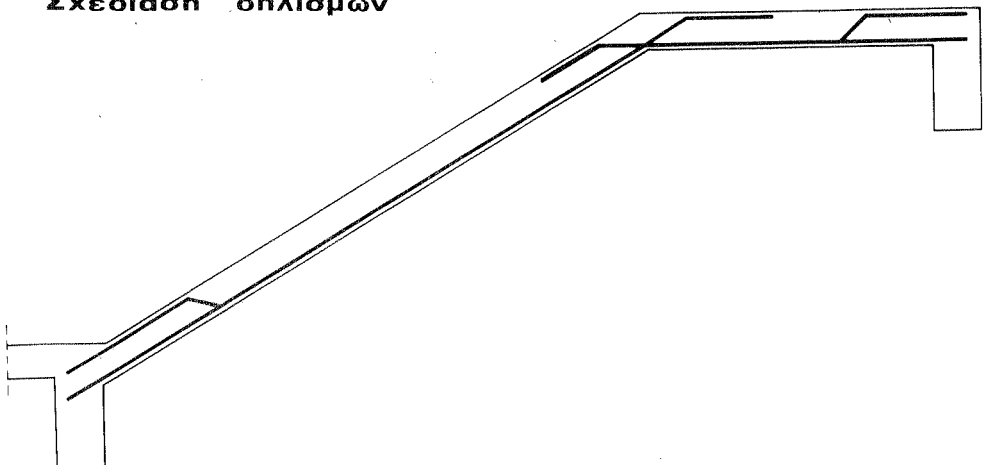
$$k_h = \frac{12,5}{\sqrt{1,60}} = 9,9 \Rightarrow k_e = 0,47$$

$$\Rightarrow F_e = 0,47 \times \frac{1,60}{0,125} = 6,02 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_e = \emptyset 10/12,5 (=6,04 \text{ cm}^2/\text{m})$$



Σχεδίαση ὀπλισμῶν

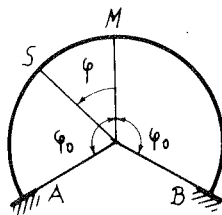


5. ΕΛΙΚΟΕΙΔΕΙΣ ΚΛΙΜΑΚΕΣ

"Ετσι καλούνται οί καμπύλες κλίμακες πού έχουν οριζόντια προβολή τόξο κύκλου καί οδηγούν από δάπεδο σέ όροφή χωρίς ένδιάμεσο στήριγμα.

Υπολογισμός τής κλίμακας

Ο φορέας στόν χώρο (έλικα) αντικαθίσταται μέ τήν οριζόντια προβολή του, πού είναι τόξο κύκλου ανοίγματος έστω $2\varphi_0$,



πακτωμένο στά άκρα του καί πού φορτίζεται από κατακόρυφο όμοιόμορφο φορτίο q , ίσο μέ τό "οριζοντιωμένο" καθολικό (μόνιμο+ώφέλιμο) φορτίο τής κλίμακας. Τά άκρα A καί B θεωροΰνται σταθερά πακτωμένα.

Μιά τέτοια άντικατάσταση έπιτρέπεται, έπειδή δίνει άποτελέσματα λίγο δυσμενέστερα από τόν πραγματικό φορέα (έλικα στόν χώρο). "Ετσι προκύπτει μιά έπιβάρυση ύλικών, αλλά όπωσδήποτε ή κατασκευή είναι άσφαλέστερη.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ XV

ΠΛΑΚΕΣ ΟΠΛΙΣΜΕΝΕΣ ΜΕ ΔΟΜΙΚΑ ΠΛΕΓΜΑΤΑ

1. ΓΕΝΙΚΑ

Τά δομικά πλέγματα είναι ορθογωνικές έσχάρες όπλισμού που έχουν σκοπό νά παραλαμβάνουν τά στατικά μεγέθη έπιφανειακών στοιχείων όπως πλάκες, τοιχώματα κ.ά.

Τά πλέγματα μπορούν νά χρησιμοποιούνται σάν στατικός όπλισμός καί σέ άλλα στοιχεΐα όπου επικρατεΐ ήρεμη φόρτιση (π.χ. συνδετήρες σέ δοκούς).

2. ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΠΛΕΓΜΑΤΩΝ

Στά δομικά πλέγματα χρησιμοποιούνται:

- α) λεΐρες ή τυποποιημένες (ανάγλυφες) ράβδοι ή
- β) ράβδοι μέ νευρώσεις.

Τά δομικά πλέγματα μέ νευρώσεις **KARI - MATTEN** έχουν τυποποιημένες ράβδους ύψηλης άντοχής (B St 50/55 ή St IV), εΐναι ταξινομημένα σέ συστηματικούς κατάλογους καί διακρίνονται:

2.1. Ανάλογα μέ τά μήκη καί τίς μορφές

2.1.1. Πλέγματα τυποποιημένων διαστάσεων **LAGERMATTEN** διαστάσεων 5.00×2.15 ή (6.00×2.15).

2.1.2. Πλέγματα μή τυποποιημένων διαστάσεων **ZETT - MATTEN** σταθεροΐ πλάτους 2.15m καί μεταβλητοΐ μήκους 3.00m μέχρι 12.00m.

2.1.3. Πλέγματα καταλόγου **LISTENMATTEN** δηλαδή πλέγματα πολλών συνδυασμών ράβδων.

2.1.4. Πλέγματα προσαρμοσμένα στις στατικές μορφές **FELDSPARMATTEN** δηλαδή οίκονομικά πλέγματα που προσαρμόζονται στο διάγραμμα των ροπών κάμψης των πλακών.

2.2. Ανάλογα με το σχήμα των βρόχων (φατνωμάτων)

2.2.1. Τετράγωνα: Συμβολίζονται με το γράμμα **Q**.

2.2.2. Όρθογωνικά: Συμβολίζονται με το γράμμα **R**.

2.3. Ανάλογα με τον αριθμό των συγκολλημένων ράβδων

2.3.1. Πλέγματα απλών διαμήκων ράβδων.

2.3.2. Πλέγματα διπλών διαμήκων ράβδων.

Στους πίνακες, οι διπλές ράβδοι, διακρίνονται από το γράμμα **d** που βρίσκεται κοντά στη διάμετρό τους. (Π.χ. πλέγμα **Q 150.150 5.0d.6.5** σημαίνει: πλέγμα τετραγωνικών βρόγχων, (15×15)cm, με διπλές διαμήκειες ράβδους $\varnothing 5$ και απλές εγκάρσιες $\varnothing 6.5$).

Για λόγους οίκονομίας, στις "παρυφές" (στά άκρα) των πλεγμάτων τοποθετούνται απλές διαμήκειες ράβδοι αντί διπλών, ή ράβδοι μικρότερης διατομής, έτσι ώστε με το "μάτισμα", (έπικάλυψη), των γειτονικών πλεγμάτων να μή γίνεται σπατάλη σιδηροπλισμού.

Τά πλέγματα "Q" έχουν πάντα τέσσερις απλές ράβδους στις παρυφές, ενώ τά τύπου "R" έχουν δύο απλές ράβδους. Υπάρχουν όμως και όρθογωνικά πλέγματα με τέσσερις απλές ράβδους στις παρυφές, που χαρακτηρίζονται με το γράμμα **K**. Οι κατάλογοι των πλεγμάτων βρίσκονται στα **BETON KALENDER** ή στους αντιπροσώπους των Γερμανικών βιομηχανιών.

3. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΜΟΣ ΠΛΕΓΜΑΤΩΝ

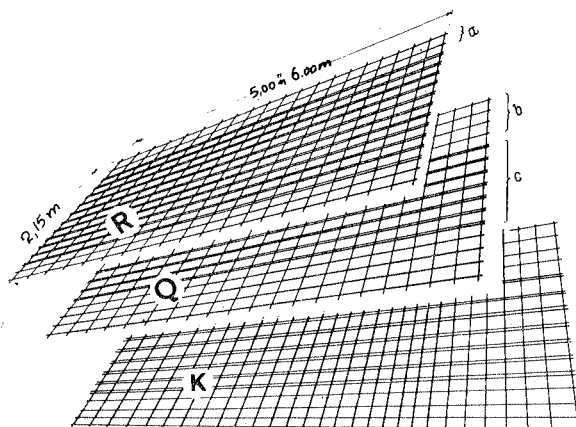
Τό χαρακτηριστικό γράμμα κάθε πλέγματος, **Q**, **R** ή **K** συνοδεύεται από ένα αριθμό που δηλώνει την διατομή του όπλισμού.

Παράδειγμα

1) Πλέγμα **R₂₁₂** σημαίνει: όρθογωνικό πλέγμα με ράβδους

διατομής $2,12 \text{ cm}^2/\text{m}$ προς την κύρια διεύθυνση.

ii) Πλέγμα **ZETT-Q**_{262/221} σημαίνει: τετραγωνικό πλέγμα με διατομή $2,62 \text{ cm}^2/\text{m}$ προς την κύρια διεύθυνση και $2,21 \text{ cm}^2/\text{m}$ προς την εγκάρσια.



4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΑΞΕΙΣ

4.1. Τάσεις κάλυβα

4.1.1. Πλέγματα με νευρώσεις

Σκυροδέματα ποιότητας B 160	$\text{ε}\sigma_{\text{e}} = 2400 \text{ kg/cm}^2$	} σέ στοιχεία έπιφανειακής μορφής
" " B 225	$\text{ε}\sigma_{\text{e}} = 2800 \text{ kg/cm}^2$	
	$\text{ε}\sigma_{\text{e}} = 2400 \text{ kg/cm}^2$	σέ πλέγματα συνδετήρων

4.1.2. Πλέγματα με λεϊες ράβδους

Σκυροδέματα ποιότητας B 160 $\text{ε}\sigma_{\text{e}} = 2200 \text{ kg/cm}^2$

" " B 225 $\text{ε}\sigma_{\text{e}} = 2400 \text{ kg/cm}^2$

4.1.3. Πλέγματα με τυποποιημένες (ανάγλυφες ράβδους) όπως § 4.1.1.

4.2. Τάσεις διάτμησης σε πλάκες

		Πάχος πατώματος d (cm)	Επιτρεπόμενες τάσεις διάτμησης kg/cm ² για ποιότητα σκυροδέ- ματος				
			B160	B225	B300	B450	B600
δπλισμός άνοιγματος σε στρώσεις	τ ₀₁	≤30	2,5	3,0	3,5	4,5	5,0
		30 < d ≤ 60	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0
	τ ₀₂	≤60	4,0	4,5	5,0	6,5	7,0
δπλισμός άνοιγματος όχι σε στρώσεις	τ ₀₃	≤60	4,0	4,5	5,0	6,5	7,0
		>60	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0
	τ ₀₄		8,0	9,0	10,0	11,0	12,0

• Όταν $\tau_0 < \tau_{01}$ (ή τ_{03}) δεν χρειάζεται κανένας δπλισμός διάτμησης.

• Όταν τ_{01} (ή τ_{03}) $< \tau_0 < \tau_{02}$ (ή τ_{04}) χρειάζεται δπλισμός διάτμησης. Σ'αυτή την περίπτωση η τάση διάτμησης επιτρέπεται να λαμβάνεται μειωμένη

$$\tau = \frac{\tau_0 - \tau_{01} \text{ (ή } \tau_{03})}{\tau_{02} \text{ (ή } \tau_{04}) - \tau_{01} \text{ (ή } \tau_{03})} \cdot \tau_0$$

ο ελάχιστος δπλισμός διάτμησης είναι 3,0 cm² στο m².

• Όταν τ_{02} (ή τ_{04}) $< \tau_0$ χρειάζεται αλλαγή διαστάσεων.

5. ΜΗΚΗ ΑΓΚΥΡΩΣΗΣ ΔΟΜΙΚΩΝ ΠΛΕΓΜΑΤΩΝ

Βασικά, η άγκυρωση στα δομικά πλέγματα γίνεται με τις εγκάρσιες ράβδους γι'αυτό οι κανόνες άγκυρωσης στηρίζονται σε χρησιμοποίηση αριθμού βρόχων (π.χ. άγκυρωση με δύο βρόχους).

Σε περίπτωση που η τελευταία εγκάρσια ράβδος είναι ά-
νάγκη να αφαιρεθῇ ἢ τὸ ἄνοιγμα τοῦ βρόχου ἀγκύρωσης εἶναι με-
γάλο, (π.χ. 25 cm), ἡ ἀγκύρωση γίνεται με τὴν συνάφεια τῶν δι-
αμήκων ράβδων. Τότε τὰ ἀναγκαῖα μῆκη ἀγκύρωσης δίνονται ἀπὸ

τόν επόμενο πίνακα

θέση \ ποιότητα	B160	B225	$\geq B300$
1	80d	80d	55d
2	140d	140d	95d

d=διάμετρος
διαμήκους
ράβδου

Όταν οι διαμήκεις ράβδοι κάμπτονται τουλάχιστον κατά μία όρθη γωνία στην περιοχή της αγκύρωσης, οι τιμές του πίνακα μπορούν να μειωθούν κατά 1/3.

Παρατηρήσεις

* Αγκύρωση με συνάφεια επιτρέπεται μόνο στα δομικά πλέγματα με νευρώσεις.

* Η θέση 1 είναι ευνόικη για την αγκύρωση και ισχύει για ράβδους πύ:

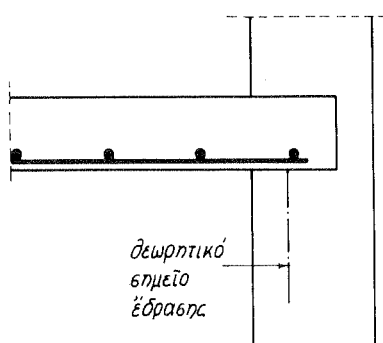
(i) κλείνουν προς την οριζόντια μεταξύ 45^0 και 90^0 ή

(ii) έχουν μικρότερη κλίση, αλλά βρίσκονται στο κάτω μισό της διατομής του στοιχείου ή τουλάχιστον 30cm κάτω από την πάνω άκμή του.

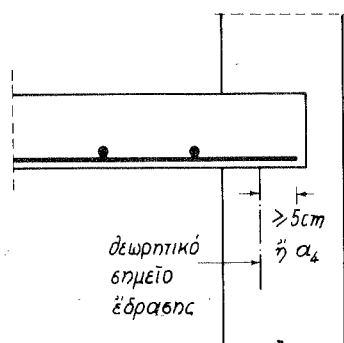
* Η θέση 2 ισχύει για τις υπόλοιπες θέσεις του όπλισμού ως προς τα στοιχεία.

5.1. Αγκύρωση στην έδραση

5.1.1. Ακραία άρθρωτη στήριξη

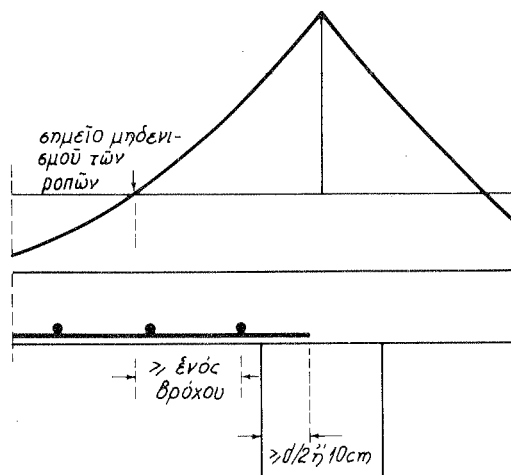


1^η περίπτωση αγκύρωσης
μέ την τελευταία εγκάρσια ράβδο

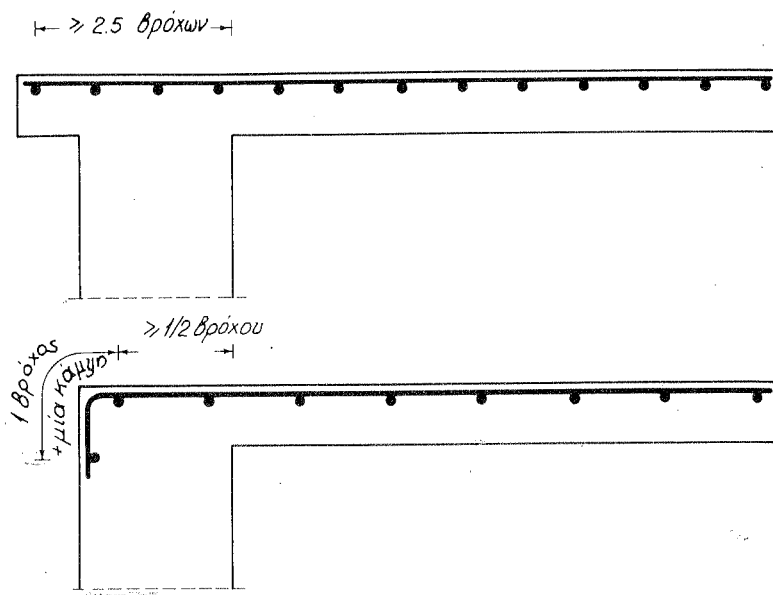


2^η περίπτωση αγκύρωσης
μέ την συνάφεια των
νευρωτών ράβδων

5.1.2. Μεσαία Έδραση



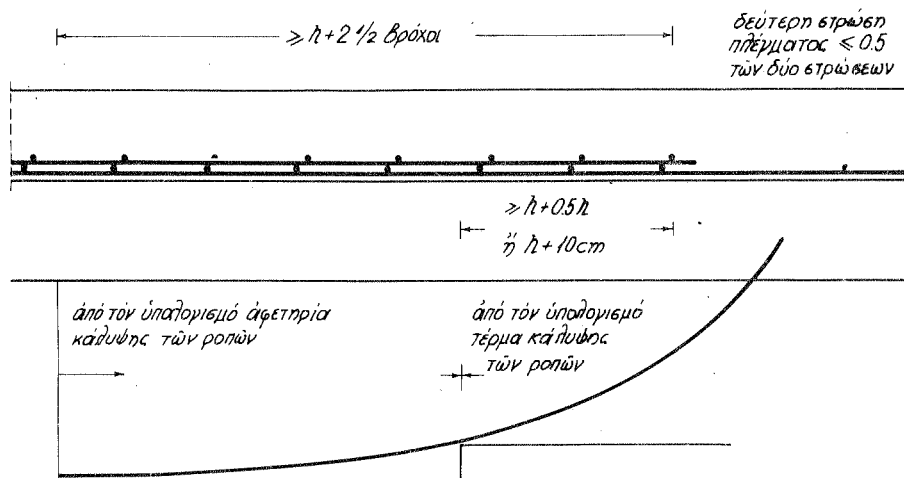
5.2. Αγκύρωση σε άκρᾳ πάκτωση καὶ πρόβολο



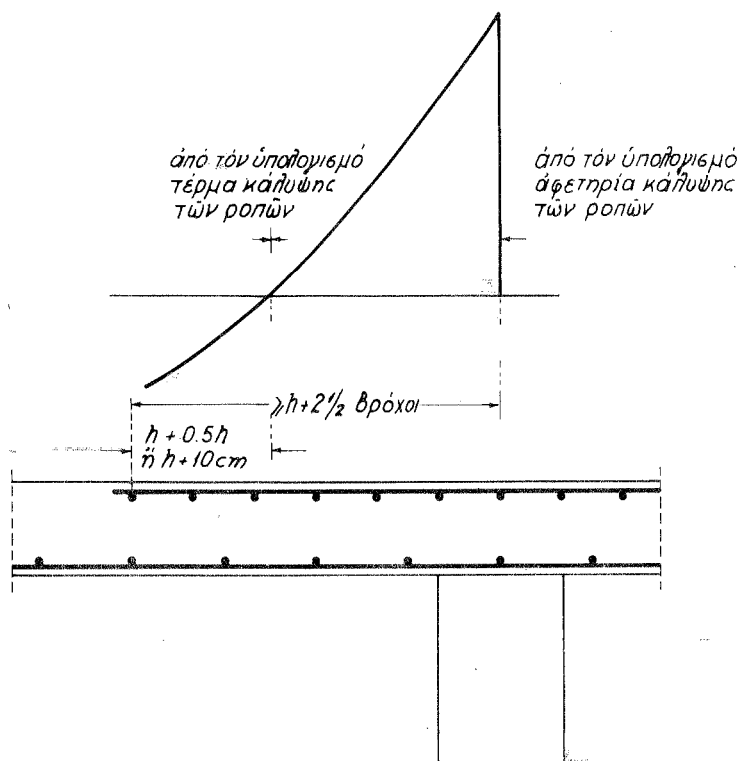
Φυσικά, ἡ ἀγκύρωση μπορεῖ νά γίνη σύμφωνα μέ τήν §5.

5.3. Αγκύρωση σε έφελκόμενη ζώνη

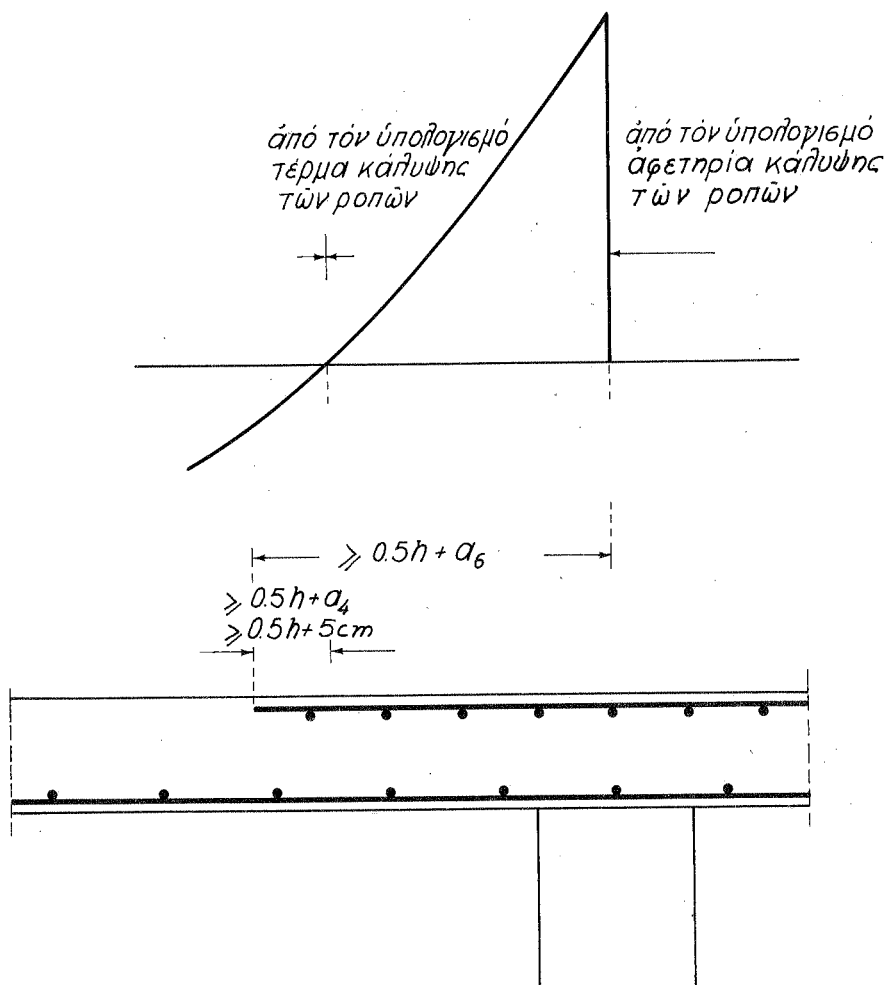
Αγκύρωση σε άνοιγμα:

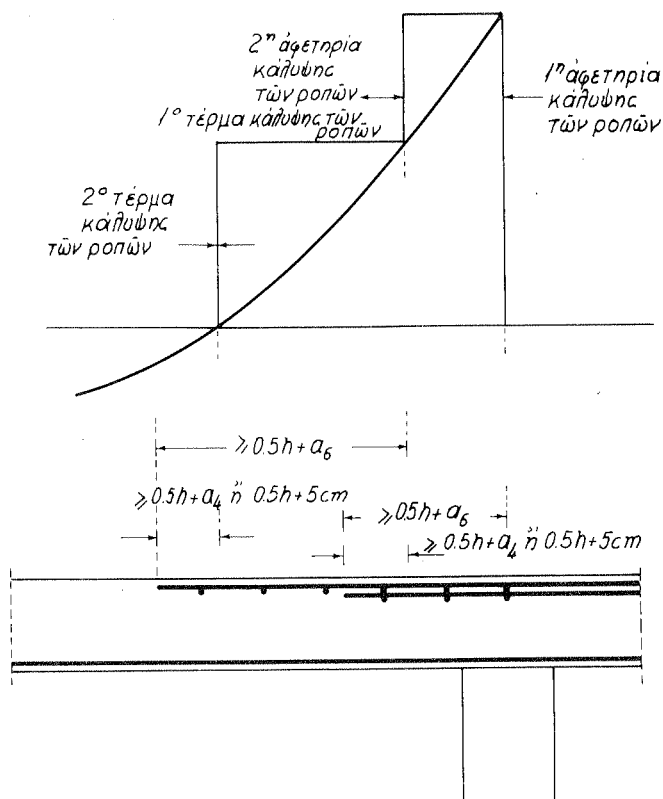


Αγκύρωση στην στήριξη (μέ τις εγκάρσιες ράβδους)



Αγκύρωση στην στήριξη (μέ την συνάφεια των νευρωτών ράβδων





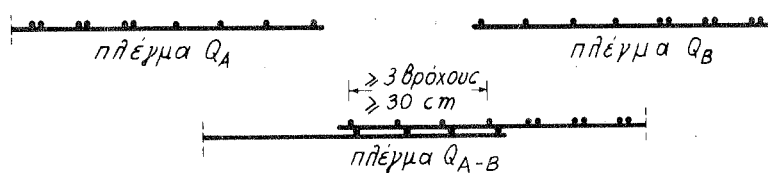
Τά μήκη άγκύρωσης α_4 δίνονται στόν πίνακα 74 αλλά γενικά είναι $\alpha_4 = 6d$ για θέση 1 καί $\alpha_4 = 12d$ για θέση 2. Τά μήκη άγκύρωσης α_6 δίνονται στόν επόμενο πίνακα

επσ kg/cm ²	θέση	Μήκος άγκύρωσης α_6 σέ περίπτωση ποιότητας σκυροδέματος				
		B160	B225	B300	B450	B600
2400	1	55d	35d	30d	20d	15d
	2	110d	70d	60d	40d	30d
2800	1	-	40d	35d	25d	20d
	2	-	80d	70d	50d	40d

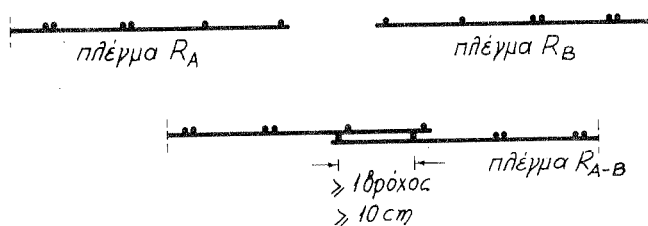
d: διάμετρος
της ράβδου

6. ΜΑΤΙΣΜΑΤΑ ΠΛΕΓΜΑΤΩΝ (ένώσεις με παράθεση)

6.1. Προς τήν διεύθυνση τών φερουσών ράβδων



6.2. Προς τήν διεύθυνση τών εγκάρσιων ράβδων



Γιά περισσότερες λεπτομέρειες βλέπε Έλληνική Έκδοση
Beton Kalender 1970 τόμος 1β.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 120

Ζητείται ο υπολογισμός της άσκησης 95 για την περίπτωση χρησιμοποίησης δομικού πλέγματος με νευρωτές ράβδους.

Λύση

Προεκτίμηση

Ίσχύουν τα ίδια με την άσκηση 95.

1. Στατική επίλυση

Η ίδια.

2. Έλεγχος σέ κάμψη

$$\left(\frac{\varepsilon_{psb}}{\varepsilon_{pe}} = \frac{80}{2800}, k_h^* = 9,6 \right)$$

Άνοιγμα 01

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{0,80}} = 11,7 \Rightarrow k_e = 0,39 \Rightarrow F_e = 0,39 \times \frac{0,80}{0,105} = 2,97 \text{ cm}^2$$

Εκλέγεται πλέγμα ZETT-R 317/64 δηλαδή πλέγμα ορθογωνικών βρόχων διαστάσεων 15,0×25,0cm με διπλές ράβδους $\varnothing 5,5$ διατομής 3,17cm²/m προς την διαμήκη έννοια και απλές ράβδους $\varnothing 4,5$ διατομής 0,64cm²/m προς την εγκάρσια έννοια.

Άνοιγμα 12

Όμοια με το άνοιγμα 0-1 ZETT-R 317/64.

Στήριξη 1

$$k_h = \frac{10,5}{\sqrt{1,04}} = 10,3 > 9,6 \Rightarrow k_e = 0,40 \Rightarrow F_e = 0,40 \times \frac{1,04}{0,105} = 3,96 \text{ cm}^2$$

Εκλέγεται πλέγμα ZETT-R 443/95.

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

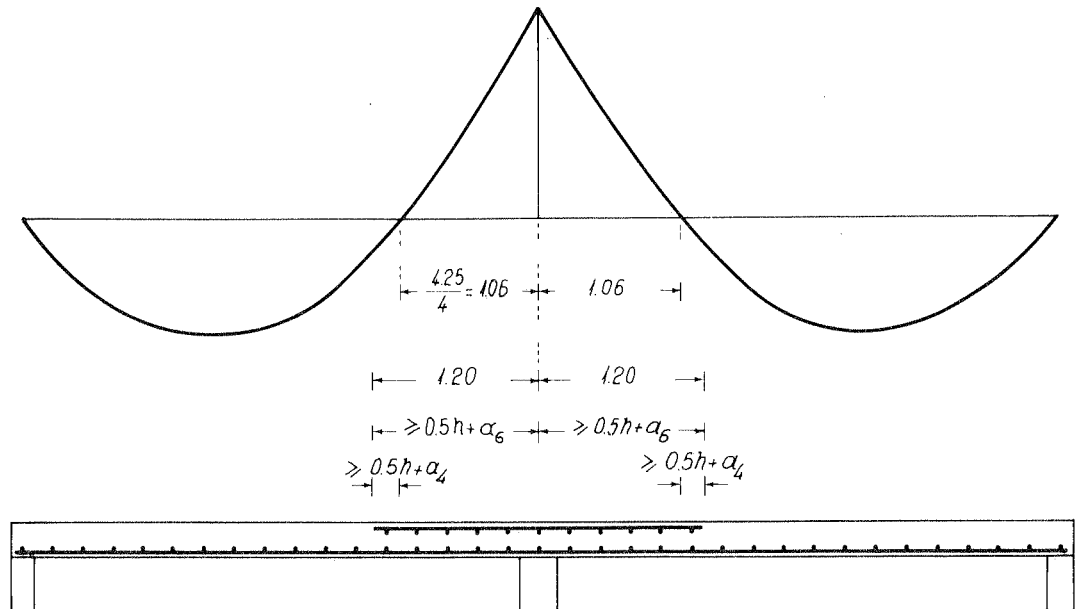
$$\max |Q| = 1,41 \text{ t} \quad \tau_0 = \frac{Q}{b_0 \cdot z} = \frac{1,41 \times 10^3}{100 \times \frac{7}{8} \times 10,5} = 1,53 \text{ kg/cm}^2 < 4,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$= \tau_{03} \quad (\S 4.2.)$$

4. Σχεδίαση όπλισμών

Τό πλέγμα τοῦ ανοίγματος τοποθετεῖται ένιατο καί στίς δύο πλάκες.

Τό πλέγμα τῆς στήριξης άγκυρώνεται σύμφωνα μέ τήν §5.3.



Στήν στήριξη έχουμε "θέση 2" γι'αυτό

$$\alpha_4 = 12 \times 0,65 = 7,8$$

$$0,5h + \alpha_4 = 0,5 \times 10,5 + 7,8 = 13,1 \text{ cm}$$

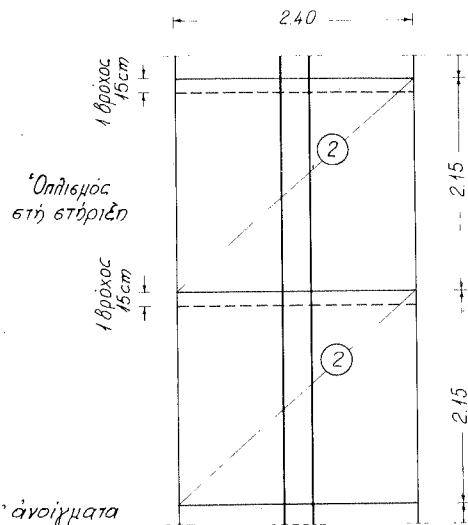
$$\alpha_6 = 80 \times 0,65 = 52,0$$

$$0,5h + \alpha_6 = 0,5 \times 10,5 + 52,0 = 57,3 \text{ cm}$$

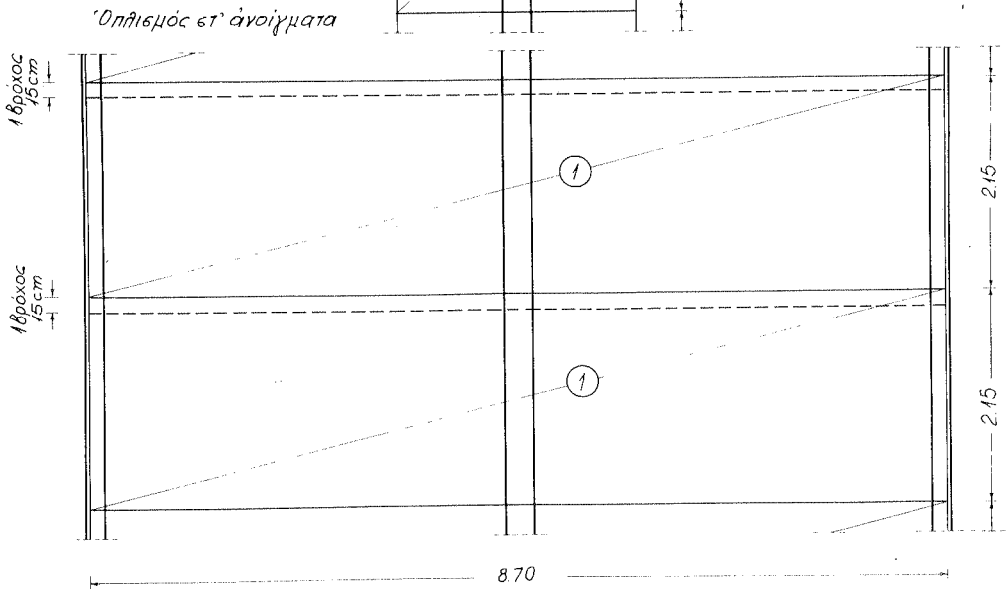
Μάτισμα : Μέ τόν άκριανό βρόχο σύμφωνα μέ τήν §6.1.

Έγκάρσιος όπλισμός

$F_e' = 0,60 F_e = 0,60 \times 2,97 = 1,78 \text{ cm}^2 \Rightarrow$ πλέγμα βάσει καταλόγου LI-STEN -MATTEN) μιᾶς διεύθυνσης $\emptyset 5$ μέ βρόχους τών 10,0 cm ($F_e' = 1,96 \text{ cm}^2/\text{m}$).



- ① πλέγματα ZETT-R 317/64
- ② πλέγματα ZETT-R 443/95



ΑΣΚΗΣΗ 121

Νά υπολογισθῇ ἡ άσκηση 96 μέ τήν προϋπόθεση χρησιμοποίησης δομικοῦ πλέγματος.

Λύση

Προεκτίμηση

Ἡ ἔδεια

$$\text{Έλεγχος σέ κάμψη} \quad \frac{\epsilon\sigma_b}{\epsilon\sigma_e} = \frac{100}{2800}, \quad k_h^* = 8,1$$

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{15,5}{\sqrt{2,49}} = 9,8 > 8,1 \Rightarrow k_e = 0,40$$

$$F_e = 0,40 \times \frac{2,49}{0,155} = 6,43 \text{ cm}^2$$

Εκλέγονται πλέγματα ZETT-R 377/78 (3,77 cm²/m)
καί ZETT-R 262/64 (2,62 cm²/m)

Έλεγχος σέ διάτμηση

$$Q_{\text{παρ}} = 0,558 \times 2,50 + 0,30 = 1,70 \text{ t}$$

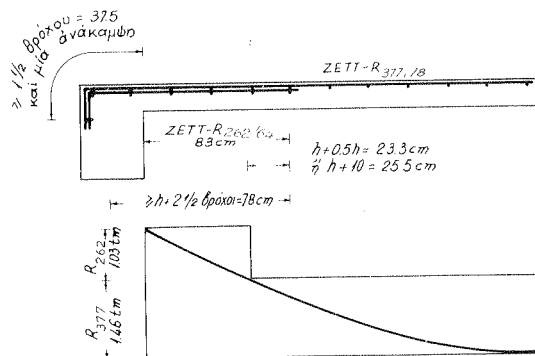
$$\tau_o = \frac{1,70 \times 10^3}{100 \times \frac{7}{8} \times 15,5} = 1,25 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{01} = 3,5 \text{ kg/cm}^2$$

Δέν χρειάζεται όπλισμός διάτμησης.

Σχεδίαση όπλισμών

$$6,43 \text{ cm}^2 \rightarrow 2,49 \text{ tm}$$

$$3,77 \text{ cm}^2 \rightarrow 1,46 \text{ tm}$$

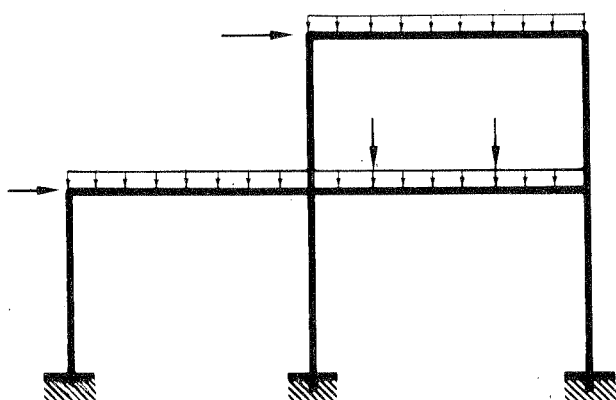


ΚΕΦΑΛΑΙΟ XVI

ΠΛΑΙΣΙΑ

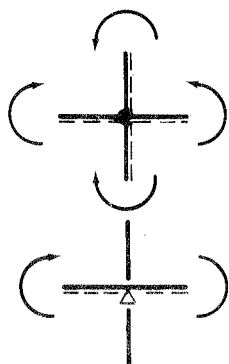
1. ΓΕΝΙΚΑ

Τά πλαίσια είναι επίπεδοι φορείς αποτελούμενοι από



"ράβδους" πού είναι συν-
δεσμένες μεταξύ τους στους
"κόμβους", έτσι ώστε να
συνεργάζονται για την ά-
νάληψη φορτίων.

Στήν πραγματικότητα
όλες οι κατασκευές από ό-
πλισμένο σκυρόδεμα είναι
πλαισιωτές κατασκευές. Παρ'
όλα αυτά στην πράξη, για
τόν υπολογισμό και για
κοινά οίκοδομικά έργα, οι
"ράβδοι" θεωρούνται άνε-
ξάρτητες κατά την οριζόν-
τια διεύθυνση (δοκοί), και
κατά την κατακόρυφη διεύ-
θυνση (υποστυλώματα). Κατ'
αυτόν τόν τρόπο κατασκευ-
άζονται "κόμβοι" πού λει-
τουργούν πιά σαν άρθρώ-
σεις, μιά και δέν είναι
σέ θέση να παραλάβουν ρο-
πές σέ όλο τό επίπεδο.

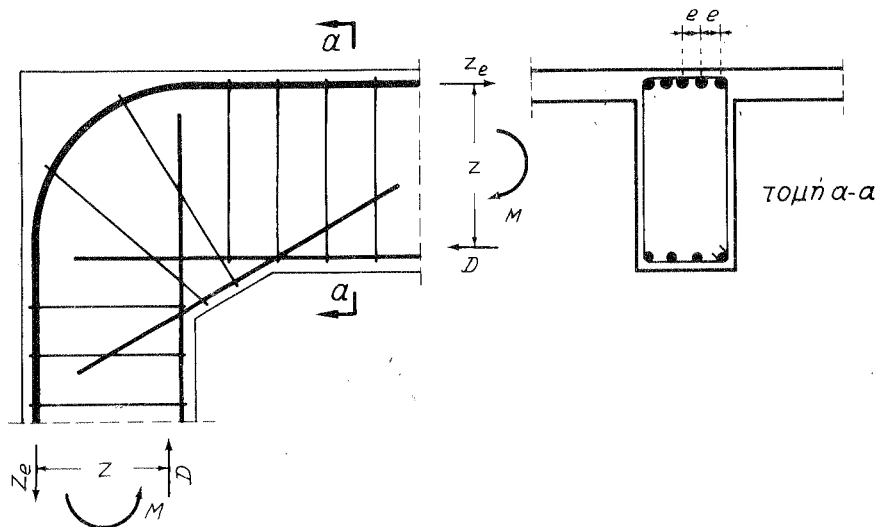


Πρέπει πάντως νά τονισθῇ ὅτι μέ τούς διάφορους κανονισμούς πού ἰσχύουν γιά τίς κατακόρυφες "ράβδους" (ὑποστυλώματα) ἐξασφαλίζεται κατὰ κάποιο τρόπο ἡ "πλαισιακή λειτουργία" τῶν κατασκευῶν.

2. ΚΟΜΒΟΙ

2.1. Ἀκραίος κόμβος πλαισίου

2.1.1. Ἐφελκυσμός ἐξωτερικά (ἀρνητική ροπή)



$$d_B \geq 3 \frac{\beta_s}{\beta_{wN}} \sqrt{\frac{\phi}{e}} \cdot \phi$$

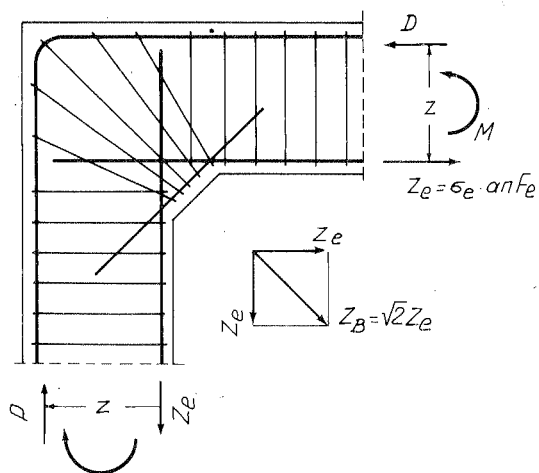
ὅπου β_s : ἀντοχή τοῦ χάλυβα (ὄριο διαρροῆς)

β_{wN} : ἀντοχή τοῦ σκυροδέματος σέ θλίψη

ϕ : διάμετρος τῶν ράβδων τοῦ ὀπλισμοῦ

e : ἀπόσταση τῶν ράβδων

2.1.2. Έμφελκυσμός έσωτερικά (θετική ροπή)



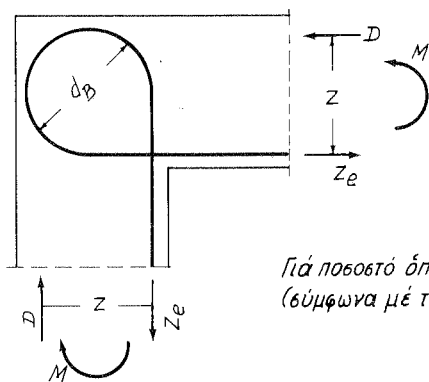
$$Z_e = \sigma_e \cdot \alpha \pi F_e$$

Οι συνδετήρες καλούνται να αναλάβουν δύναμη

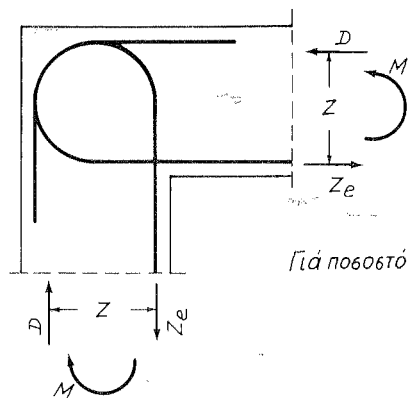
$$Z_B = \sqrt{2} \cdot Z_e \quad (Z_B = \sigma_{eB} \cdot F_{eB})$$

Άρα συνολική απαιτούμενη διατομή συνδετηρών

$$F_{eB} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sigma_e \cdot \alpha \pi F_e}{\sigma_{eB}}$$



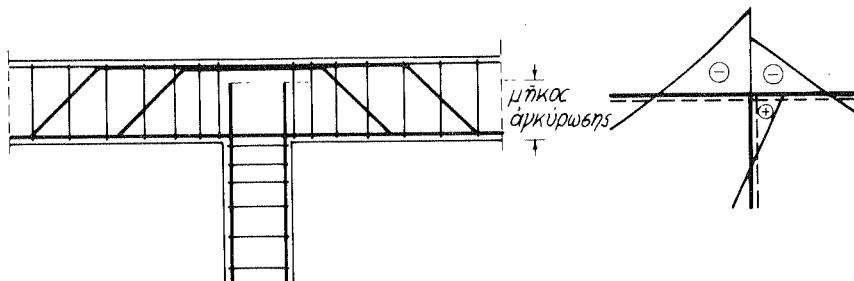
Για ποσοστό όπλισμού μέχρι $\mu = 0.75\%$
(σύμφωνα με τον Leonhardt)



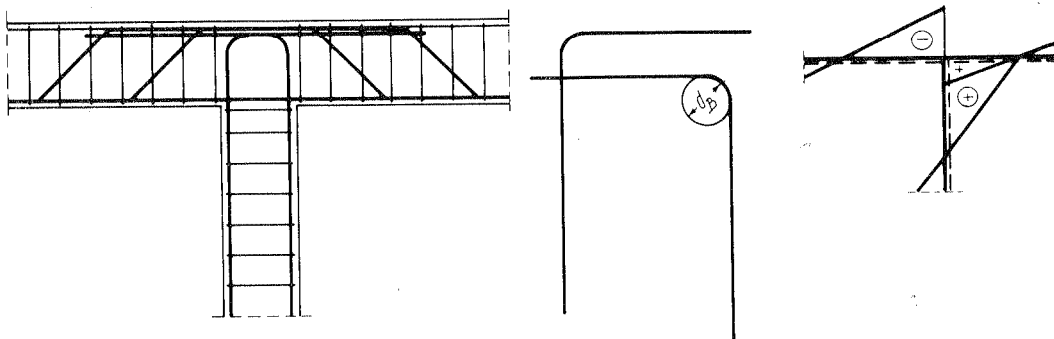
Για ποσοστό όπλισμού μέχρι $\mu = 1.0\%$

2.2. Μεσαῖος κόμβος πλαισίου

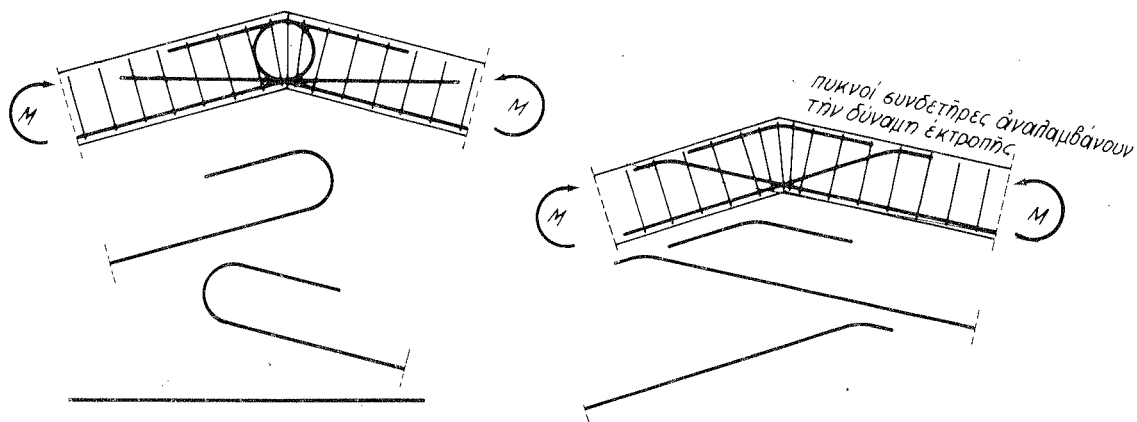
2.2.1. Περίπτωση μικρῆς ροπῆς στὸν στύλο



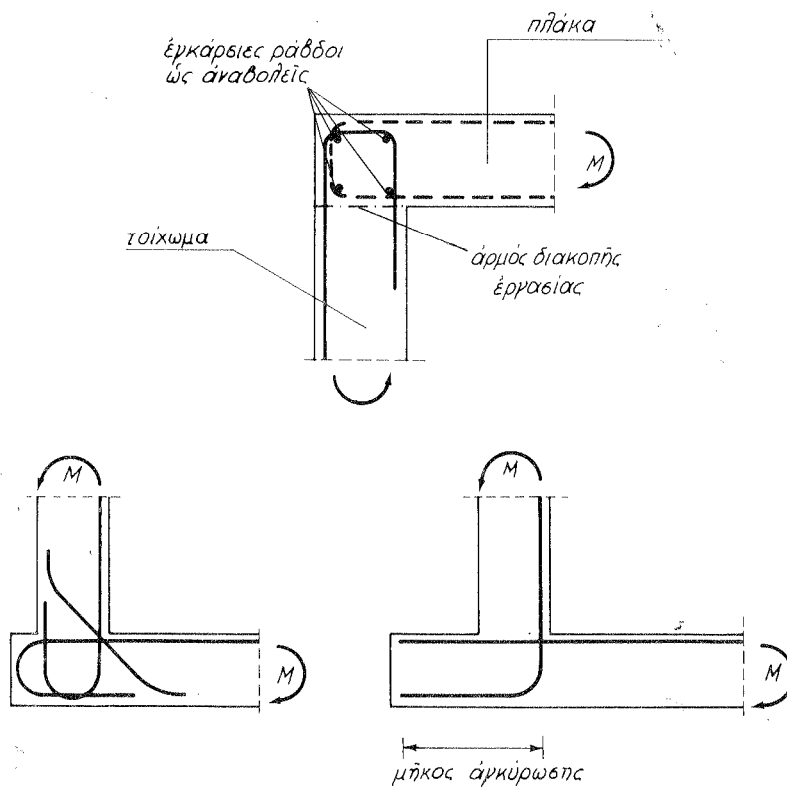
2.2.2. Περίπτωση μεγάλης ροπῆς στὸν στύλο



2.3. Κόμβοι με άμβλείες γωνίες

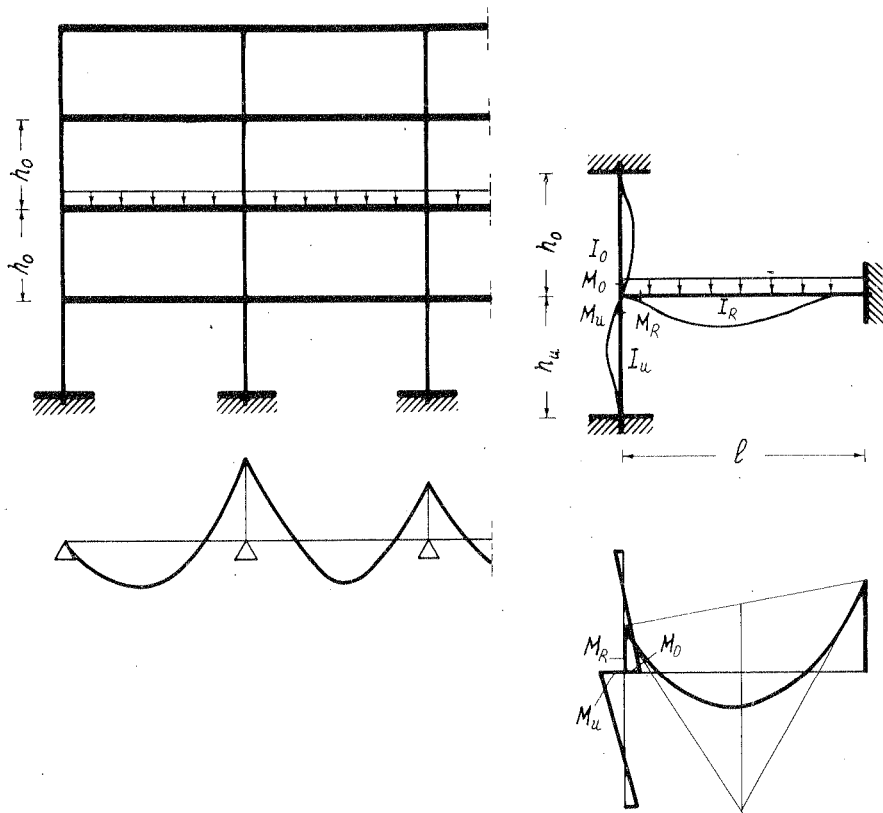


2.4. Σύνδεση πλακών



ΠΛΑΙΣΙΑΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΑΚΡΑΙΩΝ ΥΠΟΣΤΥΛΩΜΑΤΩΝ

Γιά οικόδομικά έργα, καί ἐφ'ὅσον ἔχει θεωρηθεῖ ἄρθρωση στήν πρώτη (ἐξωτερική) στήριξη, ἐπιτρέπεται νά λαμβάνεται ὑπ' ὄψη ἡ πλαισιακή λειτουργία ὅπως πιά κάτω.



*Αν εἶναι M_R^0 : ἡ θεμελιώδης ροπή πάλτωσης τῆς ἀμφίπακτης ράβδου (γιά ὁμοιόμορφη φόρτιση π.χ. $\frac{ql^2}{12}$)

καί $k_o = \frac{I_o}{h_o}$, $k_u = \frac{I_u}{h_u}$, $k_R = \frac{I_R}{l}$, τότε:

$$|M_o| = \frac{k_o}{k_o + k_u + k_R} |M_R^o|$$

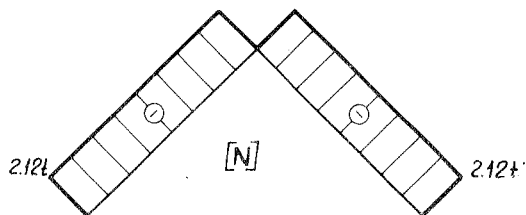
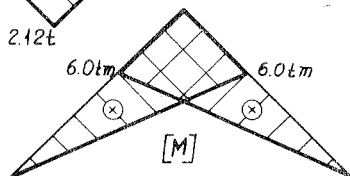
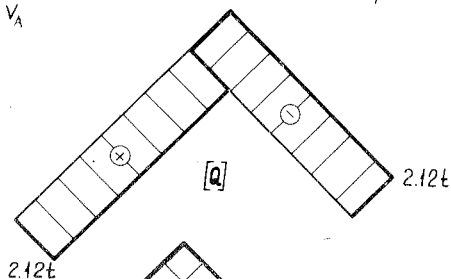
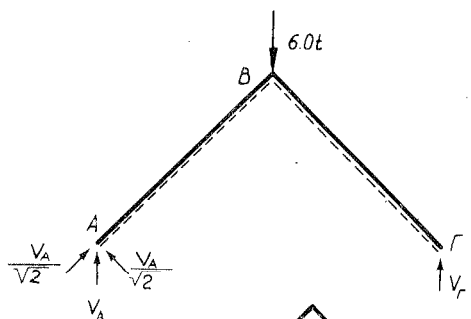
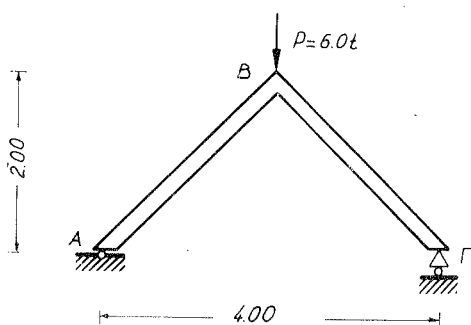
$$|M_u| = \frac{k_u}{k_o + k_u + k_R} |M_R^o|$$

$$|M_R| = \frac{k_o + k_u}{k_o + k_u + k_R} |M_R^o|$$

- Για περίπου ίσα ανοίγματα και φορτία, η υπόθεση της άρθρωσης στις μεσαίες στηρίξεις δεν οδηγεί σε σημαντικά σφάλματα.
- Η πιο πάνω μέθοδος είναι στην πραγματικότητα μία (μόνο) "απίσωση" κατά CROSS.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 122



Νά υπολογισθῇ ὁ ἀναγκαῖος ὀπλισμός στοῦ πλαίσιο τοῦ σχήματος.

Δίνονται: $P = 6,0t$ (ἴδιο βάρος δέν θά ληφθῇ ὑπ' ὄψη).

Διατομή 40×40 .

Υλικά: Β 160, St I.

Λύση

1. Στατική επίλυση

Ὁ φορέας εἶναι ἰσοστατικός.

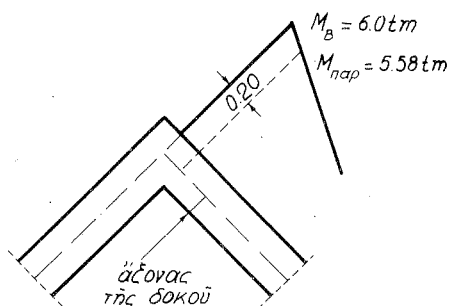
$$V_A = V_\Gamma = \frac{P}{2} = \frac{6,0}{2} = 3,0t$$

$$Q_A = Q_B = V_A \sin 45^\circ = 3,0 \times 0,707 = 2,12t$$

$$M_B = V_A \cdot 2,0 = 3,0 \times 2,0 = 6,0tm$$

$$N_A = N_B = -V_A \eta \mu 45^\circ = -3,0 \times 0,707 = -2,12t$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη



$$\frac{\epsilon_{\sigma_b}}{\epsilon_{\sigma_e}} = \frac{70}{1400} \Rightarrow k_h^* = 8,8$$

$$\Delta M = Q \cdot \frac{b}{2} = 2,12 \times \frac{0,40}{2} = 0,42 \text{ tm}$$

$$M_{\pi\alpha\rho} = M_B - \Delta M = 6,0 - 0,42 = 5,58 \text{ tm}$$

$$\gamma = \frac{M}{N d} = \frac{5,58}{2,12 \times 0,40} = 6,6 > 0,70 \Rightarrow$$

μεγάλη εκκεντρότητα

$$M_e = M - N \cdot \gamma_e = 5,58 + 2,12 \times 0,17 = 5,94 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{37}{\sqrt{\frac{5,94}{0,40}}} = 9,6 > 8,8 \Rightarrow k_e = 0,83 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = k_e \cdot \frac{M_e}{h} + \frac{N}{\sigma_e} = 0,83 \times \frac{5,94}{0,37} - \frac{2,12}{1,40} = 11,81 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 5\phi 18 (= 12,70 \text{ cm}^2).$$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

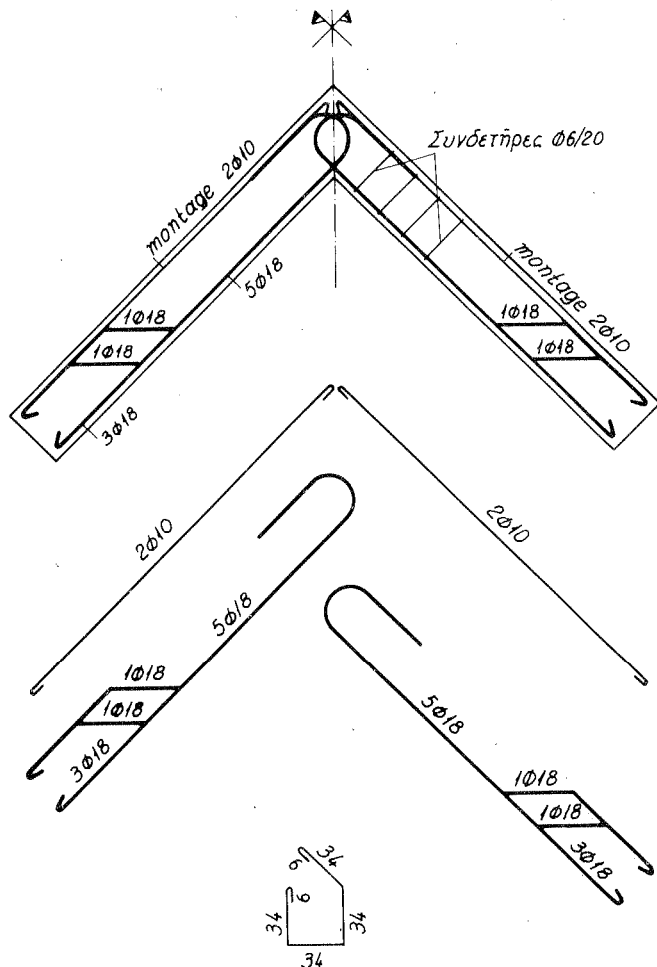
Στή διατομή 40/37 αντιστοιχούν όριακές τέμνουσες δυνάμεις:

$$Q_{01} = 7,77 \text{ t} \text{ και } Q_{02} = 20,72 \text{ t} \text{ (πίνακας 29α)}$$

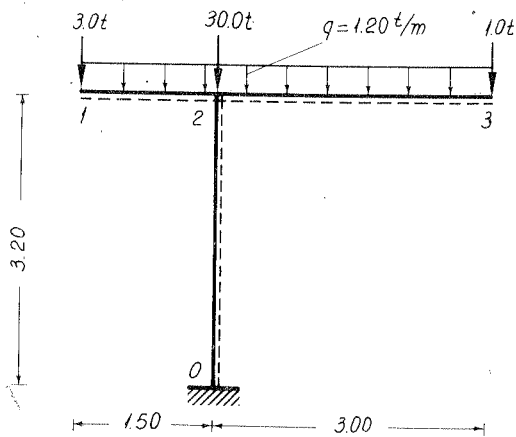
"Αρα δέν χρειάζεται όπλισμός διάτμησης ($Q = 2,12 \text{ t} < Q_{01}$)

Τοποθετούνται συνδετήρες $\phi 6/20$.

4. Σχεδίαση όπλισμών



ΑΣΚΗΣΗ 123



Ζητείται ο υπολογισμός των αναγκαίων διατομών και όπλισμών του πλαισίου του σχήματος. Τα ζυγώματα φέρουν πλάκες στο πάνω μέρος τους.

Υλικά: B160, StIII_R.

Λύση

Προεκτίμηση

Ζυγώμα 12

$$M_2^{\alpha\rho} = -3,0 \times 1,5 - 1,20 \times \frac{1,50^2}{2} = -5,85 \text{ tm}$$

$$|M_{\pi\alpha\rho}| = 0,9 \times 5,85 = 5,27 \text{ tm}$$

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{70}{2400} \Rightarrow k_h^* = 10,2 \text{ (πλακοδοκός στην περιοχή των αρνητικών ροπών)}$$

Λαμβάνεται πλάτος δοκού $b = 20 \text{ cm}$

$$\text{Τότε } h = k_h^* \sqrt{\frac{M_{\pi\alpha\rho}}{b}} = 10,2 \sqrt{\frac{5,27}{0,20}} = 52,4 \text{ cm.}$$

Λαμβάνεται $d = 55 \text{ cm.}$

Ζυγώμα 23

$$M_2^{\delta\epsilon\xi} = -1,0 \times 3,0 - 1,20 \times \frac{3,0^2}{2} = -8,4 \text{ tm}$$

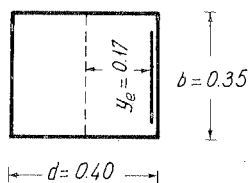
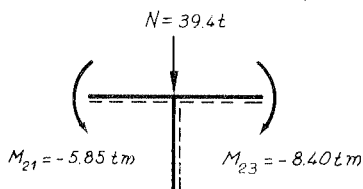
$$|M_{\pi\alpha\rho}| = 0,9 \times 8,4 = 7,56 \text{ tm}$$

Λαμβάνεται πλάτος δοκού $b = 20 \text{ cm}$

$$\text{"Αρα } h = 10,2 \sqrt{\frac{7,56}{0,20}} = 62,7 \text{ cm.}$$

Λαμβάνεται $d = 70 \text{ cm}$.

ΣΤΥΛΟΣ



Λαμβάνονται $b = 0,35 \text{ m}$ και

$$d = 0,40 \text{ m} \left(\frac{\epsilon_{ps_b}}{\epsilon_{ps_e}} = \frac{70}{2400} \right)$$

$$|M| = 8,4 - 5,85 = 2,55 \text{ tm}$$

$$N = 39,4 \text{ t}$$

$$\gamma = \frac{M}{N \cdot d} = \frac{2,55}{39,4 \times 0,40} = 0,162 < 0,350$$

μικρή έκκεντρότητα

$$\sigma_o = \frac{N}{b \cdot d} = \frac{39,4}{0,35 \times 0,40} = 281,4 \text{ t/m}^2 = 28,14 \text{ kg/cm}^2$$

$$\lambda = \frac{\epsilon_{ps_b}}{\sigma_o} = \frac{70}{281,4} = 2,49$$

$$\frac{y_e}{d} = \frac{0,17}{0,40} = 0,425 \approx 0,40 \text{ (υπέρ της ασφαλείας)}$$

Απ'τόν πίνακα 8β για $1000\gamma = 162$ και $\lambda = 2,49$ παρατηρείται ότι υπερεπαρκεύ η διατομή (γιατί είναι μικρή η ροπή και η άξονική δύναμη, για τόσο μεγάλη διατομή).

Λαμβάνεται $b = 0,25 \text{ m}$, $d = 0,40 \text{ m}$

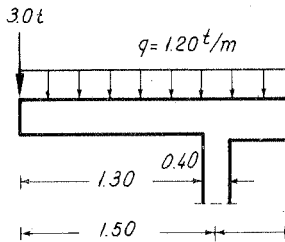
$$\gamma = \frac{2,55}{39,4 \times 0,40} = 0,162 < 0,350$$

$$\sigma_o = \frac{N}{b \cdot d} = \frac{39,4}{0,25 \times 0,40} = 394,0 \text{ t/m}^2 = 39,4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\lambda = \frac{7,0}{39,4} \approx 1,78, \quad \frac{y_e}{d} = \frac{0,17}{0,40} = 0,425 \approx 0,40$$

$$\text{Για } 1000\gamma = 162 \text{ και } \lambda = 1,78 \Rightarrow \mu_o = \mu'_o < 0,004$$

Με $\mu_o = \mu'_o = 0,004$ επαρκεύ η διατομή 25×40

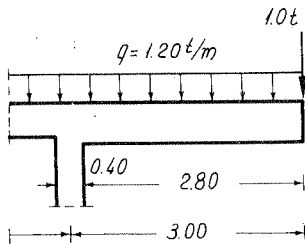
Έλεγχος σέ κάμψη**Ζύγωμα 12** (20/55)

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{70}{2400}$$

$$M_{\pi\alpha\rho} = -3,0 \times 1,30 - 1,20 \times \frac{1,30^2}{2} = -4,91 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_{\pi\alpha\rho}}{b}}} = \frac{52}{\sqrt{\frac{4,91}{0,20}}} = 10,5 > 10,2 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 0,46 \times \frac{4,91}{0,52} = 4,34 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\phi 18 (=5,08 \text{ cm}^2)$$

Ζύγωμα 23 (20/70)

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{70}{2400}$$

$$M_{\pi\alpha\rho} = -1,0 \times 2,80 - 1,2 \times \frac{2,80^2}{2} = -7,50 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{67}{\sqrt{\frac{7,50}{0,20}}} = 10,9 > 10,2 \Rightarrow k_e = 0,46 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,46 \times \frac{7,50}{0,67} = 5,15 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 3\phi 16 (=6,03 \text{ cm}^2)$$

$$\text{Στυλος } 25/40 \left(\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{70}{2400} \right)$$

$$F_e = F_e' = 0,004 \times 25 \times 40 = 4,00 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = F_e' = 2\phi 16 (=4,02 \text{ cm}^2)$$

Έλεγχος σέ διάτμηση**Ζύγωμα 12**

$$Q_2^{\alpha\rho} = 3,0 + 1,2 \times 1,3 = 4,56 \text{ t} < 5,46 \text{ t} = Q_{01}$$

όπου Q_{01} ή όριακή τέμνουσα δύναμη πού αντιστοιχεί στην διατομή 20/52.

"Αρα δέν χρειάζεται όπλισμός διάτμησης.

Τοποθετούνται συνδετήρες $\phi 6/20$.

Ζύγωμα 23

$$Q_2^{\delta\epsilon\chi} = 1,0 + 1,2 \times 2,80 = 4,36 \text{ t}$$

Δέν χρειάζεται όπλισμός διάτμησης.

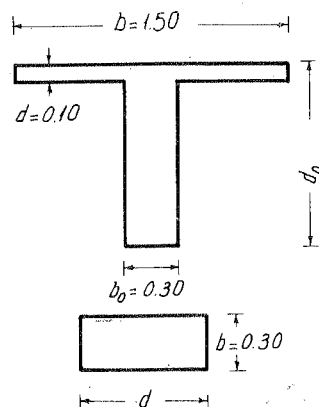
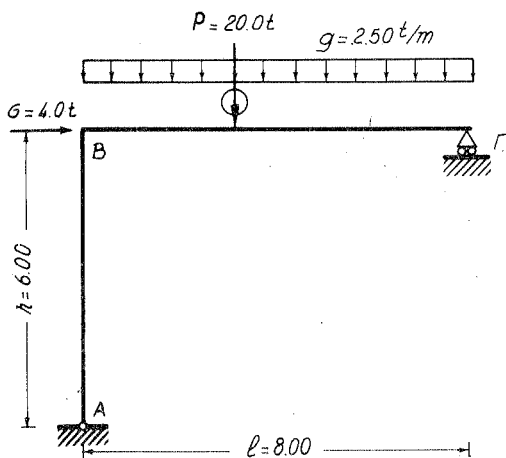
Τοποθετούνται συνδετήρες $\phi 6/20$.

ΑΣΚΗΣΗ 124

Στό πλαίσιο ABΓ, τό ζύγωμα ΒΓ φέρει μόνιμο όμοιόμορφο φορτίο $g = 2,50 \text{ t/m}$ (συμπεριλαμβανόμενου καί τοῦ ίδιου βάρους) καί μόνιμο όριζόντιο σύγκεντρωμένο φορτίο $G = 4 \text{ t}$. Πάνω στό ζύγωμα ΒΓ κινείται φορτίο $P = 20 \text{ t}$, από τό σημείο Β ώς τό σημείο Γ.

Ζητεΐται ό ύπολογισμός τοῦ πλαισίου καί ή λεπτομερής χάραξη τών όπλισμών.

Υλικά: B300, St III.

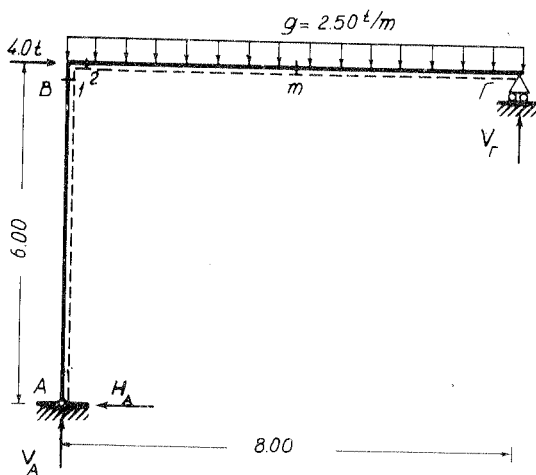


Λύση

1. Στατική επίλυση

Ο φορέας είναι ισοστατικός. Η επίλυση θα γίνει ξεχωριστά για τα μόνιμα και τα κινητά φορτία.

1.1. Ένταση λόγω μόνιμων φορτίων



$$\Sigma X=0 \Rightarrow H_A - 4,0 = 0 \Rightarrow H_A = 4,0t$$

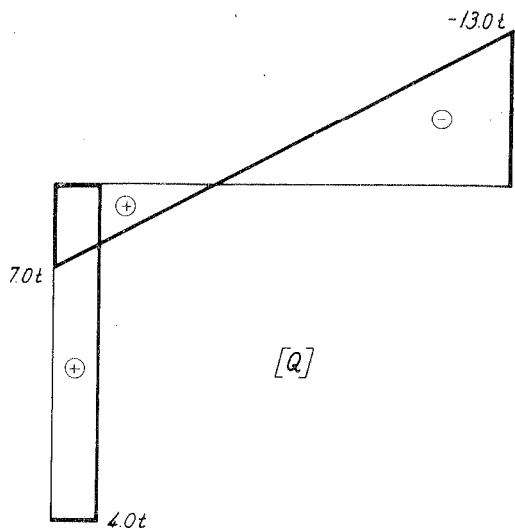
$$(\Sigma M)_B = 0 \Rightarrow V_A \cdot 8,0 + H_A \cdot 6,0 -$$

$$- 2,50 \times \frac{8,0^2}{2} = 0$$

$$V_A = 7,0t$$

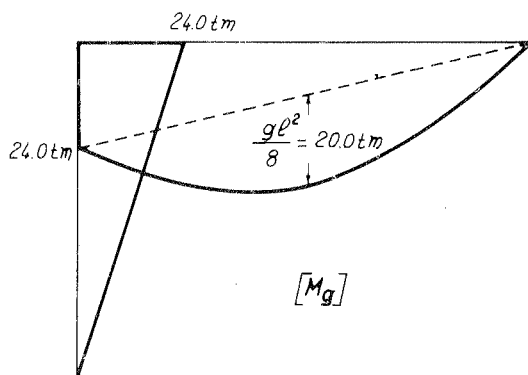
$$\Sigma Y=0 \Rightarrow V_A + V_B - 2,50 \times 8,0 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_B = 13,0t$$



$$Q_A = H_A = 4,0t \quad Q_{B_1} = 4,0t$$

$$Q_{B_2} = V_A = 7,0t \quad Q_B = -V_B = -13,0t$$



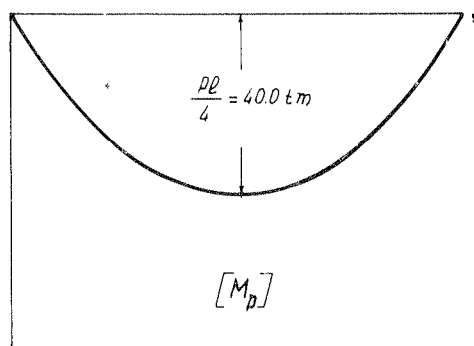
$$M_{B_1} = M_{B_2} = H_A \cdot 6,0 = 4,0 \times 6,0 = 24,0 \text{ tm}$$

$$\max M = \frac{13,0^2}{2 \times 2,50} = 33,8 \text{ tm}$$

$$M_m = \frac{24,0}{2} + \frac{9 \cdot 1^2}{8} = 12,0 + 20,0 = 32,0 \text{ tm}$$

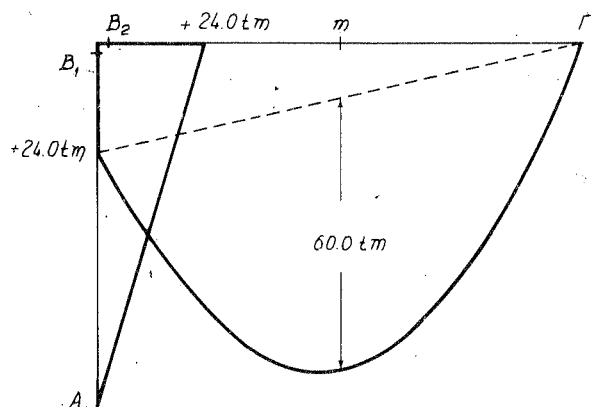
$$N_A = -V_A = -7,0 \text{ t}$$

1.2. Ένταση λόγω κινητού φορτίου



Επειδή δεν υπάρχει οριζόντια αντίδραση ή ένταση περιορίζεται μόνο στο ζύγωμα το οποίο συμπεριφέρεται σαν αμφιαρθρωτή δοκός. Η περιβάλλουσα αμφιαρθρωτής δοκού λόγω συγκεντρωμένου κινητού φορτίου P είναι παραβολή με κρέμαση στο μέσο $\frac{Pl}{4}$.

1.3. Περιβάλλουσα ροπών



$$\max M \approx M_m = \frac{24,0}{2} + 20,0 + 40,0 =$$

$$= 72,0 \text{ tm}$$

2. Έλεγχος σέ κάμψη

Εκλέγονται: διατομή στύλου 30/70

διατομή ζυγώματος 30/100

Διατομή m (πλακοδοκός) $M = 72,0 \text{ tm}$, $N = 0$.

$$\frac{\varepsilon_{\sigma_b}}{\varepsilon_{\sigma_e}} = \frac{90}{2200} \Rightarrow k_h^* = 8,2$$

$$k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{72,0}{1,50}}} = 13,7 \Rightarrow k_x = 0,24 \Rightarrow x = 0,24 \times 95 = 22,8 > 10 \text{ cm.}$$

$$\frac{b}{b_o} = \frac{1,50}{0,30} = 5,0, \quad \frac{d}{x} = \frac{10}{22,8} = 0,44 \Rightarrow \lambda = 0,75 \text{ (πίνακας 24)}$$

$$b_i = \lambda \cdot b = 0,75 \times 1,50 = 1,125 \text{ m} \Rightarrow$$

$$k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{72,0}{1,125}}} = 11,9 \Rightarrow k_x = 0,28 \Rightarrow x = 0,28 \times 95 = 26,6 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{b_o} = 5, \quad \frac{d}{x} = \frac{10}{26,6} = 0,38 \Rightarrow \lambda = 0,69$$

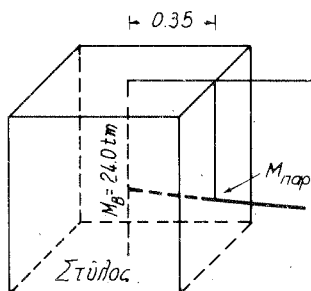
$$b_i = \lambda \cdot b = 0,69 \times 1,50 = 1,035 \Rightarrow$$

$$k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{72,0}{1,035}}} = 11,4 > 8,2 \Rightarrow k_x \approx 0,28 \text{ εν τάξει}$$

$$k_e = 0,50 \Rightarrow F_e = 0,50 \times \frac{72,0}{0,95} = 37,89 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 12\emptyset 20 (=37,68 \text{ cm}^2)$$

Χωράνε σε δύο σειρές (πίνακας 7).

Διατομή B₂ (πλακοδοκός, θλίψη στην πλάκα)



$$\frac{\varepsilon_{psB}}{\varepsilon_{pe}} = \frac{90}{2200} \Rightarrow k_h^* = 8,2$$

$$M_B = 24,0 \text{ tm}$$

$$\Delta M = Q \cdot \frac{d}{2} = 7,0 \times 0,35 = 2,45 \text{ tm}$$

$$M_{\text{παρ}} = M_B + \Delta M = 24,0 + 2,45 = 26,45 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{97}{\sqrt{\frac{26,45}{1,50}}} = 23,1 \Rightarrow k_x = 0,15 \Rightarrow$$

$$x = 0,15 \times 97 = 14,6 \text{ cm} > 10 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{b_o} = \frac{1,50}{0,30} = 5, \quad \frac{d}{x} = \frac{10}{14,6} = 0,68 \Rightarrow \lambda = 0,92$$

$$b_i = \lambda \cdot b = 0,92 \times 1,50 = 1,38 \Rightarrow$$

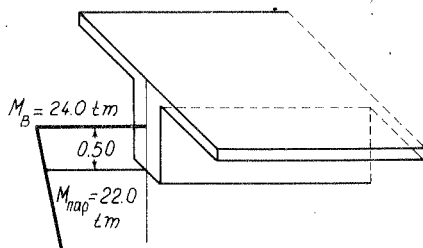
$$k_h = \frac{97}{\sqrt{\frac{26,45}{1,38}}} = 22,2 \Rightarrow k_x = 0,16 \approx 0,15 \Rightarrow$$

$$\text{Άρα } k_e = 0,48 \Rightarrow F_e = 0,48 \times \frac{26,45}{0,97} = 13,09 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 5\emptyset 20 (=15,70 \text{ cm}^2)$$

Διατομή B₁ $M = 24,0 \text{ tm}$, $\max |N| = 27,0 \text{ t}$ (θλιπτική)

$$\frac{\varepsilon_{psB}}{\varepsilon_{pe}} = \frac{110}{2200} \Rightarrow k_h^* = 7,0$$

$$\Delta M = Q \cdot \frac{1,00}{2} = 4,0 \times 0,50 = 2,0 \text{ tm}$$



Τό κέντρο βάρους της πλακοδοκού λήφθηκε προσεγγιστικά στο μέσο του κορμού της πλακοδοκού γιατί η επίδραση του στην ροπή ΔM είναι μικρή.

$$M_{\text{παρ}} = M - \Delta M = 24,0 - 2,0 = 22,0 \text{ tm}$$

$$\gamma = \frac{M}{N \cdot d} = \frac{22,0}{27 \times 0,70} = 1,16 > 0,70 \text{ μεγάλη έκκεντρότητα}$$

$$M_e \approx M - N \cdot y_e = 22,0 + 27,0 \times (0,35 - 0,03) = 30,64 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_e}{b}}} = \frac{67}{\sqrt{\frac{30,64}{0,30}}} = 6,6 < 7,0 \Rightarrow$$

$$k_e = 0,53, \quad k'_e = 0,09, \quad \frac{h'}{h} = \frac{3}{67} = 0,04 < 0,07 \Rightarrow \rho' = 1,0.$$

"Αρα

$$F_e = k_e \frac{M_e}{h} + \frac{N}{\sigma_e} = 0,53 \frac{30,64}{0,67} - \frac{27,0}{2,20} = 11,96 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\emptyset 20 (= 12,56 \text{ cm}^2)$$

$$F'_e = k'_e \frac{M_e}{h} \rho' = 0,09 \times \frac{30,64}{0,67} \times 1,0 = 4,12 \text{ cm}^2 \Rightarrow F'_e = 2\emptyset 20 (= 6,28 \text{ cm}^2)$$

Διατομή Α

$$\max |N| = 27,0 \text{ t}, \quad M = 0$$

$$\text{Χρειάζεται όπλισμός } \mu = \mu' = 0,004 \times 30 \times 70 = 8,40 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 3\emptyset 20 (= 9,42 \text{ cm}^2)$$

(Κανονικά ό ελάχιςτος άναγκαίος όπλισμός άντιστοιχεύ στήν στατικά άπαιτούμενη διατομή καί όχι στήν 30×70).

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

Διατομή Α:Β

Στήν διατομή 30/67 άντιστοιχεύ όριακή τέμνουσα δύναμη:

$$Q_{01} = 14,07 \text{ t} > Q_{AB} = 4,0 \text{ t}$$

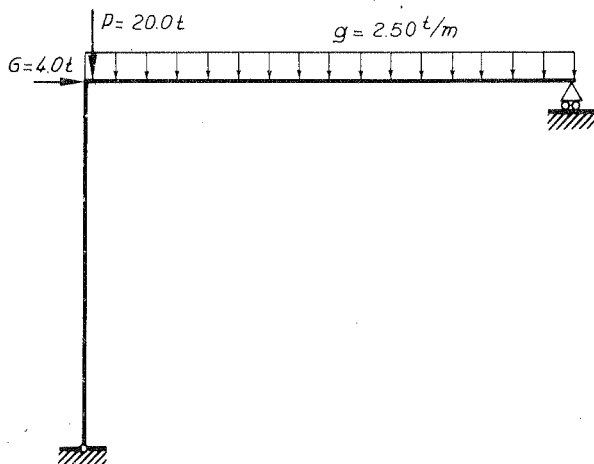
Δέν χρειάζεται όπλισμός διάτμησης.

Τοποθετούνται συνδετήρες $\emptyset 6/20$

Διατομή Β₂

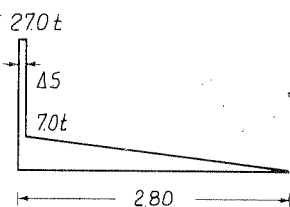
$$Q_g = 7,0 \text{ t} \quad Q_{\pi\alpha\rho}^g = 7,0 - 0,35 \times 2,50 = 6,125 \text{ t}$$

$$Q_{\pi\alpha\rho}^p = 20,0 \text{ t} \quad Q_{\pi\alpha\rho}^{g+p} = 6,125 + 20,0 = 26,125 \text{ t}$$



$$\begin{aligned}\tau_o &= \frac{Q}{\frac{7}{8} \cdot h \cdot b_o} = \\ &= \frac{26,125}{\frac{7}{8} \times 0,97 \times 0,30} = \\ &= 102,6 \text{ t/m}^2 = \\ &= 10,26 \text{ kg/cm}^2 > 8 \text{ kg/cm}^2 \\ &< 20 \text{ "}\end{aligned}$$

"Αρα χρειάζεται οπλισμός διάτμησης.
Τοποθετούνται συνδετήρες $\emptyset 8/20$.

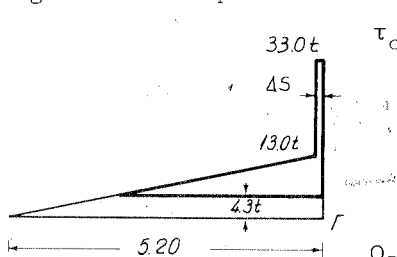


$$\begin{aligned}Q_B &= \frac{z}{e} \cdot F_{eB} \cdot \sigma_{eB} = \frac{7}{8} \times \frac{97}{20} \times 2 \times 0,50 \times 2,20 = \\ &= 9,3 \text{ t}\end{aligned}$$

Δέν χρειάζεται πρόσθετος οπλισμός. Παρ'όλα αυτά θά χρησιμοποιηθοῦν γιὰ τὴν διάτμηση καὶ οἱ ράβδοι τῆς κάμψης.

Διατομή Γ

$$Q_g = 13,0 \text{ t}, Q_p = 20,0 \text{ t} \Rightarrow Q_{g+p} = 33,0 \text{ t}$$



$$\begin{aligned}\tau_o &= \frac{33,0}{\frac{7}{8} \times 0,97 \times 0,30} = 129,6 \text{ t/m}^2 = \\ &= 12,96 \text{ kg/cm}^2 > 8 \\ &< 20\end{aligned}$$

Χρειάζεται οπλισμός διάτμησης.
Συνδετήρες $\emptyset 8/20$

$$Q_B = \frac{7}{8} \times \frac{97}{20} \times 2 \times 0,50 \times 2,20 = 9,3 \text{ t}$$

Παρ'όλα αυτά θεωρείται ότι οι συνδετήρες παραλαμβάνουν τό 1/3 τῆς τέμνουσας τῶν 13t δηλαδή: $13/3 = 4,3 \text{ t}$.

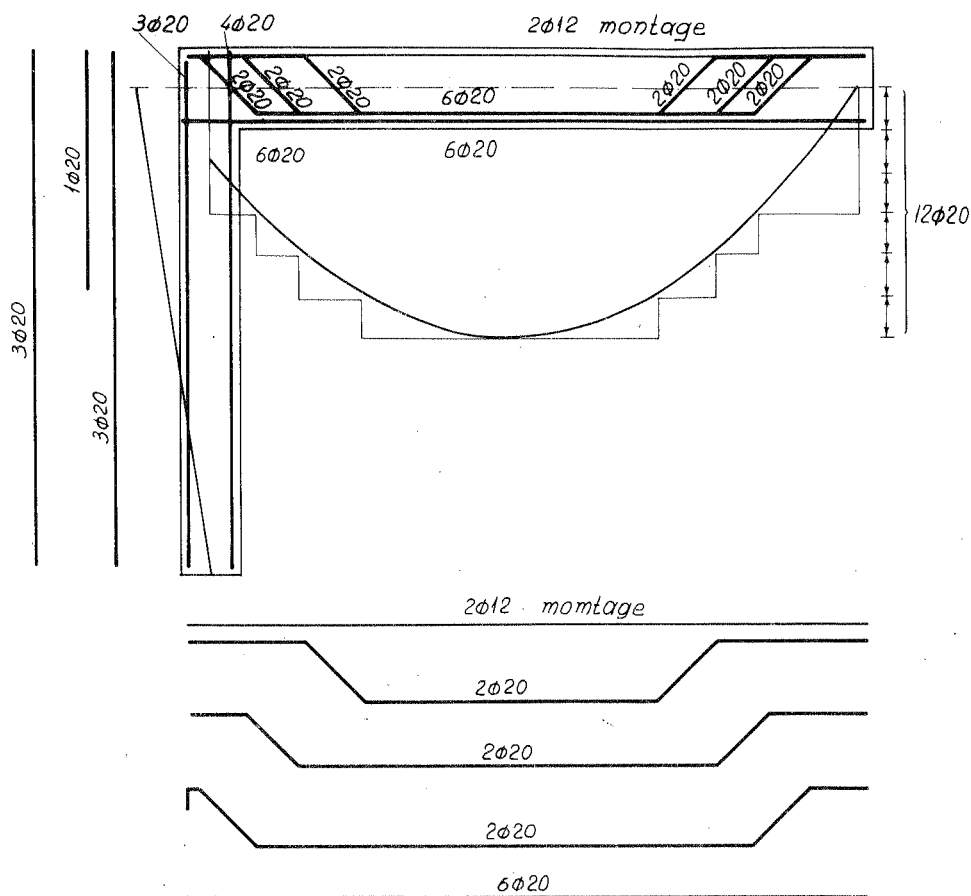
$$E_a = \frac{(13 - 4,3)^2}{2 \times 2,50} = 15,1 \text{ tm}$$

$$F_{es} = \frac{E_Q}{\sqrt{2} \times \frac{7}{8} h \sigma_{es}} = \frac{15,1}{\sqrt{2} \times \frac{7}{8} \times 0,97 \times 2,20} = 5,72 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_{es} = 2\phi 20 (6,28 \text{ cm}^2)$$

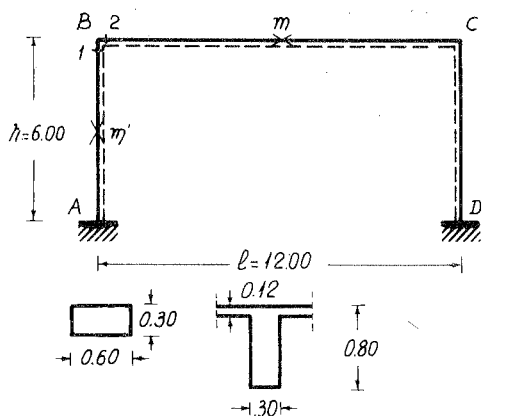
Παρατήρηση

★ "Όταν τό φορτίο P βρίσκεται κοντά στην στήριξη, ούσιαστικά δέν υπάρχει πρόβλημα διάτμησης αλλά φαλιδισμού πού εΐναι καί λιγώτερο δυσμενής. "Όταν τό φορτίο P απομακρυνθῇ από τήν στήριξη παύει νά υπάρχει καί πρόβλημα διάτμησης (μικρή τέμνουσα δύναμη). "Άρα τελικά ό ύπολογισμός τοῦ όπλισμοῦ διάτμησης ἔχει γίνεϊ πρὸς τήν πλευρά τῆς ἀσφαλείας.

4. Σχεδίαση όπλισμῶν



ΑΣΚΗΣΗ 125

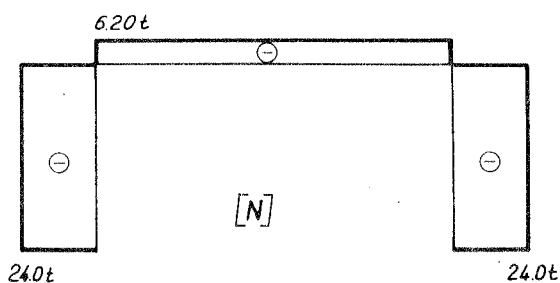
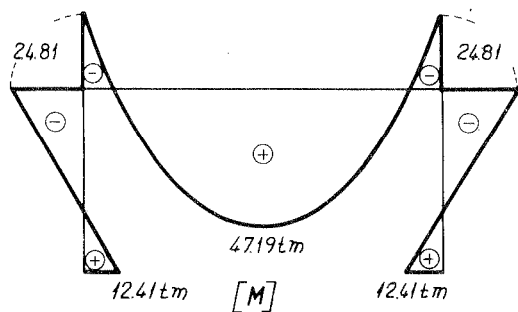
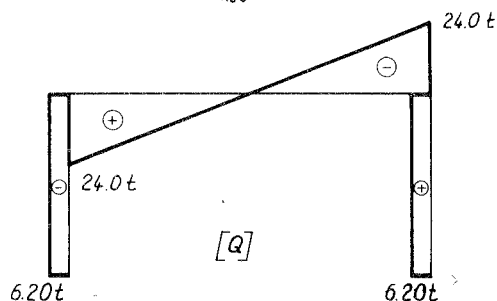


Στό άμφίπακτο πλαίσιο του σχήματος προέκυψαν τά διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων, ροπών κάμψης καί άξονικῶν δυνάμεων γιά καθολικό όμοιομορφο φορτίο

$$q = 4,0 \text{ t/m}$$

Νά ύπολογισθοῦν οί άπαιτούμενοι όπλισμοί καί, νά σχεδιασθοῦν άναλυτικά.

Υλικά: B300, St III.



Λύση**1. Έλεγχος σέ κάμψη****Διατομή m**

$$\frac{\varepsilon \sigma_b}{\varepsilon \sigma_e} = \frac{100}{2200}, \quad k_h^* = 7,6.$$

$$M = 47,19 \text{ tm}, \quad N = -6,20 \text{ t}$$

$$M_e = M - N \cdot y_e = 47,19 + 6,20 \times 0,35 = 49,36 \text{ tm}$$

Τό κέντρο βάρους τῆς πλακοδοκοῦ λήφθηκε στό μέσο τῆς διατομῆς γιατί τό σφάλμα πού προκύπτει εἶναι ἀσήμαντο ἀφοῦ καί ἡ ἀξονική δύναμη εἶναι μικρή.

$$b = b_o + 12d = 0,30 + 12 \times 0,12 = 1,74 \text{ m}$$

Ἐπειδή ἡ ροπή εἶναι μεγάλη ἔχουμε ὅπωςδήποτε μεγάλη ἐκκεντρότητα.

$$k_h = \frac{75}{\sqrt{\frac{49,36}{1,74}}} = 14,1 > 7,6 \Rightarrow k_x = 0,24 \Rightarrow x = 0,24 \times 75 = 18,0 \text{ cm} > 12 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{b_o} = \frac{1,74}{0,30} = 5,80 > 5$$

$$\begin{aligned} \text{Ἄρα } F_e &= \frac{M_e}{(h - \frac{d}{2}) \sigma_e} + \frac{N}{\sigma_e} = \frac{49,36}{(0,75 - \frac{0,12}{2}) \times 2,20} - \frac{6,20}{2,20} = \\ &= 29,70 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 10 \emptyset 20 (= 31,40 \text{ cm}^2). \end{aligned}$$

Έλεγχος τάσης

$$k_h = \frac{75}{\sqrt{\frac{49,36}{\frac{1,74}{2}}}} = 10,0 > 7,6 = k_h^*$$

Διατομή B₂

$$\frac{\varepsilon \sigma_b}{\varepsilon \sigma_e} = \frac{110}{2200}, \quad k_h^* = 7,0$$

$$M = -24,81 \text{ tm}, \quad N = -6,20 \text{ t}$$

$$|M_{\pi\alpha\rho}| = 24,81 - 24,0 \times 0,30 = 17,61 \text{ tm}$$

$$M_e = M_{\pi\alpha\rho} - N \cdot y_e = 17,61 + 6,20 \times 0,37 = 19,90 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{77}{\sqrt{\frac{19,90}{0,30}}} = 9,5 > 7,0$$

$$\text{"Αρα } k_e = 0,52 \Rightarrow F_e = 0,52 \times \frac{19,90}{0,77} - \frac{6,20}{2,2} = 10,62 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 4\emptyset 20 (=12,56 \text{ cm}^2).$$

Διατομή B₁

$$\frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{110}{2200}, \quad k_h^* = 7,0.$$

$$M = -24,81 \text{ tm}, \quad N = -24,0 \text{ t}$$

$$|M_{\pi\alpha\rho}| = 24,81 - 6,20 \times 0,40 = 22,33 \text{ tm}$$

$$\gamma = \frac{M}{N \cdot d} = \frac{22,33}{24,0 \times 0,60} = 1,55 > 0,70 \Rightarrow \text{μεγάλη έκκεντρότητα}$$

$$M_e = M_{\pi\alpha\rho} - N \cdot y_e = 22,33 + 24,0 \times 0,27 = 28,81 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{57}{\sqrt{\frac{28,81}{0,30}}} = 5,8 < 7,0 \Rightarrow k_e = 0,52, \quad k'_e = 0,25, \quad \rho' = 1,0 \Rightarrow$$

$$F_e = k_e \frac{M_e}{h} + \frac{N}{\sigma_e} = 0,52 \times \frac{28,81}{0,57} - \frac{24,0}{2,2} = 15,37 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 5\emptyset 20 (=15,70 \text{ cm}^2)$$

$$F'_e = k'_e \frac{M_e}{h} \cdot \rho' = 0,25 \times \frac{28,81}{0,57} \times 1,0 = 12,64 \text{ cm}^2 \Rightarrow F'_e = 4\emptyset 20 (=12,56 \text{ cm}^2).$$

Διατομή A

$$\frac{\epsilon\pi\sigma_b}{\epsilon\pi\sigma_e} = \frac{110}{2200}, \quad k_h^* = 7,0$$

$$M = 12,41 \text{ tm}, \quad N = -24,0 \text{ t}$$

$$\gamma = \frac{M}{N \cdot d} = \frac{12,41}{24,0 \times 0,60} = 0,86 > 0,70 \Rightarrow \text{μεγάλη έκκεντρότητα}$$

$$M_e = 12,41 + 24,0 \times 0,27 = 18,89 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{57}{\sqrt{\frac{18,89}{0,30}}} = 7,2 > 7,0$$

278

$$\text{Είναι } k_e = 0,53 \Rightarrow F_e = 0,53 \times \frac{18,89}{0,57} - \frac{24,0}{2,2} = 6,66 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = 3\emptyset 20 (=9,42 \text{ cm}^2)$$

Διατομή m'

$$\frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{110}{2200}$$

$$M = \frac{M_o - M_u}{2} = \frac{24,81 - 12,41}{2} = 6,20 \text{ tm}, N = -24,0 \text{ t}$$

$$\gamma = \frac{M}{N \cdot d} = \frac{6,20}{24,0 \times 0,60} = 0,43 \left| \begin{array}{l} > 0,35 \\ < 0,70 \end{array} \right. \Rightarrow \text{μέση έκκεντρότητα}$$

$$M_e = M - N \cdot y_e = 6,20 + 24,0 \times 0,27 = 12,68 \text{ tm}$$

$$M_e' = M + N \cdot y_e' = 6,20 - 24,0 \times 0,27 = -0,28 \text{ tm}$$

$$\rho = \frac{M_e}{\epsilon \sigma_b \cdot b \cdot h^2} = \frac{12,68}{1100 \times 0,30 \times 0,57^2} = 0,12$$

$$\rho' = \frac{M_e'}{\epsilon \sigma_b \cdot b \cdot h^2} = \frac{-0,28}{1100 \times 0,30 \times 0,57^2} = 0,003$$

$$\frac{h'}{h} = \frac{3}{57} = 0,05 \Rightarrow \mu = \mu' = 0,4\% \Rightarrow$$

$$F_e = F_e' = 0,004 \times 30 \times 57 = 6,84 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = F_e' = 3\emptyset 20 (=9,42 \text{ cm}^2)$$

2. Έλεγχος σέ διάτμηση

Διατομή B₂

$$Q = 24,0 \text{ t}$$

$$Q_{\text{παρ}} = 24,0 - 4,0 \times 0,30 = 22,8 \text{ t}$$

$$\text{'Απ' τον πίνακα 29γ } \Rightarrow Q_{01} = 15,75 \text{ t} < Q = 22,8 < Q_{02} = 39,38 \text{ t}$$

Χρειάζεται λοιπόν όπλισμός διάτμησης.

α) Συνδετήρες

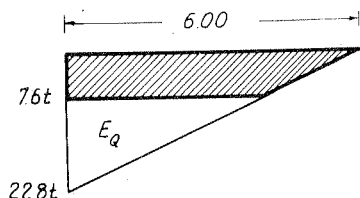
Οι συνδετήρες θά αναλάβουν δύναμη

$$Q_B = \frac{1}{3} \times 22,8 = 7,6 \text{ t}$$

$$\frac{F_{eB}}{e} = \frac{Q_B}{z \cdot \sigma_{eB}} = \frac{7,6}{\frac{7}{8} \times 75 \times 2,2} = 0,0526$$

Απ' τόν πίνακα 30 εκλέγονται συνδετήρες $\emptyset 10/15$

β) Λοξός όπλισμός



$$E_Q = \frac{(Q_{B2} - Q_B)^2}{2 \cdot q} = \frac{(22,8 - 7,6)^2}{2 \times 4,0} =$$

$$= 28,88 \text{ tm}$$

$$F_{eS} = \frac{E_Q}{\sqrt{2} \cdot \frac{7}{8} h \sigma_{eS}} = \frac{28,88}{\sqrt{2} \times \frac{7}{8} \times 0,75 \times 2,2} =$$

$$= 14,14 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_{eS} = 5\emptyset 20 (= 15,70 \text{ cm}^2).$$

Διατομή A-B

$$Q = 6,20 \text{ t} < Q_{01} = 11,97 \text{ t}$$

Άρα δέν χρειάζεται όπλισμός διάτμησης.

Τοποθετούνται συνδετήρες $\emptyset 10/20$.

Παρατηρήσεις

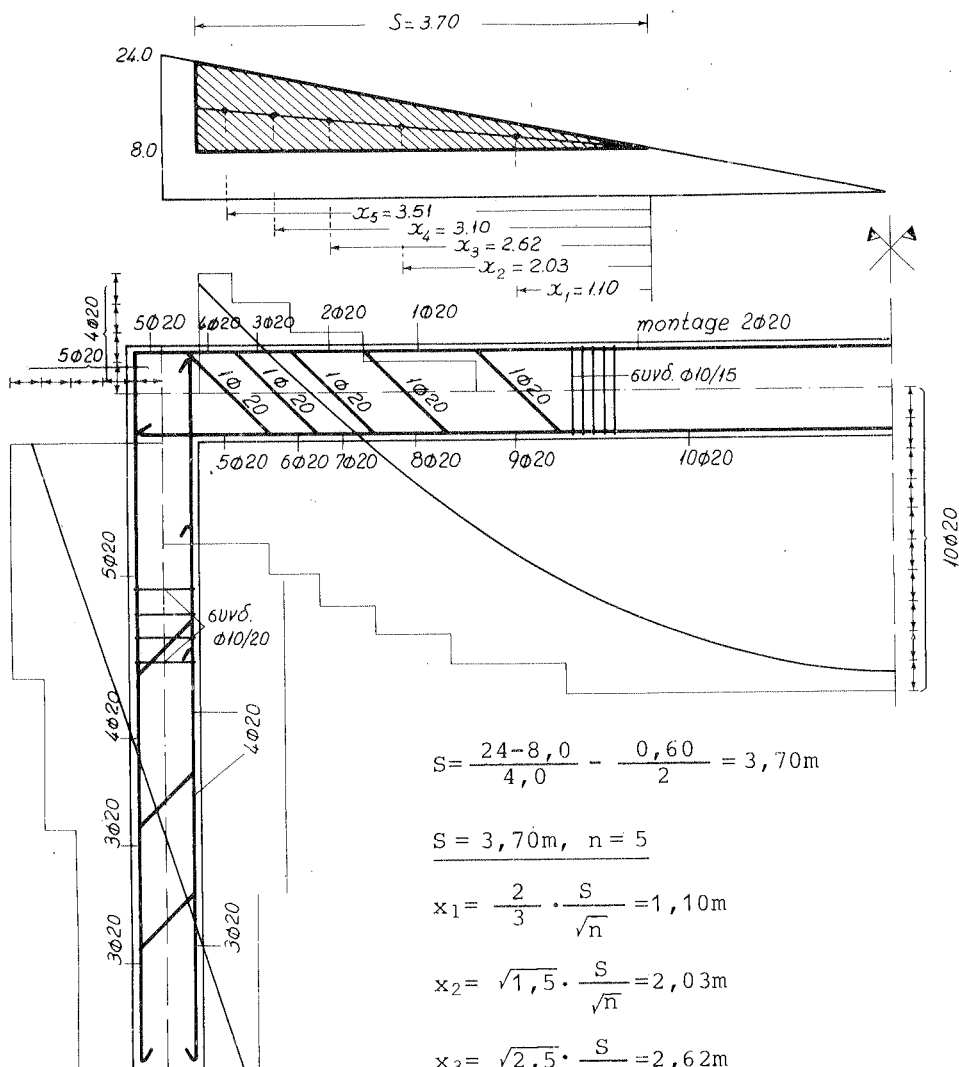
* Τό πλαίσιο αύτής τής περίπτωσης έδωσε ροπή. στηρίξεων σχεδόν μισή από τήν ροπή τού άνοιγματος. Αυτό συνέβη βασικά έπειδή ή ροπή άδρανείας τού ζυγώματος (πλακοδοκός) ήταν πολύ μεγαλύτερη τής ροής άδρανείας τού στύλου (όρθογωνική δοκός) καί άκόμη έπειδή τό ύφος τού ζυγώματος δέν είναι μικρό. Τό πλαίσιο αύτό χαρακτηρίζεται σάν εύκαμπο.

* Γενικά τόσο εύκαμπο είναι ένα πλαίσιο, όσο ή ροπή άδρανείας τού ζυγώματος του είναι μεγαλύτερη σε σχέση μέ τού στύλου καί όσο μεγαλύτερο είναι τό ύφος τού στύλου σε σχέση μέ τό άνοιγμα τού ζυγώματος.

* Σε ένα εύκαμπο πλαίσιο μπορούν νά χρησιμοποιηθούν μικρές διατομές γιατί "τό βάρος πέφτει" στό ζύγμα πού "δουλεύει" σάν πλακοδοκός.

* Αντίθετα σε ένα δύσκαμπο πλαίσιο όπου τό "βάρος πέφτει" στις κεφαλές τών στύλων χρησιμοποιούνται μεγάλες διατομές γιατί σ' έκείνη τήν περιοχή οί διατομές εργάζονται σάν όρθογωνικές.

3. Σχεδίαση όπλισμών



$$S = \frac{24 - 8,0}{4,0} - \frac{0,60}{2} = 3,70\text{m}$$

$$S = 3,70\text{m}, n = 5$$

$$x_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 1,10\text{m}$$

$$x_2 = \sqrt{1,5} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 2,03\text{m}$$

$$x_3 = \sqrt{2,5} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 2,62\text{m}$$

$$x_4 = \sqrt{3,5} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 3,10\text{m}$$

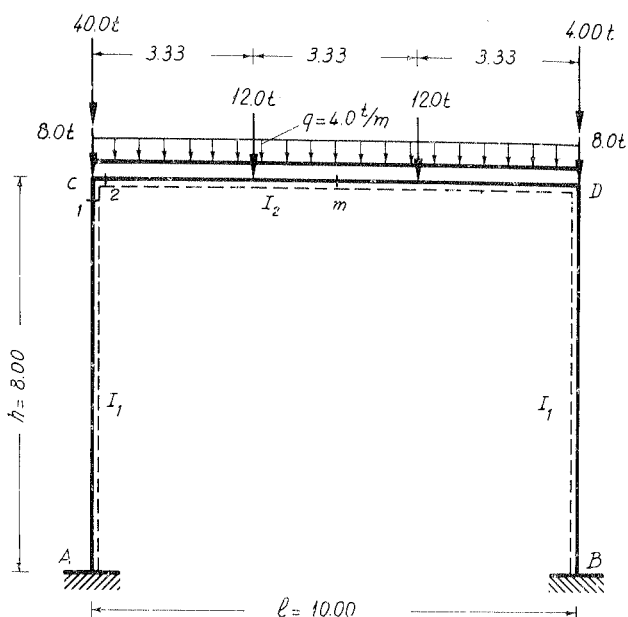
$$x_5 = \sqrt{4,5} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 3,51\text{m}$$

ΑΣΚΗΣΗ 126

Ζητείται σέ στάδιο προμελέτης ή μόρφωση τοῦ παραπλεύρως πλαισίου πού βρίσκεται σέ έντονα σεισμική περιοχή ($\varepsilon = 0,08$).

Στίς κεφαλές τῶν στύλων ἐξασκεῖται φορτίο ἀπό ὑπερκείμενους ὀρόφους $Q = 40,0\text{t}$. Ἡ διατομή τῶν στύλων εἶναι ὀρθογωνική καί ἡ διατομή τοῦ ζυγώματος, πλακοδοκός πάχους πλάκας $d = 0,14\text{ m}$.

Υλικά: B160, St I.

**Λύση****1. Στατική επίλυση**

Λαμβάνεται ἴδιο βάρος $g_{\text{υδ}} = 0,80\text{t/m}$

Τότε $q = 4,0 + 0,80 = 4,80\text{ t/m}$.

Χρησιμοποιοῦνται οἱ ἐπιλύσεις τῶν πλαισίων ἀπό πιν.73, ἀφοῦ θεωρηθῇ $\frac{I_2}{I_1} = 4$, ὁπότε $k = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{h}{l} = 4 \times \frac{8,0}{10} = 3,20$.

1.1. Μόνιμη φόρτιση1.1.1. Ομοιόμορφο φορτίο ($q=4,80 \text{ t/m}$)

$$H = H_A = H_B = \frac{ql^2}{4h(k+2)} = \frac{4,80 \times 10,0^2}{4 \times 8,0(3,20+2)} = 2,88 \text{ t}$$

$$M_A = M_B = H \cdot \frac{h}{3} = 2,88 \times \frac{8,0}{3} = 7,69 \text{ tm}$$

$$M_C = M_D = -\frac{2}{3} H \cdot h = -2 \times 7,69 = -15,38 \text{ tm}$$

$$M_m = M_C + \frac{ql^2}{8} = -15,38 + \frac{4,80 \times 10,0^2}{8} = -15,38 + 60,0 = 44,62 \text{ tm}$$

1.1.2. Συγκεντρωμένα φορτία του ζυγώματος ($2 \times 12,0 \text{ t}$)

$$H = H_A = H_B = \frac{3P \cdot a \cdot b}{h \cdot l(k+2)} = \frac{3 \times 12,0 \times 3,33 \times 6,67}{8,0 \times 10,0 \times (3,20+2)} = 1,92 \text{ t}$$

$$M_A = M_B = H \cdot \frac{h}{3} = 1,92 \times \frac{8,0}{3} = 5,13 \text{ tm}$$

$$M_C = M_D = -\frac{2}{3} H \cdot h = -2 \times 5,13 = -10,25 \text{ tm}$$

$$M_m = M_C + 12,0 \times 5,0 - 12,0 \times \frac{3,33}{2} = -10,25 + 60 - 19,98 = +29,77 \text{ tm}$$

Συνολικά λόγω μόνιμης φόρτισης:

$$M_A = M_B = 7,69 + 5,13 = 12,82 \text{ tm}$$

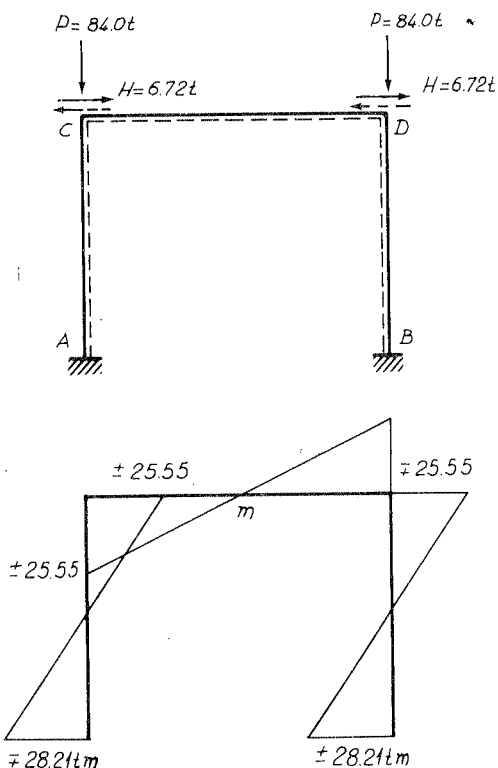
$$M_C = M_D = -15,38 - 10,25 = -25,63 \text{ tm}$$

$$M_m = 44,62 + 29,77 = 74,39 \text{ tm}$$

1.2. Κινητή φόρτιση (λόγω σεισμού)

Σε κάθε στύλο εξασκεΐται κατακόρυφο φορτίο

$$P = 4,00 + (4,80 \times \frac{10,0}{2} + 12,0 + 8,0) = 8,40 \text{ t}$$



Βάσει του κανονισμού:
 "Σε σημεία όπου υπάρχουν συγκεντρωμένες μάζες, κατά τόν σεισμό, έξασκοϋνται όριζοντιες δυνάμεις $H = \epsilon \cdot P$ ".

Στήν συγκεκριμένη περίπτωση:

$$H = 0,08 \times 84,0 = 6,72t$$

$$W = 2H = 2 \times 6,72 = 13,44t.$$

$$\begin{aligned} M_A = -M_B &= \pm \frac{Wh}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1} = \\ &= \pm \frac{13,44 \times 8,0}{2} \cdot \frac{3 \times 3,20+1}{6 \times 3,20+1} = \\ &= \pm 28,21tm \end{aligned}$$

$$M_C = -M_D = \pm \frac{Wh}{2} \cdot \frac{3k}{6k+1} = \pm \frac{13,44 \times 8,0}{2} \cdot \frac{3 \times 3,20}{6 \times 3,20+1} = \pm 25,55tm$$

$$M_m = 0.$$

(Τό $\pm$ ισχύει έπειδή ό σεισμός είναι δυνατό να παρουσιασθί και προς τίς δύο διευθύνσεις).

1.3. Όριακή ένταση (Έπαλληλία δυσμενών φορτίσεων)

Γιά τόν καθόρισμό τών διατομών βασικά ένδιαφέρει ή μέγιστη ροπή (άρνητική) τής στήριξης C, μιά και ή ροπή τοϋ άνοιγματος έξασκεΐται σέ πλακοδοκό και δέν υπάρχει ιδιαίτερο πρόβλημα άντοχής (φυσικά υπάρχει πρόβλημα οίκονομίας).

$$\text{Είναι } \max |M_C| = 25,63 + 25,55 = 51,18 tm$$

Επειδή η ποιότητα του χάλυβα είναι χαμηλή (St I) και οι ροπές μεγάλες, προβλέπεται ότι θα χρειασθούν πολλές ράβδοι, γι' αυτό και λαμβάνεται πάχος κορμών $b_0 = 0,40 \text{ m}$.

2. Αναγκαίες διατομές

$$\text{Στυλός AC} \quad 40/80 \quad \left(\frac{\varepsilon_{\text{πο}_D}}{\varepsilon_{\text{πο}_e}} = \frac{70}{1400} \right)$$

$$M = 51,18 \text{ tm}, \quad N = -84,0 \text{ t} \quad (\text{μεγάλη έκκεντρότητα})$$

$$M_{\pi\alpha\rho} \cong 0,9 \times 51,18 = 46,06 \text{ tm}$$

$$M_e = M - N \cdot y_e = 46,06 + 84,0 \times 0,35 = 75,46 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{75}{\sqrt{\frac{75,46}{0,40}}} = 5,5 > 5,0 = \varepsilon_{\text{πκ}_h}$$



$$\text{Ζύγωμα CD} \quad 40/100$$

$$M = 51,18 \text{ tm}, \quad N \cong 0.$$

$$M' \cong 0,9 \times 51,18 = 46,06 \text{ tm}$$

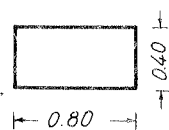
$$k_h = \frac{95}{\sqrt{\frac{46,06}{0,40}}} = 8,9 \cong k_h^*$$



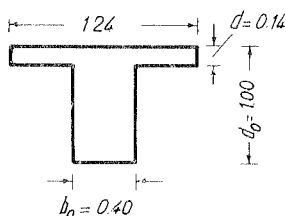
Η διατομή 40/100 λήφθηκε όχι για την άντοχή αλλά για να προκύψει οίκονομικός όπλισμός στο ζύγωμα.

3. Έλεγχος

Στυλός



Ζύγωμα



$$I_1 = \frac{0,40 \times 0,80^3}{12} = 0,0171 \text{ m}^4$$

$$b = 0,40 + 6 \times 0,14 = 1,24 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d_0} &= \frac{0,14}{1,00} = 0,14 \\ \frac{b_0}{b} &= \frac{0,40}{1,24} = 0,32 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu = 0,0402$$

$$\text{και } I_2 = 0,0402 \times 1,24 \times 1,00^3 = 0,0498 \text{ m}^4.$$

* Άρα $\frac{I_2}{I_1} = \frac{0,0498}{0,0171} = 2,91$. Με την τιμή αυτή οι διαφορές στην στατική επίλυση είναι μικρές και δεν επηρεάζουν την προεκτίμηση.

Παρατηρήσεις

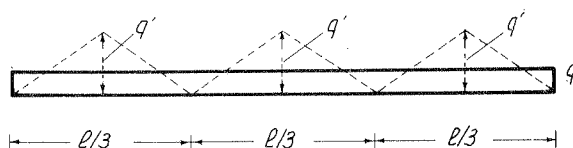
* Γενικά σε προεκτιμήσεις δεν λαμβάνεται υπ' όψη η σεισμική επιβάρυνση. Έδω λήφθηκε έπειδή:

α) Είναι μεγάλος ο σεισμικός συντελεστής.

β) Υπάρχει μεγάλο συγκεντρωμένο φορτίο στους στύλους που δίνει μεγάλη οριζόντια δύναμη.

γ) Το ύψος του πλαισίου είναι σημαντικό.

* Το "όμοιόμορφο" φορτίο των ζυγωμάτων στην πραγματικότητα είναι "ομοιομορφισμένο" φορτίο από τριγωνικές ή τραπεζοειδείς φορτίσεις λόγω αντίδρασης πλακών.



$$\text{Όλικό φορτίο} = 3 \times \frac{1}{2} q' \cdot \frac{l}{3} = \frac{q' l}{2}$$

$$\text{Όμοιομορφισμένο φορτίο: } q = \frac{\frac{q' l}{2}}{l} = \frac{q'}{2}$$

* Στην οριστική μελέτη του πλαισίου θα ληφθούν υπ' όψη τα μόνιμα και κινητά φορτία του ζυγώματος για να κατασκευασθῇ ή περιβάλλουσα των ροπών κάμψης.

* Καλό είναι στην προμελέτη να λαμβάνεται από την αρχή ένα ίδιο βάρος της τάξης των 0,80 t/m και να αντικαθίσταται με το πραγματικό στην οριστική μελέτη.

ΑΣΚΗΣΗ 127

Ζητείται ο υπολογισμός των αναγκαίων όπλισμών του τρι-
στυλου πλαισίου του σχήματος που φέρει φορτία ομοιόμορφα:

$$g = 1,80 \text{ t/m}$$

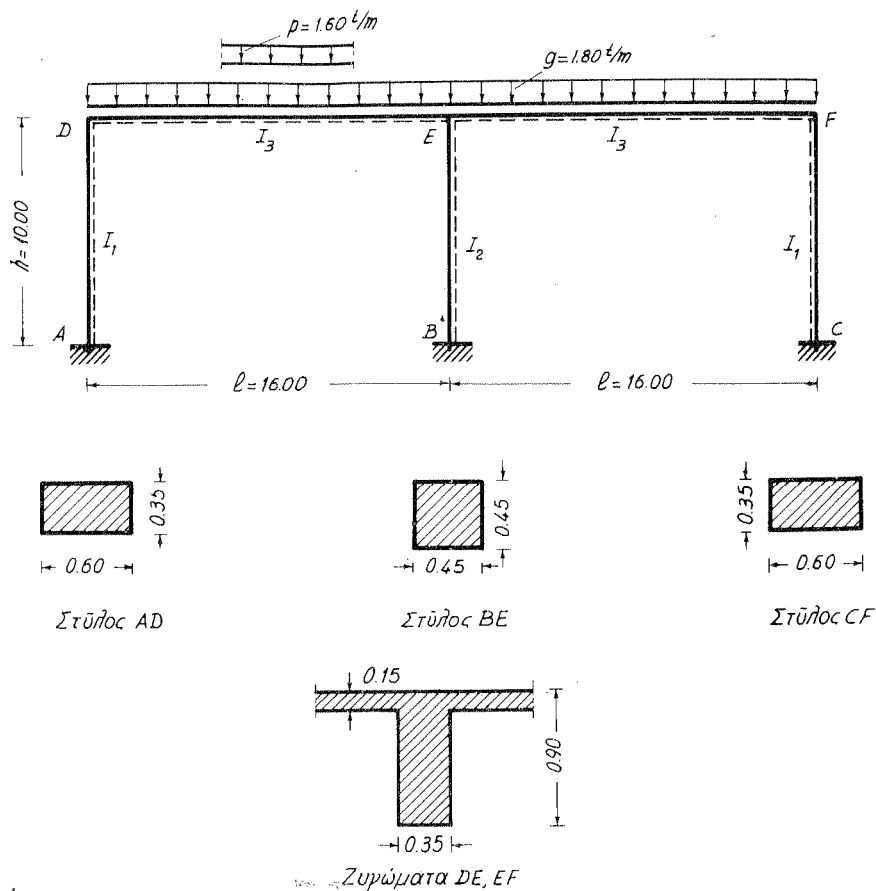
$$p = 1,60 \text{ t/m}$$

$$\text{Σεισμικός συντελεστής } \epsilon = 0,04$$

Θερμοκρασιακές μεταβολές από -20°C έως $+20^{\circ}\text{C}$.

Λόγω συστολής πήξης -15°C

Υλικά: B300, St III_R.



Λύση

1. Στατική επίλυση

Τό πλαισιο αυτό δέν υπάρχει σέ πίνακες, γι'αυτό ή έπ

λυση θα γίνει με την μέθοδο CROSS.

1.1. Γεωμετρικά στοιχεία

Υποστυλώματα DA, FC

$$I_1 = 0,35 \times \frac{0,60^3}{12} = 0,0063 \text{m}^4 = I_c$$

Υποστυλώμα EB

$$I_2 = 0,45 \times \frac{0,45^3}{12} = 0,0034 \text{m}^4 = 0,54 I_c$$

Ζυγώματα DE, EF

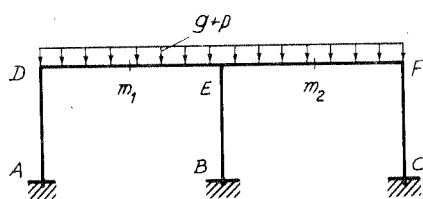
$$b = b_o + 6d = 0,35 + 6 \times 0,15 = 1,25 \text{m}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d_o} &= \frac{0,15}{0,90} = 0,167 \\ \frac{b_o}{b} &= \frac{0,35}{1,25} = 0,28 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu = 0,0381$$

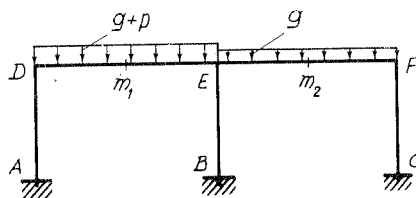
$$I_3 = 0,0381 \times 1,25 \times 0,90^3 = 0,0347 \text{m}^4 = 5,51 I_c$$

1.2. Δυσμενείς φορτίσεις

Επειδή το κινητό φορτίο είναι σημαντικό πρέπει να γίνουν δυσμενείς φορτίσεις για την εύρεση των οριακών εντάσεων μεγεθών.



$\min M_E$

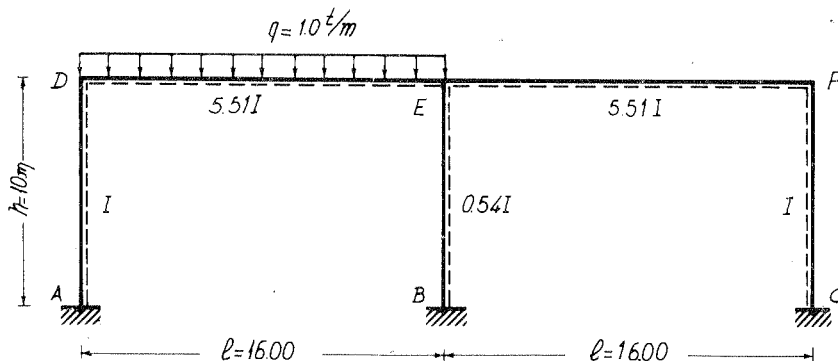


$\min M_D, \max M_{m_1}, \min M_{m_2}$

Επειδή ο φορέας είναι συμμετρικός, χρησιμοποιείται βοηθητική επίλυση με φόρτιση $q = 1,0 \text{t/m}$ μόνο στο ένα ζεύγωμα.

Ἡ φόρτιση αὐτή εἶναι ἀσύμμετρη, ἐπομένως θὰ προκύψῃ καί μία μετατόπιση δ τοῦ φορέα.

Γι' αὐτό ἡ ἐπίλυση γίνεται μέ τόν παρακάτω τρόπο:



Δεῖκτες ἀκαμψίας καί συντελεστές κατανομῆς

Κόμβος D

$$k_{DA} = \frac{4I}{4Ih} = \frac{1}{10} = 0,100 \quad u_{DA} = 0,225$$

$$k_{DE} = \frac{4 \times 5,51I}{4I \cdot 16} = \frac{5,51}{16,0} = 0,344 \quad u_{DE} = 0,775$$

$$\begin{array}{r} 0,444 \\ 1,000 \end{array}$$

Κόμβος E

$$k_{ED} = k_{DE} = 0,344 \quad u_{ED} = 0,464$$

$$k_{EF} = k_{ED} = 0,344 \quad u_{EF} = 0,464$$

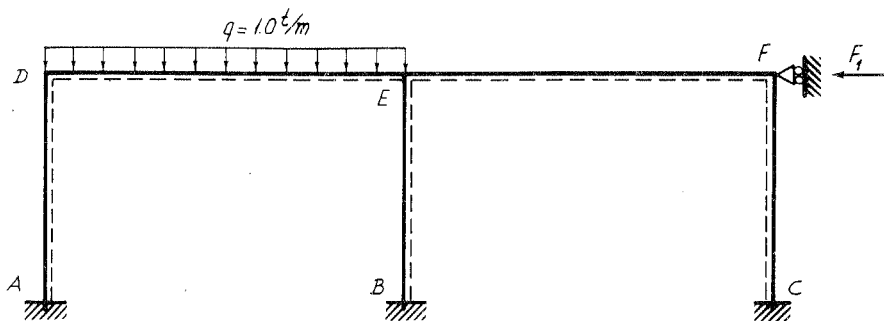
$$k_{EB} = \frac{4 \times 0,54I}{4I \cdot 10} = 0,054 \quad u_{EB} = 0,072$$

$$\begin{array}{r} 0,742 \\ 1,000 \end{array}$$

1.2.1. Φόρτιση $q = 1,0 \text{ t/m}$ μέ υπόθεση κύλισης στό F

Τώρα ὁ φορέας εἶναι ἀμετατόπιστος. Ἄρα ὑπάρχουν μόνο στροφές τῶν κόμβων.

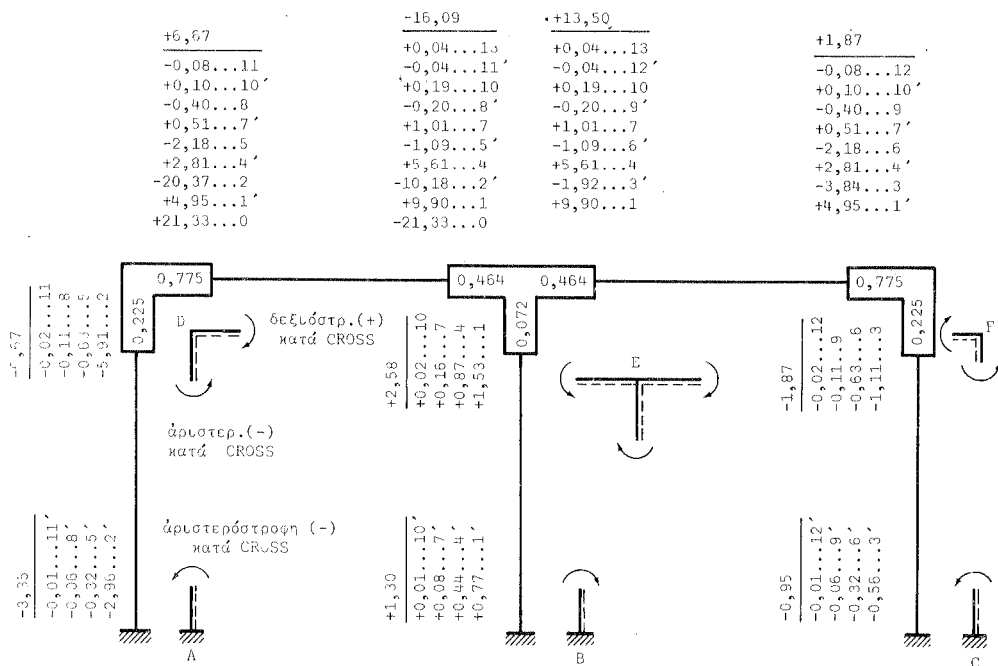
Γίνεται ἐπίλυση κατὰ CROSS

Φόρτιση Φ_1 

Θεμελιώδεις ροπές

$$M_{DE} = M_{ED} = -1,00 \times \frac{16,0^2}{12} = -21,33 \text{ tm}$$

Επίλυση κατά CROSS

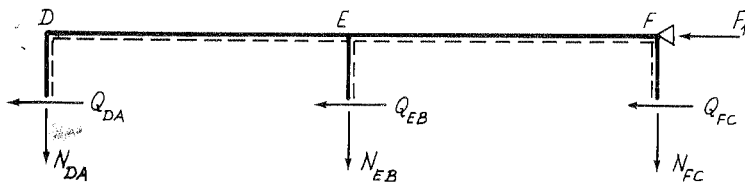


Πραγματικές ροπές

$$M_{AD} = +3,35\text{tm}, M_{DA} = -6,67\text{tm} = M_{DE}, M_{ED} = -16,09\text{tm}, M_{EF} = -13,50\text{tm},$$

$$M_{EB} = +2,58\text{tm}, M_{BE} = -1,30\text{tm}, M_{FE} = +1,87\text{tm} = M_{FC}, M_{CF} = -0,95\text{tm}$$

Υπολογισμός αντίδρασης F_1



$$F_1 + Q_{AD} + Q_{EB} + Q_{FC} = 0 \quad (1)$$

$$Q_{DA} = \frac{M_{DA} - M_{AD}}{h} = \frac{-6,67 - 3,35}{10,0} = -1,002\text{t}$$

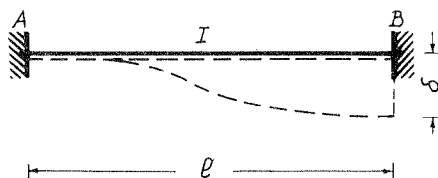
$$Q_{EB} = \frac{M_{EB} - M_{BE}}{h} = \frac{2,58 + 1,30}{10,0} = +0,388\text{t}$$

$$Q_{FC} = \frac{M_{CF} - M_{FC}}{h} = \frac{-0,95 - 1,87}{10,0} = -0,282\text{t}$$

$$\text{'Απ' τήν (1)} \Rightarrow F_1 - 1,002 + 0,388 - 0,282 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = 0,896\text{t}$$

1.2.2. Ένταση λόγω μετατόπισης κατά δ



Σε άμφίπακτη ράβδο μετακινούμενη κατά δ στο B είναι:

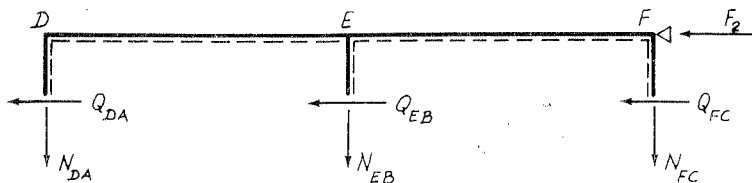
$$M_{BA} = -M_{AB} = \frac{6EI}{l^2} \cdot \delta$$

Πραγματικές ροπές

$$M_{AD} = -88,08, \quad M_{DA} = 76,16 = M_{DE}, \quad M_{ED} = -28,18, \quad M_{EF} = 28,18,$$

$$M_{EB} = 56,18, \quad M_{BE} = -55,18, \quad M_{FE} = -76,18 = M_{FC}, \quad M_{CF} = 88,08.$$

Υπολογισμός αντίδρασης F_2



$$F_2 + Q_{DA} + Q_{EB} + Q_{FC} = 0 \quad (2)$$

$$\text{όπου } Q_{DA} = \frac{M_{DA} - M_{AD}}{h} = \frac{76,16 + 88,08}{10,0} = 16,418$$

$$Q_{EB} = \frac{M_{EB} - M_{BE}}{h} = \frac{56,1 + 55,1}{10,0} = 11,128$$

$$Q_{FC} = \frac{M_{CF} - M_{FC}}{h} = \frac{88,08 + 76,18}{10,0} = 16,418$$

Άρα ή (2) γίνεται

$$F_2 + 16,418 + 11,128 + 16,418 = 0 \Rightarrow F_2 = -43,948$$

Επειδή στην ουσία δεν υπάρχει στήριξη, πρέπει:

$$F_1 + F_2 = 0 \Rightarrow 0,896 - 43,948 = 0 \Rightarrow \delta = 0,02039$$

Η συνολική ροπή σε κάθε σημείο είναι:

$$M_i = M_i^1 + M_i^2 \cdot 0,02039$$

Άρα

$$M_A = +3,35 - 88,0 \times 0,02039 = 1,56 \text{ tm}$$

$$M_D = -6,67 + 76,1 \times 0,02039 = -5,12 \text{ tm}$$

$$M_{ED} = -16,09 - 28,1 \times 0,02039 = -16,66 \text{ tm}$$

$$M_{EF} = -13,50 + 28,1 \times 0,02039 = -12,93 \text{ tm}$$

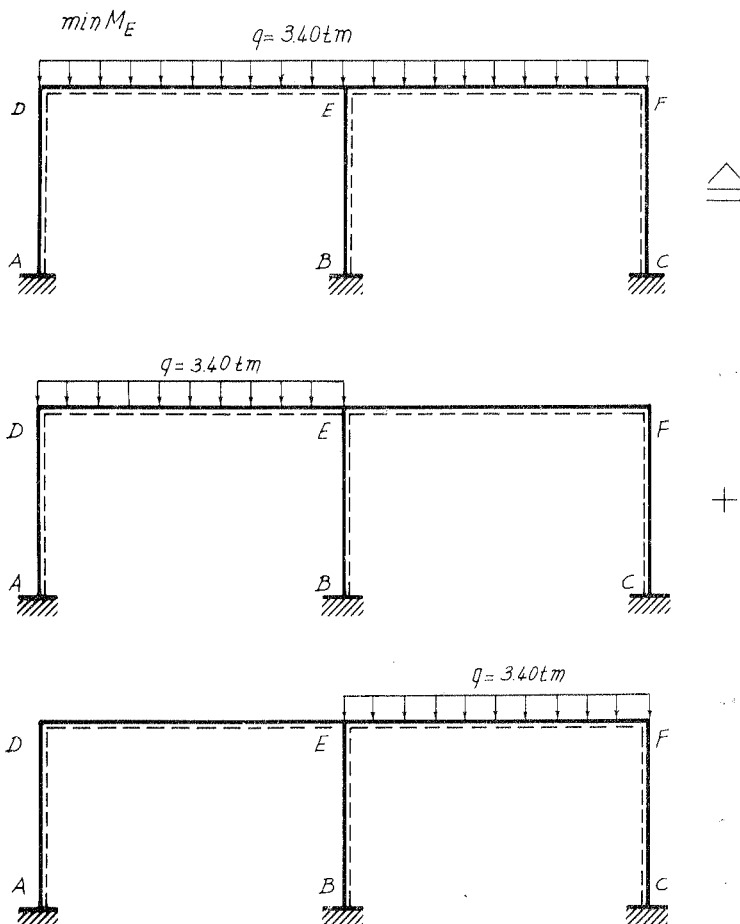
$$M_{EB} = +2,58 + 56,1 \times 0,02039 = 3,72 \text{ tm}$$

$$M_B = -1,30 - 55,1 \times 0,02039 = -2,42 \text{ tm}$$

$$M_F = +1,87 - 76,1 \times 0,02039 = 0,32 \text{ tm}$$

$$M_C = -0,95 + 88,0 \times 0,02039 = 0,84 \text{ tm}$$

1.2.3. Ὑπολογισμός ὁριακῶν ἐντατικῶν μεγεθῶν



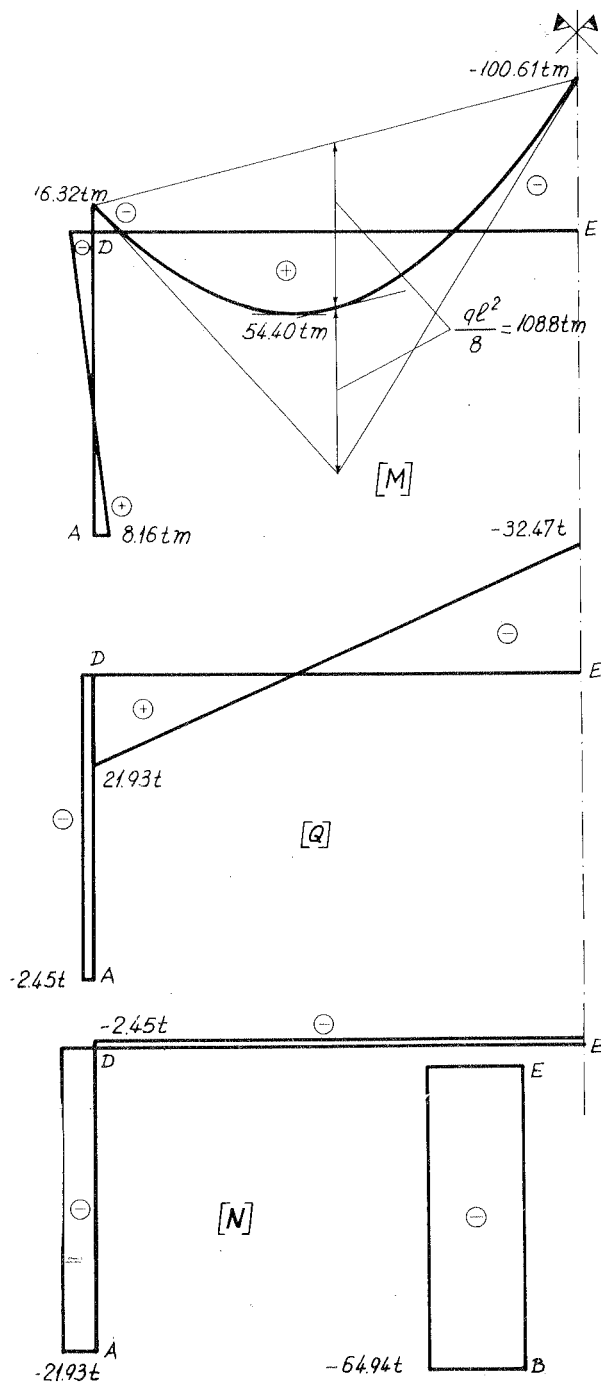
$$M_A = 1,56 \times 3,40 + 0,84 \times 3,40 = 2,40 \times 3,40 = 8,16 \text{ tm} = M_C$$

$$M_D = -5,12 \times 3,40 + 0,32 \times 3,40 = -4,80 \times 3,40 = -16,32 \text{ tm} = M_F$$

$$M_E = -16,66 \times 3,40 - 12,93 \times 3,40 = -29,59 \times 3,40 = -100,61 \text{ tm}$$

$$M_B = -2,42 + 2,42 = 0$$

Διαγράμματα



$$\max M_{DE} = -16,32 + \frac{21,93^2}{2 \times 3,40} =$$

$$= 54,40 \text{ tm}$$

$$Q_A = \frac{M_D - M_A}{h} = \frac{-16,32 - 8,16}{10,0} =$$

$$= -2,45 \text{ t}$$

$$Q_{DA} = -\frac{M_A - M_D}{h} = -\frac{8,16 + 16,32}{10,0} =$$

$$= -2,45 \text{ t}$$

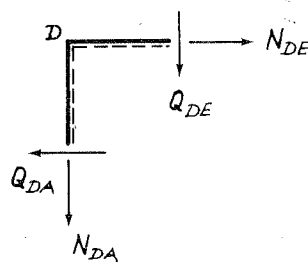
$$Q_{DE} = \frac{q\ell}{2} + \frac{M_E - M_D}{1} =$$

$$= \frac{3,40 \times 16,0}{2} + \frac{-100,61 + 16,32}{16,0}$$

$$= 27,20 - 5,27 = 21,93 \text{ t}$$

$$Q_{ED} = -\frac{q\ell}{2} + \frac{M_E - M_D}{1} =$$

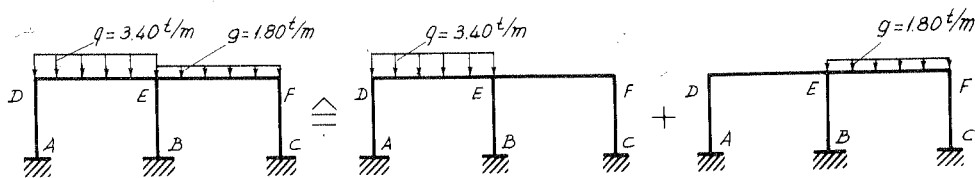
$$= -27,20 - 5,27 = -32,47 \text{ t}$$



$$N_{DA} + Q_{DE} = 0 \Rightarrow N_{DA} = -21,93 \text{ t}$$

$$N_{DE} - Q_{DA} = 0 \Rightarrow N_{DE} = -2,45 \text{ t}$$

$$\min M_D, \max M_{m_1}, \min M_{m_2}$$



$$M_A = 1,56 \times 3,40 + 0,84 \times 1,80 = 6,82 \text{ tm}$$

$$M_D = -5,12 \times 3,40 + 0,32 \times 1,80 = -16,83 \text{ tm}$$

$$M_{ED} = -16,66 \times 3,40 - 12,93 \times 1,80 = -79,92 \text{ tm}$$

$$M_{EF} = -12,93 \times 3,40 - 16,66 \times 1,80 = -73,95 \text{ tm}$$

$$M_{EB} = 3,72 \times 3,40 - 3,72 \times 1,80 = 5,95 \text{ tm}$$

$$M_B = -2,42 \times 3,40 + 2,42 \times 1,80 = -3,87 \text{ tm}$$

$$M_F = 0,32 \times 3,40 - 5,12 \times 1,80 = -8,13 \text{ tm}$$

$$M_C = 0,84 \times 3,40 + 1,56 \times 1,80 = 5,66 \text{ tm}$$

Διαγράμματα

$$Q_{AD} = \frac{-16,83 - 6,82}{10,0} = -2,37 \text{ t}$$

$$Q_{DE} = \frac{3,40 \times 16,0}{2} + \frac{-79,92 + 16,83}{16,0} = 27,20 - 3,94 = 23,26 \text{ t}$$

$$Q_{ED} = - \quad " \quad + \quad " \quad = -27,20 - 3,94 = -31,14 \text{ t}$$

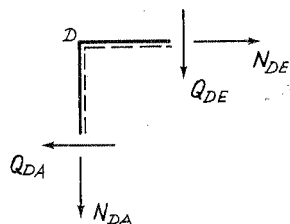
$$Q_{EF} = \frac{1,80 \times 16,0}{2} + \frac{-8,13 + 73,95}{16,0} = 14,4 + 4,11 = 18,51 \text{ t}$$

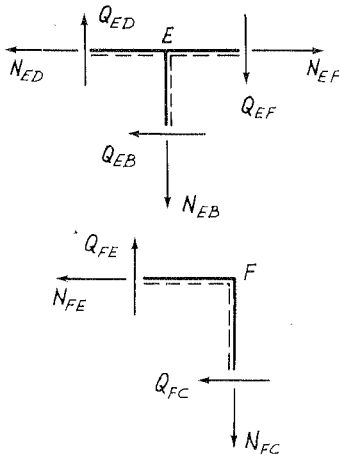
$$Q_{FE} = - \quad " \quad + \quad " \quad = -14,4 + 4,11 = -10,29 \text{ t}$$

$$Q_{BE} = \frac{5,95 + 3,87}{10,0} = 0,98 \text{ t} = Q_{EB}$$

$$Q_{CF} = \frac{5,66 + 8,13}{10,0} = 1,38 \text{ t} = Q_{FC}$$

$$N_{DA} = -Q_{DE} = -23,26 \text{ t}, N_{DE} = Q_{DA} = -2,37 \text{ t}$$



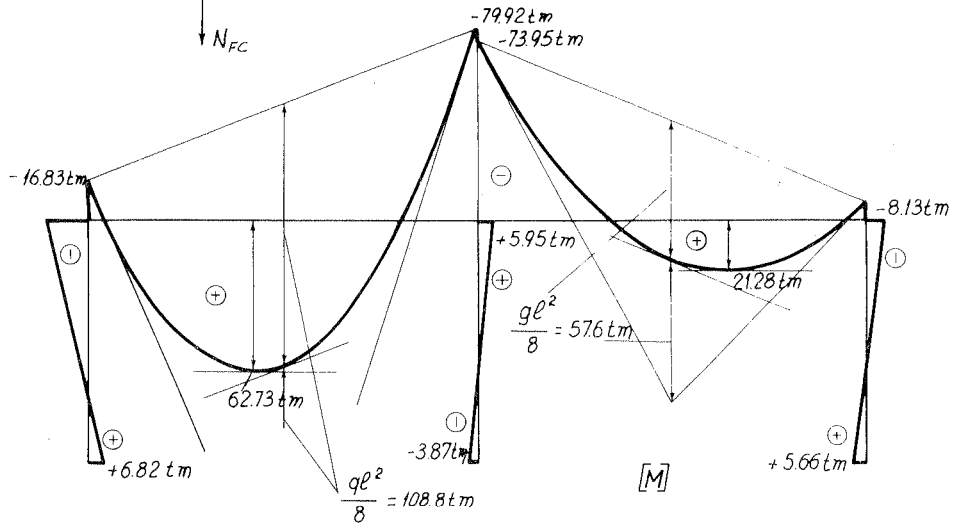


$$N_{EF} = N_{ED} + Q_{EB} = N_{DE} + Q_{EB} = -2,37 + 0,98 = -1,39t$$

$$N_{EB} - Q_{ED} + Q_{EF} = 0 \Rightarrow N_{EB} = Q_{ED} - Q_{EF} = -31,14 -$$

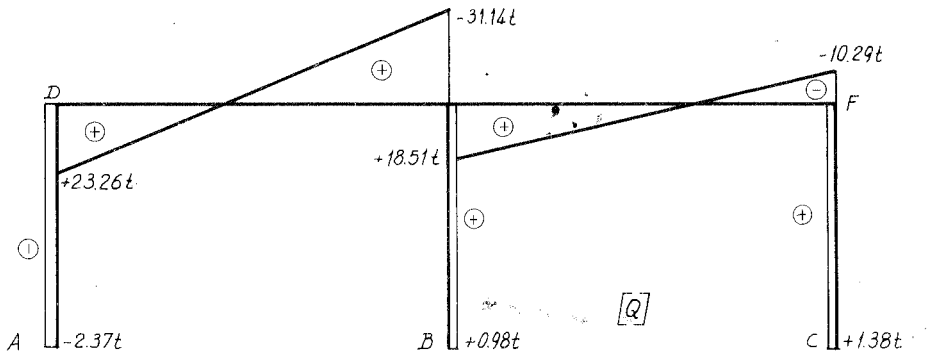
$$-18,51 = -49,65t$$

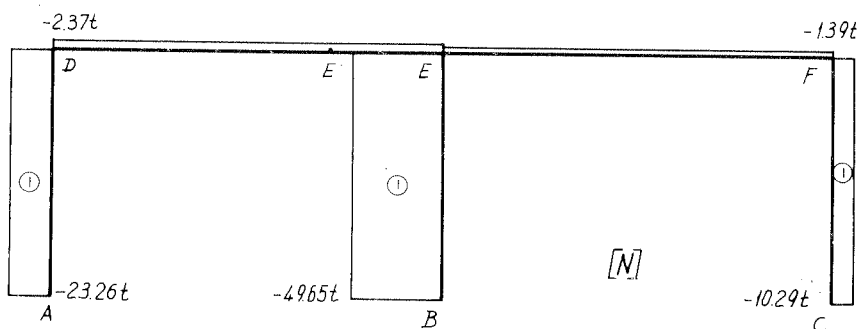
$$N_{FC} = Q_{FE} = -10,29t$$



$$\max M m_1 = -16.83 + \frac{23.26^2}{2 \times 3.40} = 62.73tm$$

$$\min M m_2 = -8.13 + \frac{10.29^2}{2 \times 1.80} = 21.28tm$$





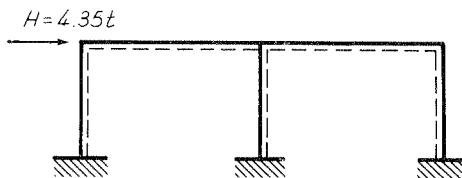
1.3: Ένταση λόγω σεισμού

Η δυσμενέστερη έντατική κατάσταση προκύπτει όταν φορτίζεται όλο το πλαίσιο με $g+p$.

Τό συνολικό κατακόρυφο φορτίο είναι:

$$P = 3,40 \times 16,0 \times 2 = 108,8t$$

$$\text{Άρα } H = \pm \epsilon P = \pm 0,04 \times 108,8 = \pm 4,35t$$



Η επίλυση γίνεται όπως και προηγούμενα (CROSS).

Από την φόρτιση Φ_1 προκύπτει $F_1 = H$, ενώ από την φόρτιση Φ_2 έχει προκύψει $F_2 = -43,94\delta$.

$$\text{Άρα } F_1 + F_2 = 0 \Rightarrow 4,35 - 43,94\delta = 0 \Rightarrow \delta = 0,099$$

Επομένως

$$M_A = -88,0 \times 0,099 = -8,71tm$$

$$M_D = +76,1 \times 0,099 = +7,53tm$$

$$M_{ED} = -28,1 \times 0,099 = -2,78tm$$

$$M_{EF} = +28,1 \times 0,099 = +2,78tm$$

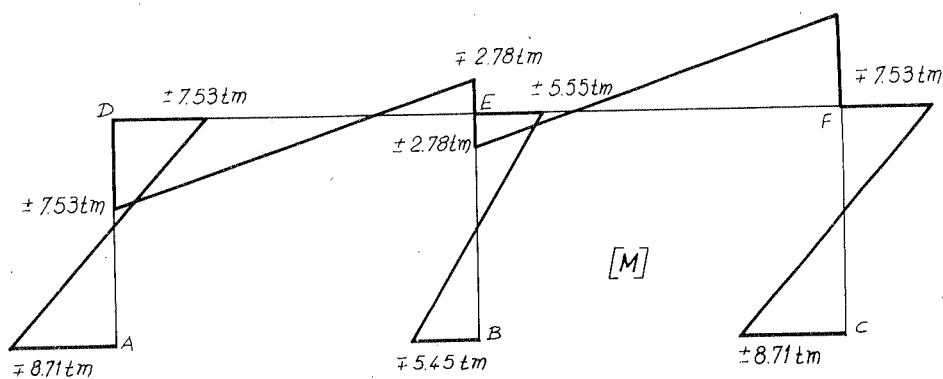
$$M_{EB} = +56,1 \times 0,099 = +5,55 \text{ tm}$$

$$M_{BE} = -55,1 \times 0,099 = -5,45 \text{ tm}$$

$$M_F = -76,1 \times 0,099 = -7,53 \text{ tm}$$

$$M_C = +88,0 \times 0,099 = +8,71 \text{ tm}$$

Διαγράμματα



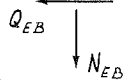
$$Q_{AD} = \frac{7,53 + 8,71}{10,0} = 1,62 \text{ t}$$

$$Q_{DE} = \frac{-2,78 - 7,53}{16,0} = -0,64 \text{ t} = Q_{ED}$$

$$Q_{EF} = \frac{-7,53 - 2,78}{16,0} = -0,64 \text{ t} = Q_{FE}$$

$$Q_{BE} = \frac{5,55 + 5,45}{10,0} = 1,10 \text{ t} = Q_{EB}$$

$$Q_{CF} = \frac{8,71 + 7,53}{10,0} = 1,62 \text{ t}$$



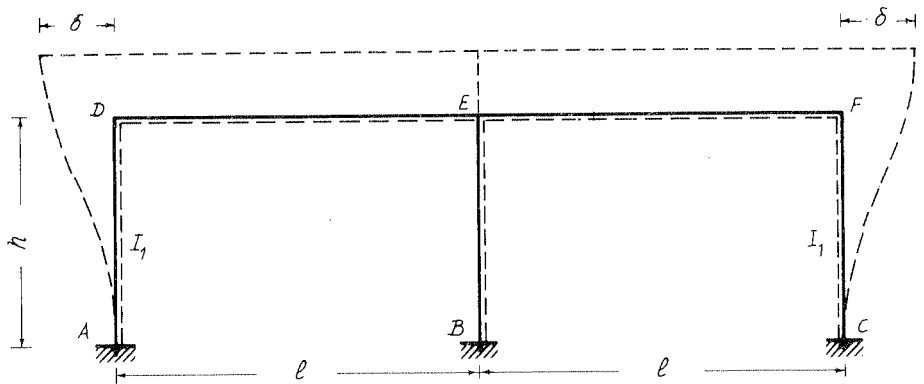
$$N_{EB} = Q_{ED} - Q_{EF} = -0,64 + 0,64 = 0$$



1.4. Ένταση λόγω μεταβολής θερμοκρασίας και λόγω συστολής πύξης

Για μεταβολή της θερμοκρασίας κατά 1°C , το μήκος του ζυγώματος μεταβάλλεται κατά $\delta = \alpha_{\tau} \cdot 1^{\circ}\text{C} \cdot l$ (σέ κάθε άκρο).

Η φόρτιση είναι συμμετρική (όπως και ο φορέας) ως προς το σημείο E που μένει άστρεπτο.



Θερμολιώδεις ροπές

$$M_{AD} = -M_{DA} = \frac{6EJ_1}{h^2} \cdot \delta \quad \text{όπου} \quad E = 2,1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 = 2,1 \times 10^6 \text{ t/m}^2$$

$$I_1 = 0,0063 \text{ m}^4$$

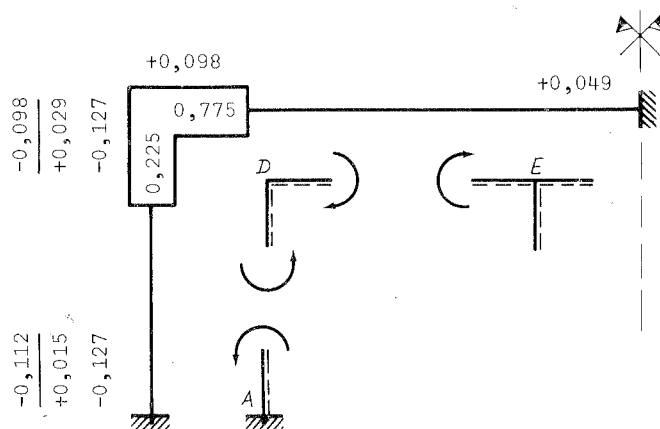
$$\alpha_{\tau} = 10^{-5} / ^{\circ}\text{C}$$

$$l = 16,0 \text{ m}$$

$$h = 10,0 \text{ m}$$

$$\text{"Αρα} \quad M_{AD} = -M_{DA} = \frac{6 \times 2,1 \times 10^6 \times 0,0063}{10,0^2} \times 10^{-5} \times 16,0 = 0,127 \text{ tm}$$

Έπίλυση κατά CROSS



Πραγματικές ροπές

$$M_A = +0,112 \text{ tm}/^{\circ}\text{C}$$

$$M_D = -0,098 \text{ tm}/^{\circ}\text{C}$$

$$M_{ED} = +0,049 \text{ tm}/^{\circ}\text{C}$$

Γιά θερμοκρασία $T_o = -20^{\circ} - 15^{\circ} = -35^{\circ}\text{C}$ (μέ την συστολή πή-
ξης):

$$M_A = +0,112 \times (-35) = -3,92 \text{ tm} = M_C$$

$$M_D = -0,098 \times (-35) = +3,43 \text{ tm} = M_F$$

$$M_{ED} = +0,049 \times (-35) = -1,72 \text{ tm} = M_{EF}$$

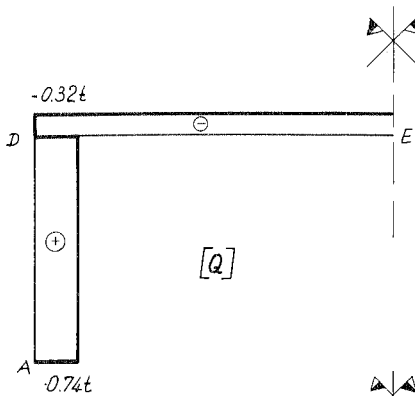
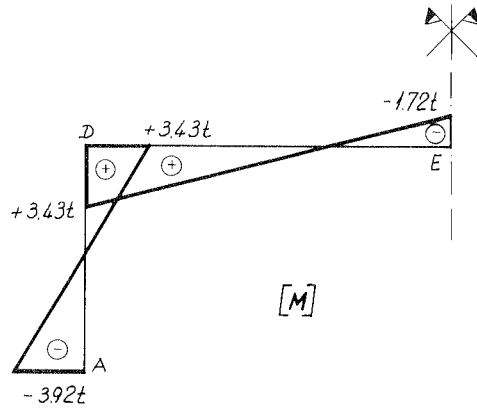
Γιά θερμοκρασία $T_o = +20^{\circ}\text{C}$:

$$M_A = 0,112 \times 20 = 2,24 \text{ tm} = M_C$$

$$M_D = -0,098 \times 20 = -1,96 \text{ tm} = M_F$$

$$M_{ED} = 0,049 \times 20 = 0,98 \text{ tm} = M_{EF}$$

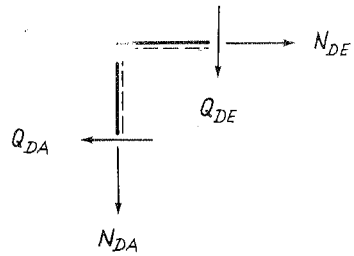
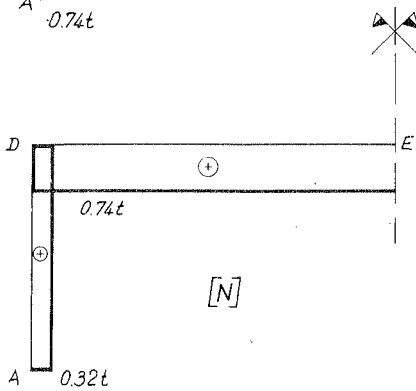
Διαγράμματα (για $T_0 = -35^\circ\text{C}$)



$$Q_{AD} = Q_{DA} = \frac{3.43 + 3.92}{10.0} = 0.74t$$

$$Q_{DE} = Q_{ED} = \frac{-1.72 - 3.43}{16.0} = -0.32t$$

$$Q_{EB} = 0$$

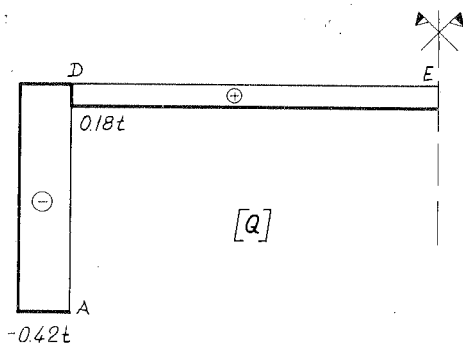
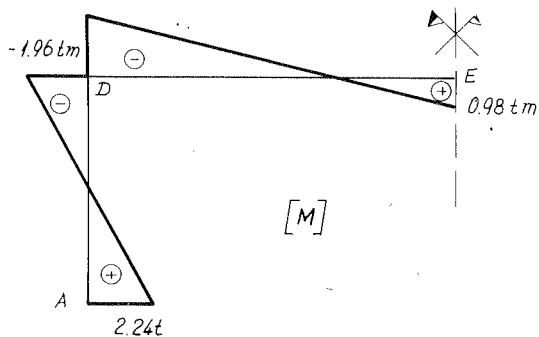


$$N_{DE} = Q_{DA} = 0.74t$$

$$N_{DA} = -Q_{DE} = 0.32t$$

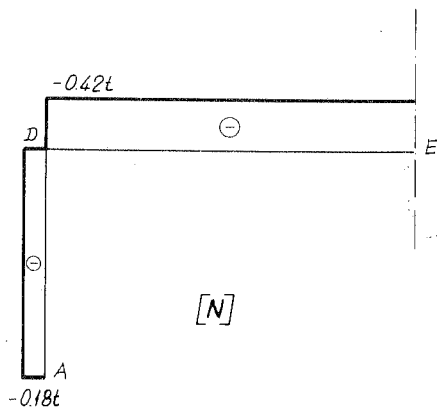
$$N_{EB} = 0$$

Διαγράμματα (γιά $T_0 = +20^\circ\text{C}$).



$$Q_{AD} = Q_{DA} = \frac{-1,96 - 2,24}{10,0} = -0,42t$$

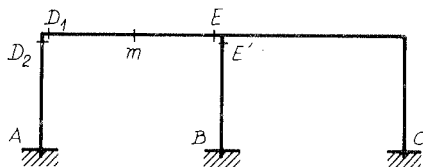
$$Q_{DE} = Q_{ED} = \frac{0,98 + 1,96}{16,0} = 0,18t$$



$$N_{DE} = Q_{DA} = -0,42t$$

$$N_{DA} = -Q_{DE} = -0,18t$$

1.5: Επαλληλία φορτίσεων



Διατομή	$\min M_q$	$\max M_q$	Σεισμός	Μεταβ. θερμ. +20°C	Μεταβ. θερμ. -35°C	$Q, 8\min M_q + H + T$	$Q, 8\max M_q + H + T$	$\min M_{q+T}$	$\max M_{q+T}$	Ροπές υπολογισμού
A	5,66	8,16	$\pm 8,71$	2,24	-3,92	-5,58	+15,29	1,74	+10,40	15,29
B	-3,87	0	$\pm 5,45$	0	0	-7,46	4,36	-3,87	0	-7,46
D	-16,83	-8,13	$\pm 7,53$	-1,96	3,43	-21,06	2,26	-18,79	-4,70	-21,06
E	-100,61	-73,95	$\pm 2,78$	0,98	-1,72	-84,09	-56,16	-102,33	-72,37	-102,33
E'	0	5,95	$\pm 5,55$	0	0	-4,44	9,20	0	5,95	9,20
m	21,28	62,73	$\pm 2,38$	-0,49	0,86	14,73	52,78	20,79	63,59	63,59

Διατομή	Q_q	Q'_q	Σεισμός	Μεταβ. θερμ. +20°C	Μεταβ. θερμ. -35°C	Σύγχρονα με τις M εμφανιζόμενες τέμνουσες δυν.
A	-1,38	-2,45	$\pm 1,62$	-0,42	0,74	-4,49
B	0,98	0	$\pm 1,10$	0	0	2,08
D1	23,26	10,29	$\pm 0,64$	0,18	-0,32	24,08
D2	-2,37	-1,38	$\pm 1,62$	-0,42	0,74	-4,41
E	-32,47	-18,51	$\pm 0,64$	0,18	-0,32	-32,79
E'	0	0,98	$\pm 1,10$	0	0	2,08
m	0	0	$\pm 0,64$	0,18	-0,32	-4,26

Παρατήρηση

★ Οι τέμνουσες Q εμφανίζονται σύγχρονα με τις ροπές υπολογισμού.

Διατομή	N_q	N'_q	Σεισμός	Μεταβ. θερμ. $+20^{\circ}$	Μεταβ. θερμ. -35°	Σύγχρονα μέ τις Μ εμφανιζόμενες άξονικές δυνάμ.
A	-10,29	-21,93	$\pm 0,64$	-0,18	0,32	-22,75
B	-49,65	-64,94	0	0	0	-49,65
D ₁	-2,37	-1,39	$\pm 2,73$	-0,42	0,74	-5,52
D ₂	-23,26	-10,29	$\pm 0,64$	-0,18	0,32	-24,08
E	-2,45	-1,39	$\pm 2,73$	-0,42	0,74	-1,71
E'	-64,94	-49,65	0	0	0	-49,65
m	-1,39	-2,37	$\pm 2,73$	-0,42	0,74	-1,63

Παρατήρηση

* Σάν τέμνουσες δυνάμεις ύπολογισμοῦ καί άξονικές δυνάμεις ύπολογισμοῦ λαμβάνονται αὐτές πού εμφανίζονται σύγχρονα μέ τίς ροπές ύπολογισμοῦ καί όχι οί όριακές δυνάμεις ύπολογισμοῦ. Αὐτό εἶναι σωστό, γιατί δέν εἶναι δυνατό νά εμφανισθοῦν σύγχρονα οί όριακές τιμές τῶν ροπῶν κάμψης, τῶν τεμνουσῶν δυνάμεων καί τῶν άξονικῶν δυνάμεων.

2. Έλεγχος σέ κάμψη

2.1. Διατομή m

$$\frac{\varepsilon_{psb}}{\varepsilon_{pe}} = \frac{100}{2400} \Rightarrow k_h^* = 7,7$$

$$M = 63,59 \text{ tm}, N = -2,37 + 0,74 = -1,63 \text{ t}, Q = -3,94 - 0,32 = -4,26 \text{ t}$$

Επειδή ἡ ροπή εἶναι μεγάλη, ἔχουμε μεγάλη έκκεντρότητα.

$$M_e = M - N \cdot y_e = 63,59 + 1,63(0,45 - 0,05) = 64,24 \text{ tm}$$

$$(y_e = 0,45 - 0,05 \text{ ὅπως στήν άσκηση 125})$$

$$b = b_o + 12 \cdot d = 0,35 + 12 \times 0,15 = 2,15 \text{ m}$$

$$k_h = \frac{h}{\sqrt{\frac{M_e}{b}}} = \frac{85}{\sqrt{\frac{64,24}{2,15}}} = 15,6 > 7,7 \Rightarrow k_x = 0,21 \Rightarrow x = 0,21 \times 85 = 17,85 > 15 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{b_o} = \frac{2,15}{0,35} = 6,14 > 5$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } F_e &= \frac{M_e}{(h - \frac{d}{2}) \sigma_e} + \frac{N}{\sigma_e} = \frac{64,24}{(0,85 - \frac{0,15}{2}) \times 2,40} - \frac{1,63}{2,40} = \\ &= 33,86 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 9\emptyset 22 (34,20 \text{ cm}^2) \text{ σε δύο σειρές.} \end{aligned}$$

$$\text{Έλεγχος τάσης: } k_h = \frac{85}{\sqrt{\frac{64,24}{2,15}}} = 11,0 > 7,7 = k_h^*$$

2.2. Διατομή D₁

$$\frac{\varepsilon \sigma_b}{\varepsilon \sigma_e} = \frac{110}{2400} \Rightarrow k_h^* = 7,2$$

$$M = -21,06 \text{ tm}, N = -2,37 - 2,73 - 0,42 = -5,52 \text{ t}$$

$$Q = 23,26 + 0,64 + 0,18 = 24,08 \text{ t}$$

$$|M_{\pi \alpha \rho}| = 21,06 - 24,08 \times 0,30 = 13,84 \text{ tm}$$

$$M_e = M_{\pi \alpha \rho} - N \cdot y_e = 13,84 + 5,52 \times (0,45 - 0,03) = 16,16 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{87}{\sqrt{\frac{16,16}{0,35}}} = 12,8 > 7,2 \Rightarrow k_e = 0,46$$

$$\text{Άρα } F_e = 0,46 \times \frac{16,16}{0,87} - \frac{5,52}{2,40} = 6,24 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 2\emptyset 22 (=7,60 \text{ cm}^2)$$

2.3. Διατομή D₂

$$\frac{\varepsilon \sigma_b}{\varepsilon \sigma_e} = \frac{110}{2400} \Rightarrow k_h^* = 7,2$$

$$M = -21,06 \text{ tm}, N = -23,26 - 0,64 - 0,18 = -24,08 \text{ t}$$

$$Q = -2,37 - 1,62 - 0,42 = -4,41 \text{ t}$$

$$|M_{\pi \alpha \rho}| = 21,06 - 4,41 \times 0,45 = 19,08 \text{ tm}$$

$$\gamma = \frac{M}{N \cdot d} = \frac{19,08}{24,08 \times 0,60} = 1,32 > 0,70 \Rightarrow \text{μεγάλη έκκεντρότητα}$$

$$M_e = M_{\pi \alpha \rho} - N \cdot y_e = 19,08 + 24,08 \times 0,27 = 25,58 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{57}{\sqrt{\frac{25,58}{0,35}}} = 6,7 < 7,2 \Rightarrow k_e = 0,48, k_e' = 0,10, \rho' = 1,0 \Rightarrow$$

$$F_e = k_e \frac{M_e}{h} + \frac{N}{\sigma_e} = 0,48 \times \frac{25,58}{0,57} - \frac{24,08}{2,40} = 11,51 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$F_e = 5\emptyset 18 (=12,70 \text{ cm}^2)$$

$$F'_e = k'_e \frac{M_e}{h} \rho' = 0,10 \times \frac{25,58}{0,57} \times 1,0 = 4,49 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F'_e = 2\emptyset 18 (=5,08 \text{ cm}^2)$$

2.4. Διατομή A

$$\frac{\epsilon \sigma_b}{\epsilon \sigma_e} = \frac{110}{2400} \Rightarrow k_h^* = 7,2$$

$$M = 15,29 \text{ tm}, N = -21,93 - 0,64 - 0,18 = -22,75 \text{ t}$$

$$Q = -2,45 - 1,62 - 0,42 = -4,49 \text{ t}$$

$$Y = \frac{M}{N \cdot d} = \frac{15,29}{22,75 \times 0,60} = 1,12 > 0,70 \Rightarrow \text{μεγάλη έκκεντρότητα}$$

$$M_e = M - N \cdot y_e = 15,29 + 22,75 \times 0,27 = 21,48 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{57}{\sqrt{\frac{21,43}{0,35}}} = 7,3 > 7,2 \Rightarrow k_e = 0,48 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,48 \times \frac{21,43}{0,57} - \frac{22,75}{2,40} = 8,57 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 4\emptyset 18 (=10,16 \text{ cm}^2)$$

2.5. Διατομή E

$$M = -102,33 \text{ tm}, N = -2,45 + 0,74 = -1,71 \text{ tm}$$

$$Q = -32,47 - 0,32 = -32,79 \text{ t}$$

$$|M_{\pi \alpha \rho}| = 102,33 - 32,79 \times \frac{0,45}{2} = 94,95 \text{ tm} \text{ (μεγάλη έκκεντρότητα)}$$

$$M_e = M_{\pi \alpha \rho} - N \cdot y_e = 94,95 + 1,71 \times (0,45 - 0,05) = 95,63 \text{ tm}$$

$$k_h = \frac{85}{\sqrt{\frac{95,63}{0,35}}} = 5,1 < 7,2 \Rightarrow k_e = 0,47, k'_e = 0,39, \rho' = 1,0 \Rightarrow$$

$$F_e = 0,47 \times \frac{95,63}{0,85} - \frac{1,71}{2,40} = 52,17 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_e = 14\emptyset 22 (=53,20 \text{ cm}^2)$$

$$F'_e = 0,39 \times \frac{95,63}{0,85} \times 1,0 = 43,88 \text{ cm}^2 \Rightarrow F'_e = 12\emptyset 22 (=45,60 \text{ cm}^2)$$

2.6. Διατομή E'

$$M = 9,20 \text{ tm}, N = -49,65 \text{ t}, Q = 2,08 \text{ t}$$

$$|M_{\pi\alpha\rho}| = 9,20 - 2,08 \times 0,45 = 8,26 \text{ tm}$$

$$\gamma = \frac{8,26}{49,65 \times 0,45} = 0,370 \begin{matrix} > 0,350 \\ < 0,700 \end{matrix} \text{ (μέση έκκεντρότητα)}$$

$$M_e = M - N \cdot y_e = 8,26 + 49,65 \times \left(\frac{0,45}{2} - 0,03 \right) = 17,94 \text{ tm}$$

$$M'_e = M + N \cdot y'_e = 8,26 - 49,65 \times \left(\frac{0,45}{2} - 0,03 \right) = -1,42 \text{ tm}$$

$$\text{"Αρα } \rho = \frac{M_e}{\sigma_b \cdot b \cdot h^2} = \frac{17,94}{0,110 \times 0,45 \times 42^2} = 0,21$$

$$\rho' = \frac{M'_e}{\sigma_b \cdot b \cdot h^2} = \frac{-1,42}{0,110 \times 0,45 \times 42^2} = -0,016$$

$$\frac{h'}{h} = \frac{3}{42} = 0,07 \Rightarrow \text{χρησιμοποιείται ο πίνακας 14}$$

$$\text{"Αρα } \mu = \mu' = 0,004$$

$$\text{καί } F_e = F'_e = \mu \cdot b \cdot h = 0,004 \times 45 \times 42 = 7,56 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_e = F'_e = 3\emptyset 20 (=9,42 \text{ cm}^2)$$

2.7. Διατομή B

$$M = -7,46 \text{ tm}, N = -49,65 \text{ t}, Q = 2,08 \text{ t}$$

$$\gamma = \frac{M}{N \cdot d} = \frac{7,46}{49,65 \times 0,45} = 0,334 < 0,350 \text{ (μικρή έκκεντρότητα)}$$

$$\sigma_o = \frac{N}{b \cdot d} = \frac{49,65}{0,45 \times 0,45} = 245,2 \text{ t/m}^2 = 24,52 \text{ kg/cm}^2$$

$$\lambda = \frac{\epsilon \pi \sigma_b}{\sigma_o} = \frac{110}{24,52} = 4,49$$

$$\frac{y_e}{d} = \frac{0,195}{0,45} = 0,433 \approx 0,45$$

Απ'τόν πίνακα 9α ($\mu_o = \mu_o'$) για $1000\gamma = 334$ και $\lambda = 4,49$ προκύπτει $\mu_o = \mu_o' < 0,004$

Λαμβάνεται $\mu_o = \mu_o' = 0,004$.

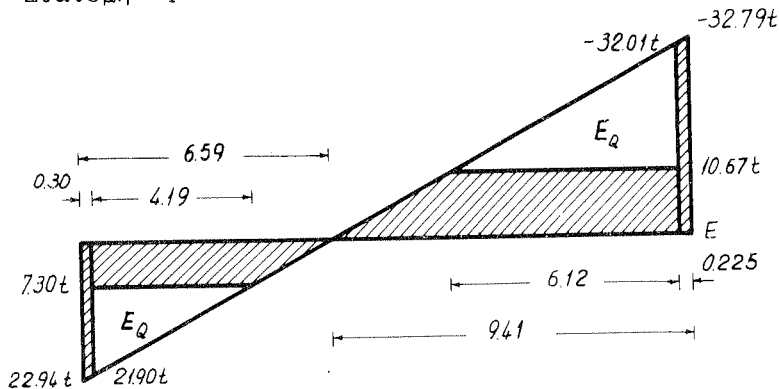
Άρα $F_e = F_e' = \mu \cdot b \cdot d = 0,004 \times 45 \times 45 = 8,10 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow F_e = F_e' = 3\emptyset 20 (=9,42 \text{ cm}^2)$

Απ'τόν πίνακα
5 για διατομή
 $45 \times 45 \Rightarrow$
 $\epsilon p_{D_b} = 162 \text{ t} > 64,24 \text{ t}$

3. Έλεγχος σέ διάτμηση

3.1. Διατομή D1



$|Q_{D1}| = 22,94 \text{ t}$ (σύγχρονα έμφανιζόμενη με την $\max |Q_E| = 32,79 \text{ t}$)

$$Q_{\pi\alpha\rho} = 22,94 \times \frac{6,29}{6,59} = 21,90 \text{ t}$$

$$\tau_o = \frac{Q}{b_o \cdot z} = \frac{21,90 \times 10^3}{35 \times \frac{7}{8} \times 85} = 8,41 > 8 \text{ kg/cm}^2 < 20 \text{ kg/cm}^2$$

Άρα χρειάζεται όπλισμός διάτμησης.

I. Συνδετήρες

Οι συνδετήρες θά ανάλαβουν δύναμη

$$Q_B = \frac{1}{3} \times 21,90 = 7,30 \text{ t}$$

$$\frac{F_{eB}}{e} = \frac{Q_B}{z \cdot \sigma_{eB}} = \frac{7,30}{\frac{7}{8} \times 85 \times 2,4} = 0,0409$$

Απ'τόν πίνακα 30 $\Rightarrow$ εκλέγονται συνδετήρες $\emptyset 10/19$.

II. Λοξός όπλισμός

$$E_Q = \frac{1}{2} \times 4,19 \times (21,90 - 7,30) = 30,59 \text{ tm}$$

$$F_{es} = \frac{E_Q}{\sqrt{2} \cdot \frac{7}{8} h \sigma_{es}} = \frac{30,59}{\sqrt{2} \times \frac{7}{8} \times 0,85 \times 2,4} = 12,12 \text{ cm}^2$$

Υπάρχουν 5Ø22(=19,0cm²) άπ'τήν κάμψη. Άρκουν.

3.2. Διατομή E

$$|Q| = 32,79 \text{ t}$$

$$Q_{\text{παρ}} = 32,79 \times \frac{9,185}{9,41} = 32,01 \text{ t} > 22,39 \text{ t}$$

Άρα χρειάζεται όπλισμός διάτμησης.

I. Συνδετήρες

$$Q_B = \frac{1}{3} 32,01 = 10,67$$

$$\frac{F_{eB}}{e} = \frac{Q_B}{z \cdot \sigma_{eB}} = \frac{10,67}{\frac{7}{8} \times 85 \times 2,4} = 0,0598$$

Άπ'τόν πίνακα 30 $\Rightarrow$ έκλέγονται συνδετήρες Ø10/13

II. Λοξός όπλισμός

$$E_Q = \frac{1}{2} \times 6,12 \times (32,01 - 10,67) = 65,30 \text{ tm}$$

$$F_{es} = \frac{E}{\sqrt{2} \cdot \frac{7}{8} h \cdot \sigma_{es}} = \frac{65,30}{\sqrt{2} \times \frac{7}{8} \times 0,85 \times 2,4} = 25,87 \text{ cm}^2$$

Υπάρχουν 5Ø22(=19,0cm²) άπ'τήν κάμψη.

Υπόλοιπον 25,87-19,0 = 6,87cm² $\Rightarrow$ $F_{es} = 2Ø22(=7,60 \text{ cm}^2)$
πρόσθετα

3.3. Οι υπόλοιπες διατομές στό πλαίσιο δέν χρειάζονται όπλισμό διάτμησης. Τίθενται συνδετήρες Ø10/20.

4. Σχεδίαση όπλισμών

4.1. Κόμβος D Χρησιμοποιείται ο κόμβος της §2.1.1.(σελ.254)

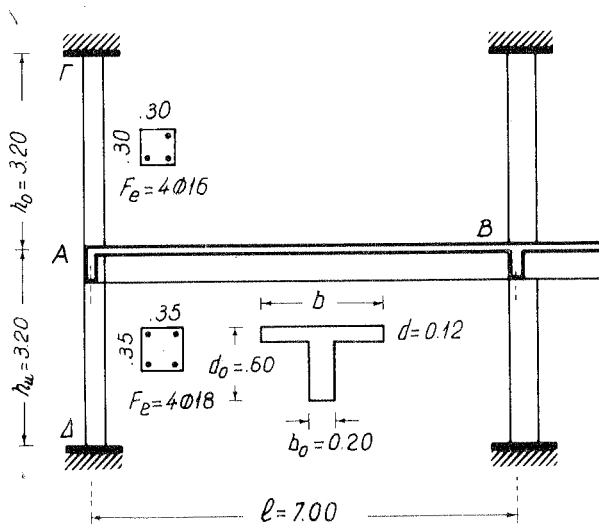
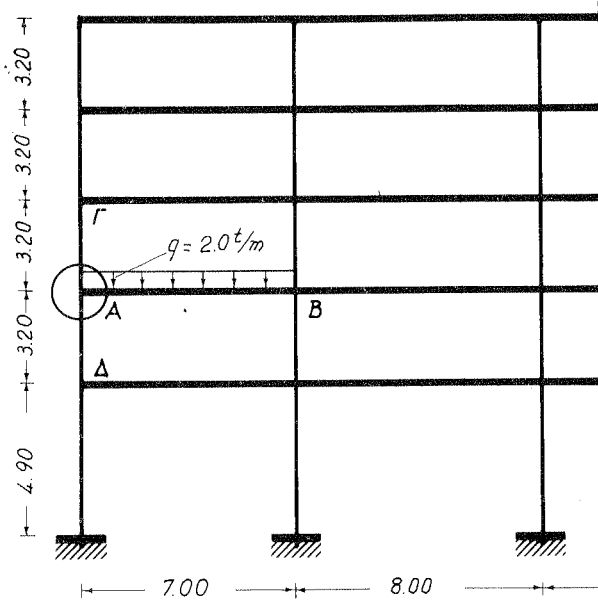
4.2. Κόμβος E Χρησιμοποιείται ο κόμβος της §2.2.1.(σελ.256)

ΑΣΚΗΣΗ 128

Στήν οικόδομή του σχήματος ζητείται ο υπολογισμός του άκραιου κόμβου Α.

Κατά τον υπολογισμό έχουν προκύψει:

$N_{A\Gamma} = -45,0\text{t}$, $N_{A\Delta} = -64,0\text{t}$, όπλισμός στη δοκό AB: $F_e = 5\phi 16$.
Υλικά: B 225, St III.



Σύμφωνα με την § 3 είναι

$$M_R^o = - \frac{q l^2}{12} = - \frac{2,0 \times 7,0^2}{12} = -8,17 \text{ tm}$$

$$\text{Υποστύλωμα ΑΓ: } I_o = \frac{30^4}{12} = 67500 \text{ cm}^4, \quad k_o = \frac{I_o}{h_o} = \frac{67500}{320} = 211 \text{ cm}^3$$

$$\text{Υποστύλωμα ΑΔ: } I_u = \frac{35^4}{12} = 125052 \text{ cm}^4, \quad k_u = \frac{I_u}{h_u} = \frac{125052}{320} = 391 \text{ cm}^3$$

$$\text{Σύγωμα AB: } b_o = b_o + 6d = 0,20 + 6 \times 0,12 = 0,92 \text{ m} \quad (\S 2.2.2.1 \text{ Κεφ. IX})$$

$$\frac{b_o}{b} = \frac{0,20}{0,92} = 0,22, \quad \frac{d}{d_o} = \frac{0,12}{0,60} = 0,20 \Rightarrow \mu = 0,0334 \quad (\text{πίνακας 55})$$

$$I_R = \mu \cdot b \cdot d_o^3 = 0,0334 \times 60 \times 60^3 = 663725, \quad K_R = \frac{I_R}{I} = \frac{663725}{700} = 948 \text{ cm}^3$$

$$|M_o| = \frac{k_o}{k_o + k_u + k_R} |M_R^o| = \frac{211}{211 + 391 + 948} \times 8,17 = 1,11 \text{ tm}$$

$$|M_u| = \frac{k_u}{k_o + k_u + k_R} |M_R^o| = \frac{391}{1550} \times 8,17 = 2,06 \text{ tm}$$

$$|M_R| = \frac{k_o + k_u}{k_o + k_u + k_R} |M_R^o| = \frac{602}{1550} \times 8,17 = 3,17 \text{ tm}$$

Έλεγχος διατομών

$$\text{Υποστύλωμα ΑΓ } M = 1,11 \text{ tm}, \quad N = 45,0 \text{ t}$$

$$1000\gamma = \frac{1000M}{N \cdot d} = \frac{1000 \times 1,11}{45 \times 0,30} = 82, \quad \frac{e}{d} = \frac{12}{30} = 0,40,$$

$$\mu_o = \mu_o' = \frac{2 \times 2,01}{30 \times 30} = 0,0045, \quad \text{πίνακας 8α} \Rightarrow \frac{\sigma_b}{\sigma_o} \approx 1,27 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_b = 1,27 \times \frac{45}{0,30 \times 0,30} = 635 \text{ t/m}^2 = 63,5 \text{ kg/cm}^2 < 90 \text{ kg/cm}^2 = \varepsilon \sigma_b$$

$$\text{Υποστύλωμα ΑΔ } M = 2,06 \text{ tm}, \quad N = 64,0 \text{ t}$$

$$1000\gamma = \frac{1000M}{N \cdot d} = \frac{1000 \times 2,06}{64 \times 0,35} = 92, \quad \frac{e}{d} = \frac{14,5}{35} = 0,41 \approx 0,40$$

$$\mu_o = \mu_o' = \frac{2 \times 2,54}{35 \times 35} = 0,004, \quad \text{πίνακας 8α} \Rightarrow \frac{\sigma_b}{\sigma_o} \approx 1,34 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_b = 1,34 \times \frac{64}{0,35 \times 0,35} = 700 \text{ t/m}^2 = 70,0 \text{ kg/cm}^2 < 90 \text{ kg/cm}^2.$$

Ζύγωμα AB $M = 3,17 \text{ tm}$ $N = 0$

$$\gamma = \infty, k_h = \frac{57}{\sqrt{\frac{3,17}{0,20}}} = 14,3 > 8,2 = k_h^* \Rightarrow k_e = 0,50 \quad (\text{πίν. } 20)$$

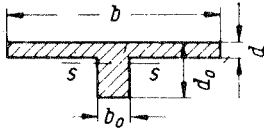
$$\Rightarrow F_e = 0,50 \times \frac{3,17}{0,57} = 2,78 \text{ cm}^2, \quad \text{υπάρχουν } 3\emptyset 16 (=6,03 \text{ cm}^2) \text{ από τό ανοιγμα}$$

Παρατήρηση

* Συνήθως, για μικρά ανοίγματα και φορτία, δεν προκύπτει πρόβλημα κατά τον έλεγχο της πλασσιακής λειτουργίας.

ΠΙΝΑΚΕΣ

ΠΙΝΑΚΑΣ 55



Ροπαί αδρανείας πλακοδοκού

$$I_s = \mu \cdot b \cdot d_0^3$$

Τιμαί του 10.000 μ.

$\downarrow \frac{b_0}{b}$	$d : d_0 \rightarrow$										
	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,50	0,55	0,60
0,05	97	109	111	111	112	115	122	132	169	196	231
0,06	110	125	129	129	129	132	137	147	181	207	241
0,07	122	140	145	146	146	148	152	161	193	218	251
0,08	133	154	161	162	162	163	167	175	205	229	260
0,09	143	167	176	178	178	182	182	189	217	240	270
0,10	154	179	190	192	192	193	196	202	228	250	279
0,11	164	192	203	206	207	207	209	215	240	260	288
0,12	173	204	216	220	221	221	223	227	251	271	298
0,13	182	215	229	233	234	234	236	240	262	281	307
0,14	191	226	241	246	247	247	248	252	272	290	316
0,15	200	236	252	258	260	260	261	264	283	300	324
0,16	209	245	263	270	272	272	273	276	293	310	333
0,17	217	255	273	282	284	284	285	287	304	319	342
0,18	225	265	284	293	296	296	296	298	314	329	350
0,19	234	274	295	304	307	308	307	309	324	338	359
0,20	242	283	304	314	318	319	319	320	333	347	367
0,22	258	301	323	334	339	340	340	341	353	365	384
0,24	275	318	342	354	359	360	360	361	371	382	400
0,26	291	334	360	373	378	380	380	381	389	399	417
0,28	306	350	376	390	397	399	399	400	407	416	431
0,30	320	366	392	407	415	417	418	418	424	432	446
0,32	336	380	408	424	432	435	435	435	441	448	461
0,34	352	396	424	440	448	452	452	452	457	464	475
0,36	367	410	438	455	464	468	468	469	473	479	490
0,38	382	426	453	470	480	484	485	485	488	497	504
0,40	397	441	468	485	495	499	500	500	503	508	517
0,42	412	454	482	499	509	514	515	515	518	522	530
0,44	427	468	496	513	523	528	530	530	532	536	544
0,46	441	482	509	527	537	542	544	544	546	549	557
0,48	456	496	523	540	551	556	558	558	560	563	569
0,50	470	509	533	553	564	569	571	572	573	576	582
0,55	505	544	567	585	596	601	604	604	605	607	612
0,60	544	575	599	616	626	631	634	635	636	637	641
0,65	581	609	630	645	655	660	663	664	664	665	668
0,70	616	642	660	674	683	688	691	691	692	692	695
0,75	652	675	691	702	709	714	717	718	718	718	720
0,80	689	706	720	729	736	740	742	743	743	743	744
0,90	761	770	779	782	786	788	789	790	790	790	791
1,00	833	833	833	833	833	833	833	833	833	833	833

Παράδειγμα: $b = 1,50 \text{ m}, b_0 = 0,30 \text{ m}, d = 0,15 \text{ m}, d_0 = 0,60 \text{ m}$
 $b_0/b = 0,30/1,50 = 0,20, d/d_0 = 0,15/0,60 = 0,25$
 $I_s = 0,0318 \cdot 1,50 \cdot 0,60^3 = 103 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$

ΠΙΝΑΚΑΣ 56

Φορτικοί συντελεσται

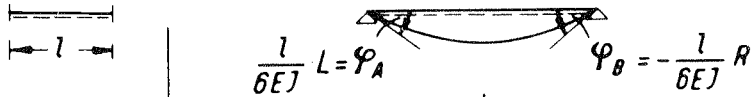
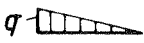
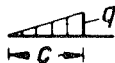
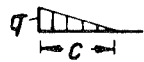
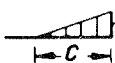
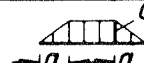
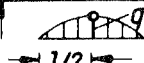
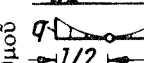
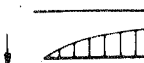
Nr.	Περίπτωσης φορτίσεως	$\frac{l}{6EJ} \cdot L = \varphi_A$ L	$\varphi_B = -\frac{l}{6EJ} \cdot R$ R
1		$\frac{q \cdot l^2}{4}$	$\frac{q \cdot l^2}{4}$
2		$\frac{l^2}{60} (8 q_1 + 7 q_2)$	$\frac{l^2}{60} (7 q_1 + 8 q_2)$
3		$\frac{q \cdot c^2}{4} (2 - \gamma^2)$	$\frac{q \cdot c^2}{4} (2 - \gamma^2)$
4		$\frac{q \cdot c^2}{4} (2 - \gamma^2)$	$\frac{q \cdot c^2}{4} (2 - \gamma^2)$
5		$\frac{q \cdot l \cdot c}{8} (3 - \gamma^2)$	$\frac{q \cdot l \cdot c}{8} (3 - \gamma^2)$
6		$q \cdot b \cdot c (1 - \beta^2 - 0,25 \gamma^2)$	$q \cdot a \cdot c (1 - \alpha^2 - 0,25 \gamma^2)$
7		$q \cdot c^2 (1,5 - \gamma)$	$q \cdot c^2 (1,5 - \gamma)$
8		$q \cdot l \cdot c [3\alpha (1 - \alpha) - 0,25 \gamma^2]$	$q \cdot l \cdot c [3\alpha (1 - \alpha) - 0,25 \gamma^2]$
9		$\frac{5}{32} q \cdot l^2$	$\frac{5}{35} q \cdot l^2$
10		$\frac{q \cdot l^2}{60} (1 + \beta) (7 - 3 \beta^2)$	$\frac{q \cdot l^2}{60} (1 + \alpha) (7 - 3 \alpha^2)$
11		$\frac{7}{60} q \cdot l^2$	$\frac{2}{15} q \cdot l^2$

και ροπαί πλήρους πακτώσεως

$$\alpha = \frac{a}{l}, \quad \beta = \frac{b}{l}, \quad \gamma = \frac{c}{l}$$

			
M_A	M_B	M_A	Nr.
$-\frac{q \cdot l^3}{12}$	$-\frac{q \cdot l^3}{12}$	$-\frac{q \cdot l^3}{8}$	1
$-\frac{l^3}{60} (3 q_1 + 2 q_2)$	$-\frac{l^3}{60} (2 q_1 + 3 q_2)$	$-\frac{l^3}{120} (8 q_1 + 7 q_2)$	2
$-\frac{q \cdot c^3}{3} (1,5 - 2 \gamma + 0,75 \gamma^2)$	$-\frac{q \cdot c^3}{3} \gamma (1 - 0,75 \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^3}{8} (2 - \gamma)^2$	3
$-\frac{q \cdot c^3}{3} \gamma (1 - 0,75 \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^3}{3} (1,5 - 2 \gamma + 0,75 \gamma^2)$	$-\frac{q \cdot c^3}{8} (2 - \gamma^2)$	4
$-\frac{q \cdot l \cdot c}{24} (3 - \gamma^2)$	$-\frac{q \cdot l \cdot c}{24} (3 - \gamma^2)$	$-\frac{q \cdot l \cdot c}{16} (3 - \gamma^2)$	5
$-q c \left[a \beta^3 + \frac{\gamma^3}{12} (l - 3b) \right]$	$-q c \left[b \alpha^3 + \frac{\gamma^3}{12} (l - 3a) \right]$	$-\frac{q \cdot b \cdot c}{2} (1 - \beta^2 - 0,25 \gamma^2)$	6
$-\frac{q \cdot c^2}{3} (1,5 - \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^2}{3} (1,5 - \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^2}{2} (1,5 - \gamma)$	7
$-q l c \left[\alpha (1 - \alpha) - \frac{\gamma^2}{12} \right]$	$-q l c \left[\alpha (1 - \alpha) - \frac{\gamma^2}{12} \right]$	$-\frac{q l c}{2} \left[3 \alpha (1 - \alpha) - \frac{\gamma^2}{4} \right]$	8
$-\frac{5}{96} q \cdot l^3$	$-\frac{5}{96} q \cdot l^3$	$-\frac{5}{64} q \cdot l^3$	9
$-\frac{q l^3}{30} [1 + \beta + \beta^2 - 1,5 \beta^3]$	$-\frac{q l^3}{30} [1 + \alpha + \alpha^2 - 1,5 \alpha^3]$	$-\frac{q l^3}{120} (1 + \beta) (7 - 3 \beta^2)$	10
$-\frac{1}{30} q \cdot l^3$	$-\frac{1}{20} q \cdot l^3$	$-\frac{7}{120} q \cdot l^3$	11

Φορτικοί συντελεσται

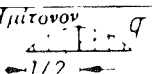
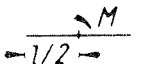
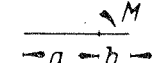
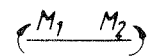
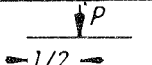
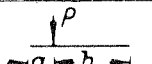
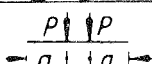
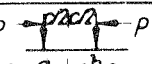
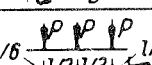
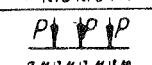
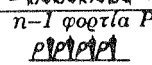
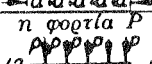
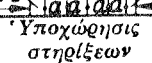
Nr.	Περίπτωσης φορτίσεως	 $\frac{l}{6EJ} L = \varphi_A \quad \varphi_B = -\frac{l}{6EJ} R$	
		L	R
12		$\frac{2}{15} q \cdot l^2$	$\frac{7}{60} q \cdot l^2$
13		$\frac{q \cdot c^2}{3} (2 - 2,25 \gamma + 0,6 \gamma^2)$	$\frac{q \cdot c^2}{3} (1 - 0,6 \gamma^2)$
14		$\frac{q \cdot c^2}{3} (1 - 0,75 \gamma + 0,15 \gamma^2)$	$\frac{q \cdot c^2}{6} (1 - 0,3 \gamma^2)$
15		$\frac{q \cdot c^2}{3} (1 - 0,6 \gamma^2)$	$\frac{q \cdot c^2}{3} (2 - 2,25 \gamma + 0,6 \gamma^2)$
16		$\frac{q \cdot c^2}{6} (1 - 0,3 \gamma^2)$	$\frac{q \cdot c^2}{3} (1 - 0,75 \gamma + 0,15 \gamma^2)$
17		$\frac{3}{32} q \cdot l^2$	$\frac{3}{32} q \cdot l^2$
18		$\frac{q \cdot c^2}{2} (1 - 0,5 \gamma)$	$\frac{q \cdot c^2}{2} (1 - 0,5 \gamma)$
19		$\frac{q \cdot l^2}{4} [1 - \alpha^2 (2 - \alpha)]$	$\frac{q \cdot l^2}{4} [1 - \alpha^2 (2 - \alpha)]$
20		$\frac{1}{5} q \cdot l^2$	$\frac{1}{5} q \cdot l^2$
21		$\frac{1}{20} q \cdot l^2$	$\frac{1}{20} q \cdot l^2$
22		$\frac{1}{12} q \cdot l^2$	$\frac{1}{15} q \cdot l^2$
23		$\frac{1}{15} q \cdot l^2$	$\frac{1}{12} q \cdot l^2$
24		$\frac{11}{60} q \cdot l^2$	$\frac{1}{6} q \cdot l^2$
25		$\frac{1}{6} q \cdot l^2$	$\frac{11}{60} q \cdot l^2$

καὶ ῥοπαὶ πλήρους πακτώσεως

$$\alpha = \frac{a}{l}, \quad \beta = \frac{b}{l}, \quad \gamma = \frac{c}{l}$$

			Nr.
M_A	M_B	M_A	
$-\frac{1}{20} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{30} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{15} q \cdot l^2$	12
$-\frac{q \cdot c^2}{3} (1 - 1,5 \gamma + 0,6 \gamma^2)$	$-\frac{q \cdot c^2}{4} \gamma (1 - 0,8 \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^2}{6} (2 - 2,25 \gamma - 0,6 \gamma^2)$	13
$-\frac{q \cdot c^2}{6} (1 - \gamma + 0,3 \gamma^2)$	$-\frac{q \cdot c^2}{12} \gamma (1 - 0,6 \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^2}{6} (1 - 0,75 \gamma + 0,15 \gamma^2)$	14
$-\frac{q \cdot c^2}{4} (1 - 0,8 \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^2}{3} (1 - 1,5 \gamma + 0,6 \gamma^2)$	$-\frac{q \cdot c^2}{6} (1 - 0,6 \gamma^2)$	15
$-\frac{q \cdot c^2}{12} \gamma (1 - 0,6 \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^2}{6} (1 - \gamma + 0,3 \gamma^2)$	$-\frac{q \cdot c^2}{12} (1 - 0,3 \gamma^2)$	16
$-\frac{1}{32} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{32} q \cdot l^2$	$-\frac{3}{64} q \cdot l^2$	17
$-\frac{q \cdot c^2}{6} (1 - 0,5 \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^2}{6} (1 - 0,5 \gamma)$	$-\frac{q \cdot c^2}{4} (1 - 0,5 \gamma)$	18
$-\frac{q \cdot l^2}{12} [1 - \alpha^2 (2 - \alpha)]$	$-\frac{q \cdot l^2}{12} [1 - \alpha^2 (2 - \alpha)]$	$-\frac{q \cdot l^2}{8} [1 - \alpha^2 (2 - \alpha)]$	19
$-\frac{1}{15} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{15} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{10} q \cdot l^2$	20
$-\frac{1}{60} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{60} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{40} q \cdot l^2$	21
$-\frac{1}{30} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{60} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{24} q \cdot l^2$	22
$-\frac{1}{60} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{30} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{30} q \cdot l^2$	23
$-\frac{1}{15} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{20} q \cdot l^2$	$-\frac{11}{120} q \cdot l^2$	24
$-\frac{1}{20} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{15} q \cdot l^2$	$-\frac{1}{12} q \cdot l^2$	25

Φορτικοί συντελεστές

Nr.	Περίπτωσης φορτίσεως	 $\frac{l}{6EJ} L = \varphi_A \quad \varphi_B = -\frac{l}{6EJ} R$	
		L	R
26		$\frac{3}{\pi^3} q \cdot l^2$	$\frac{3}{\pi^3} q \cdot l^2$
27		$-\frac{M}{4}$	$\frac{M}{4}$
28		$-M(1 - 3\beta^2)$	$M(1 - 3\alpha^2)$
29		$2M_1 + M_2$	$M_1 + 2M_2$
30		$\frac{3}{8} P \cdot l$	$\frac{3}{8} P \cdot l$
31		$\frac{P \cdot a \cdot b}{l} (1 + \beta)$	$\frac{P \cdot a \cdot b}{l} (1 + \alpha)$
32		$3P \cdot a (1 - \alpha)$	$3P \cdot a (1 - \alpha)$
33		$P \cdot b (1 - \beta^2 - 0,75 \gamma^2)$	$P \cdot b (1 - \beta^2 - 0,75 \gamma^2)$
34		$\frac{19}{24} P \cdot l$	$\frac{19}{24} P \cdot l$
35		$\frac{15}{16} P \cdot l$	$\frac{15}{16} P \cdot l$
36		$\frac{P \cdot l}{4} \cdot \frac{n^2 - 1}{n}$	$\frac{P \cdot l}{4} \cdot \frac{n^2 - 1}{n}$
37		$\frac{P \cdot l}{8} \cdot \frac{2n^2 + 1}{n}$	$\frac{P \cdot l}{8} \cdot \frac{2n^2 + 1}{n}$
38		$\frac{6E \cdot J}{l^3} (\Delta_B - \Delta_A)$	$-\frac{6E \cdot J}{l^3} (\Delta_B - \Delta_A)$
39		$3E \cdot J \cdot \alpha_T \frac{\Delta t}{h}$	$3E \cdot J \cdot \alpha_T \frac{\Delta t}{h}$

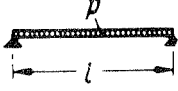
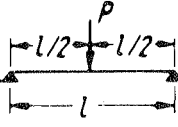
καὶ ῥοπαὶ πλήρους πακτώσεως

$$\alpha = \frac{a}{l}, \quad \beta = \frac{b}{l}, \quad \gamma = \frac{c}{l}$$

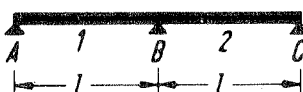
			Nr.
M_A	M_B	M_A	
$-\frac{q \cdot l^3}{\pi^3}$	$-\frac{q \cdot l^2}{\pi^3}$	$-\frac{3 q \cdot l^2}{2 \pi^3}$	26
$\frac{M}{4}$	$-\frac{M}{4}$	$\frac{M}{8}$	27
$M \cdot \beta (3 \alpha - 1)$	$-M \cdot \alpha (3 \beta - 1)$	$\frac{M}{2} (1 - 3 \beta^2)$	28
$-M_1$	$-M_2$	$-M_1 - \frac{1}{2} M_2$	29
$-\frac{P \cdot l}{8}$	$-\frac{P \cdot l}{8}$	$-\frac{3}{16} P \cdot l$	30
$-P \cdot a \cdot \beta^2$	$-P \cdot b \cdot \alpha^2$	$-\frac{P \cdot a \cdot b}{2 \cdot l} (1 + \beta)$	31
$-P \cdot a (1 - \alpha)$	$-P \cdot a (1 - \alpha)$	$-\frac{3}{2} P \cdot a (1 - \alpha)$	32
$P (2 a \beta^2 + \frac{a \gamma^2}{2} - b \gamma^2)$	$-P (2 b \alpha^2 + \frac{b \gamma^2}{2} - a \gamma^2)$	$-P a (1 - \alpha^2 - 0,75 \gamma^2)$	33
$-\frac{19}{72} P \cdot l$	$-\frac{19}{72} P \cdot l$	$-\frac{19}{48} P \cdot l$	34
$-\frac{5}{16} P \cdot l$	$-\frac{5}{16} P \cdot l$	$-\frac{15}{32} P \cdot l$	35
$-\frac{P \cdot l}{12} \cdot \frac{n^2 - 1}{n}$	$-\frac{P \cdot l}{12} \cdot \frac{n^2 - 1}{n}$	$-\frac{P \cdot l}{8} \cdot \frac{n^2 - 1}{n}$	36
$-\frac{P \cdot l}{24} \cdot \frac{2 n^2 + 1}{n}$	$-\frac{P \cdot l}{24} \cdot \frac{2 n^2 + 1}{n}$	$-\frac{P \cdot l}{16} \cdot \frac{2 n^2 + 1}{n}$	37
$\frac{6 E \cdot J}{l^3} (\Delta_A - \Delta_B)$	$-\frac{6 E \cdot J}{l^2} (\Delta_A - \Delta_B)$	$\frac{3 E \cdot J}{l^2} (\Delta_A - \Delta_B)$	38
$-E \cdot J \cdot \alpha_T \frac{\Delta t}{h}$	$-E \cdot J \cdot \alpha_T \frac{\Delta t}{h}$	$-\frac{3}{2} E \cdot J \cdot \alpha_T \frac{\Delta t}{h}$	39

ΠΙΝΑΚΑΣ 57

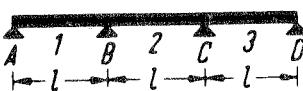
Συνεχής δοκός με ίσα ανοίγματα και φόρτιση

Φορτιζόμενα ανοίγματα	Μεγέθη δι- νάμεων και ροπών		
			

Δοκός εκ 2 ίσων ανοιγμάτων

	M_1	$0,070 \, pl^2$	$0,156 \, Pl$
	$\min M_b$	$-0,125 \, pl^2$	$-0,188 \, Pl$
	A	$0,375 \, pl$	$0,313 \, P$
	$\max B$	$1,250 \, pl$	$1,375 \, P$
	$\min Q_{1b}$	$-0,625 \, pl$	$-0,688 \, P$
	$\max M_1$	$0,096 \, pl^2$	$0,203 \, Pl$
	M_b	$-0,063 \, pl^2$	$-0,094 \, Pl$
	$\max A$	$0,438 \, pl$	$0,406 \, P$
	$\min M_1$	—	$-0,047 \, Pl$
	$\min A$	$-0,063 \, pl$	$-0,094 \, P$

Δοκός εκ 3 ίσων ανοιγμάτων

	M_1	$0,080 \, pl^2$	$0,175 \, Pl$
	M_2	$-0,025 \, pl^2$	$0,100 \, Pl$
	M_b	$-0,100 \, pl^2$	$-0,150 \, Pl$
	A	$0,400 \, pl$	$0,350 \, P$
	B	$1,100 \, pl$	$1,150 \, P$
	Q_{1b}	$-0,600 \, pl$	$-0,650 \, P$
	Q_{2b}	$0,500 \, pl$	$0,500 \, P$

Συνεχής δοκός εκ δύο και τριών ίσων ανοιγμάτων

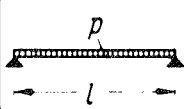
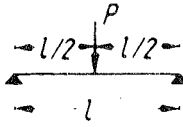
ανά άνοιγμα

Είδος φορτίσεως

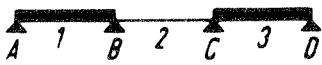
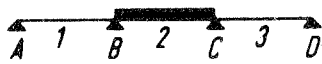
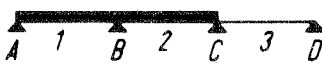
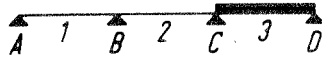
$l/3$ P $l/3$ P $l/3$ 1 2 $l \dots \dots Pl$	$\frac{l}{2}$ $\frac{l}{2}$ q l	$0,4l$ $0,2l$ $0,4l$ q l	$0,3l$ $0,4l$ $0,3l$ q l
Μ εις τα σημεία 1 και 2	$K = 0,5 \cdot q \cdot l$	$K = 0,6 \cdot q \cdot l$	$K = 0,7 \cdot q \cdot l$

(0,222 0,111) Pl	0,095 Kl	0,094 Kl	0,089 Kl
— 0,333 Pl	— 0,156 Kl	— 0,155 Kl	— 0,151 Kl
0,667 P	0,344 K	0,345 K	0,349 K
2,667 P	1,312 K	1,310 K	1,302 K
— 1,333 P	— 0,656 K	— 0,655 K	— 0,651 K
(0,278 0,222) Pl	0,129 Kl	0,126 Kl	0,121 Kl
— 0,167 Pl	— 0,078 Kl	— 0,078 Kl	— 0,076 Kl
0,833 P	0,422 K	0,422 K	0,424 K
— (0,056 0,111) Pl	— 0,035 Kl	— 0,035 Kl	— 0,034 Kl
— 0,167 P	— 0,078 K	— 0,078 K	— 0,076 K
(0,244 0,156) Pl	0,108 Kl	0,107 Kl	0,102 Kl
0,067 Pl	0,042 Kl	0,040 Kl	0,036 Kl
— 0,267 Pl	— 0,125 Kl	— 0,124 Kl	— 0,121 Kl
0,733 P	0,375 K	0,376 K	0,379 K
2,267 P	1,125 K	1,124 K	1,121 K
— 1,267 P	— 0,625 K	— 0,624 K	— 0,621 K
1,000 P	0,500 K	0,500 K	0,500 K

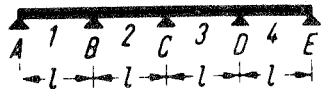
Συνεχής δοκός με ίσα ανοίγματα και φόρτιση

Φορτιζόμενα ανοίγματα	Μεγέθη δυνάμεων και ροπών		
			

Δοκός εκ 3 ίσων ανοιγμάτων (συνέχεια)

	$\max M_1$	$0,101 \, pl^2$	$0,213 \, Pl$
	$\min M_2$	$-0,050 \, pl^2$	$-0,075 \, Pl$
	M_b	$-0,050 \, pl^2$	$-0,075 \, Pl$
	$\max A$	$0,450 \, pl$	$0,425 \, P$
	$\min M_1$	—	$-0,038 \, Pl$
	$\max M_2$	$0,075 \, pl^2$	$0,175 \, Pl$
	M_b	$-0,050 \, pl^2$	$-0,075 \, Pl$
	$\min A$	$-0,050 \, pl$	$-0,075 \, P$
	$\min M_b$	$-0,117 \, pl^2$	$-0,175 \, Pl$
	M_c	$-0,033 \, pl^2$	$-0,050 \, Pl$
	$\max B$	$1,200 \, pl$	$1,300 \, P$
	$\min Q_{1b}$	$-0,617 \, pl$	$-0,675 \, P$
	$\max Q_{2b}$	$0,583 \, pl$	$0,625 \, P$
	$\max M_b$	$0,017 \, pl^2$	$0,025 \, Pl$
	M_c	$-0,067 \, pl^2$	$-0,100 \, Pl$
	$\max Q_{1b}$	$0,017 \, pl$	$0,025 \, P$
	$\min Q_{2b}$	$-0,083 \, pl$	$-0,125 \, P$

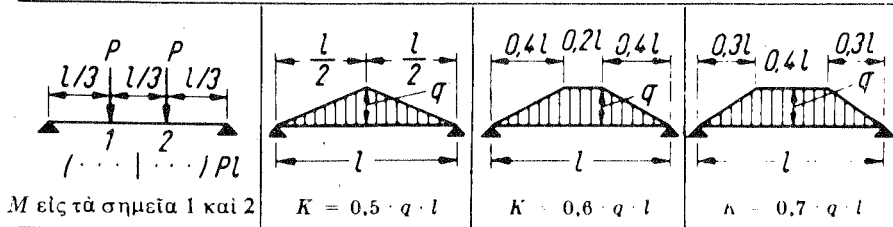
Δοκός εκ 4 ίσων ανοιγμάτων

	M_1	$0,077 \, pl^2$	$0,170 \, Pl$
	M_2	$0,036 \, pl^2$	$0,116 \, Pl$

Συνεχής δοκός έκ τριών και τεσσάρων ίσων ανοιγμάτων

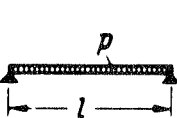
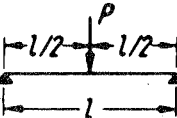
ανά άνοιγμα (Συνέχεια)

Είδος φορτίσεως

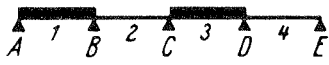
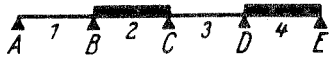


(0,289 0,244) Pl	0,136 Kl	0,134 Kl	0,128 Kl
— 0,133 Pl	— 0,063 Kl	— 0,062 Kl	— 0,061 Kl
— 0,133 Pl	— 0,063 Kl	— 0,062 Kl	— 0,061 Kl
0,867 P	0,437 K	0,438 K	0,439 K
— (0,044 0,089) Pl	— 0,028 Kl	— 0,028 Kl	— 0,027 Kl
0,200 Pl	0,104 Kl	0,102 Kl	0,096 Kl
— 0,133 Pl	— 0,063 Kl	— 0,062 Kl	— 0,061 Kl
— 0,133 P	— 0,063 K	— 0,062 K	— 0,061 K
— 0,311 Pl	— 0,146 Kl	— 0,145 Kl	— 0,142 Kl
— 0,089 Pl	— 0,041 Kl	— 0,041 Kl	— 0,041 Kl
2,533 P	1,251 K	1,249 K	1,244 K
— 1,311 P	— 0,646 K	— 0,645 K	— 0,642 K
1,222 P	0,605 K	0,604 K	0,602 K
0,044 Pl	0,022 Kl	0,021 Kl	0,021 Kl
— 0,178 Pl	— 0,083 Kl	— 0,083 Kl	— 0,081 Kl
0,044 P	0,022 K	0,021 K	0,021 K
— 0,222 P	— 0,105 K	— 0,104 K	— 0,102 K
(0,238 0,143) Pl	0,104 Kl	0,103 Kl	0,098 Kl
(0,079 0,111) Pl	0,056 Kl	0,053 Kl	0,049 Kl

Συνεχής δοκός με ίσα ανοίγματα και φόρτισιν

Φορτιζόμενα ανοίγματα	Μεγέθη δυνάμεων και ροπών		
			

Δοκός εκ 4 ίσων ανοιγμάτων

	M_b	$-0,107 \, pl^2$	$-0,161 \, Pl$
	M_c	$-0,071 \, pl^2$	$-0,107 \, Pl$
	A	$0,393 \, pl$	$0,339 \, P$
	B	$1,143 \, pl$	$1,214 \, P$
	C	$0,929 \, pl$	$0,892 \, P$
	Q_{1b}	$-0,607 \, pl$	$-0,661 \, P$
	Q_{2b}	$0,536 \, pl$	$0,554 \, P$
	Q_{2c}	$-0,464 \, pl$	$-0,446 \, P$
	$\max M_1$	$0,100 \, pl^2$	$0,210 \, Pl$
	$\min M_2$	—	$-0,067 \, Pl$
	M_b	$-0,054 \, pl^2$	$-0,080 \, Pl$
	M_c	$-0,036 \, pl^2$	$-0,054 \, Pl$
	$\max A$	$0,446 \, pl$	$0,420 \, P$
	$\min M_1$	—	$-0,040 \, Pl$
	$\max M_2$	$0,080 \, pl^2$	$0,183 \, Pl$
	M_b	$-0,054 \, pl^2$	$-0,080 \, Pl$
	M_c	$-0,036 \, pl^2$	$-0,054 \, Pl$
	$\min A$	$-0,054 \, pl$	$-0,080 \, P$

Συνεχής δοκός έκ τεσσάρων ίσων ανοιγμάτων

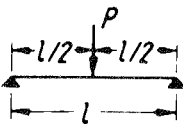
ανά άνοιγμα (συνέχεια)

Είδος φορτίσεως

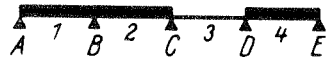
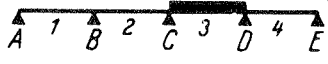
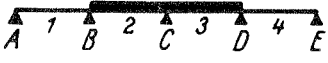
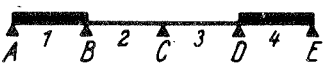
Μ εις τὰ σημεία 1 και 2	$K = 0,5 \cdot q \cdot l$	$K = 0,6 \cdot q \cdot l$	$K = 0,7 \cdot q \cdot l$
--------------------------------	---	---	---

— 0,286 Pl	— 0,134 Kl	— 0,133 Kl	— 0,130 Kl
— 0,100 Pl	— 0,089 Kl	— 0,088 Kl	— 0,086 Kl
0,714 P	0,366 K	0,367 K	0,370 K
2,381 P	1,179 K	1,178 K	1,174 K
1,810 P	0,910 K	0,910 K	0,912 K
— 1,286 P	— 0,634 K	— 0,633 K	— 0,630 K
1,095 P	0,545 K	0,545 K	0,544 K
— 0,905 P	— 0,455 K	— 0,455 K	— 0,456 K
(0,286 0,238) Pl	0,134 Kl	0,132 Kl	0,126 Kl
— (0,127 0,111) Pl	— 0,056 Kl	— 0,056 Kl	— 0,055 Kl
— 0,143 Pl	— 0,067 Kl	— 0,067 Kl	— 0,065 Kl
— 0,095 Pl	— 0,045 Kl	— 0,045 Kl	— 0,044 Kl
0,857 P	0,433 K	0,433 K	0,425 K
— (0,048 0,095) Pl	— 0,030 Kl	— 0,030 Kl	— 0,029 Kl
(0,206 0,222) Pl	0,111 Kl	0,108 Kl	0,102 Kl
— 0,143 Pl	— 0,067 Kl	— 0,067 Kl	— 0,065 Kl
— 0,095 Pl	— 0,045 Kl	— 0,045 Kl	— 0,044 Kl
— 0,143 P	— 0,067 K	— 0,067 K	— 0,065 K

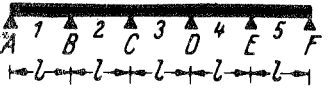
Συνεχής δοκός με ίσα ανοίγματα και φόρτιση

Φορτιζόμενα ανοίγματα	Μεγέθη δυνάμεων και ροπών		
			

Δοκός εκ 4 ίσων ανοιγμάτων (συνέχεια)

	$\min M_b$	$-0,121 \, pl^3$	$-0,181 \, Pl$
	M_c	$-0,018 \, pl^3$	$-0,027 \, Pl$
	M_d	$-0,058 \, pl^3$	$-0,087 \, Pl$
	$\max B$	$1,223 \, pl$	$1,335 \, P$
	$\min Q_{1b}$	$-0,621 \, pl$	$-0,681 \, P$
	$\max Q_{2b}$	$0,603 \, pl$	$0,654 \, P$
	$\max M_b$	$0,013 \, pl^3$	$0,020 \, Pl$
	M_c	$-0,054 \, pl^3$	$-0,080 \, Pl$
	M_d	$-0,049 \, pl^3$	$-0,074 \, Pl$
	$\min B$	$-0,080 \, pl$	$-0,121 \, P$
	$\max Q_{1b}$	$0,013 \, pl$	$0,020 \, P$
	$\min Q_{2b}$	$-0,067 \, pl$	$-0,100 \, P$
	M_b	$-0,036 \, pl^3$	$-0,054 \, Pl$
	$\min M_c$	$-0,107 \, pl^3$	$-0,161 \, Pl$
	$\max C$	$1,143 \, pl$	$1,214 \, P$
	$\min Q_{2c}$	$-0,571 \, pl$	$-0,607 \, P$
	M_b	$-0,071 \, pl^3$	$-0,107 \, Pl$
	$\max M_c$	$0,036 \, pl^3$	$0,054 \, Pl$
	$\min C$	$-0,214 \, pl$	$-0,321 \, P$
	$\max Q_{2c}$	$0,107 \, pl$	$0,161 \, P$

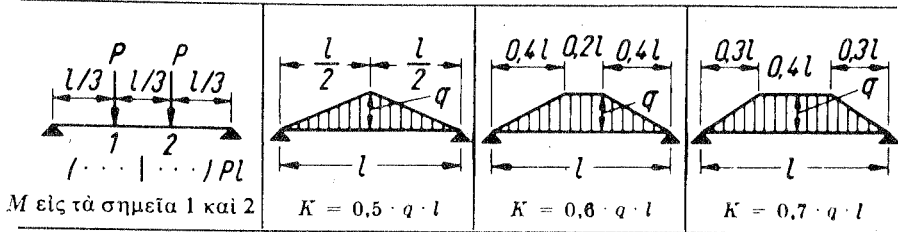
Δοκός εκ 5 ίσων ανοιγμάτων

	M_1	$0,078 \, pl^3$	$0,171 \, Pl$
	M_2	$0,033 \, pl^3$	$0,112 \, Pl$
	M_3	$0,046 \, pl^3$	$0,132 \, Pl$
	M_b	$-0,105 \, pl^3$	$-0,158 \, Pl$
	M_c	$-0,079 \, pl^3$	$-0,118 \, Pl$

Συνεχής δοκός έκ τεσσάρων και πέντε ίσων ανοιγμάτων

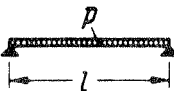
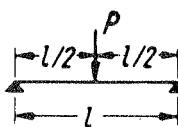
ανά άνοιγμα (συνέχεια)

Είδος φορτίσεως

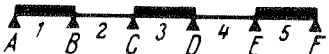
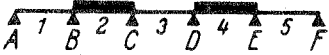


— 0,321 Pl	— 0,151 Kl	— 0,150 Kl	— 0,146 Kl
— 0,048 Pl	— 0,023 Kl	— 0,022 Kl	— 0,022 Kl
— 0,155 Pl	— 0,072 Kl	— 0,072 Kl	— 0,070 Kl
2,595 P	1,279 K	1,278 K	1,270 K
— 1,321 P	— 0,651 K	— 0,650 K	— 0,646 K
1,274 P	0,628 K	0,628 K	0,624 K
0,036 Pl	0,017 Kl	0,017 Kl	0,016 Kl
— 0,143 Pl	— 0,066 Kl	— 0,066 Kl	— 0,064 Kl
— 0,131 Pl	— 0,062 Kl	— 0,061 Kl	— 0,060 Kl
— 0,214 P	— 0,100 K	— 0,100 K	— 0,096 K
0,036 P	0,017 K	0,017 K	0,016 K
— 0,178 P	— 0,083 K	— 0,083 K	— 0,080 K
— 0,095 Pl	— 0,045 Kl	— 0,045 Kl	— 0,044 Kl
— 0,286 Pl	— 0,134 Kl	— 0,133 Kl	— 0,130 Kl
2,381 P	1,178 K	1,176 K	1,172 K
— 1,191 P	— 0,589 K	— 0,588 K	— 0,586 K
— 0,190 Pl	— 0,089 Kl	— 0,088 Kl	— 0,086 Kl
0,095 Pl	0,045 Kl	0,045 Kl	0,044 Kl
— 0,571 P	— 0,268 K	— 0,266 K	— 0,260 K
0,286 P	0,134 K	0,133 K	0,130 K
(0,240 0,146) Pl	0,106 Kl	0,104 Kl	0,099 Kl
(0,076 0,099) Pl	0,052 Kl	0,050 Kl	0,046 Kl
0,123 Pl	0,068 Kl	0,066 Kl	0,061 Kl
— 0,281 Pl	— 0,131 Kl	— 0,130 Kl	— 0,127 Kl
— 0,211 Pl	— 0,099 Kl	— 0,098 Kl	— 0,096 Kl

Συνεχής δοκός με ίσα ανοίγματα και φόρτιση

Φορτιζόμενα ανοίγματα	Μεγέθη δυνάμεων και ροπών		
			

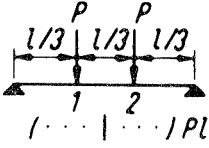
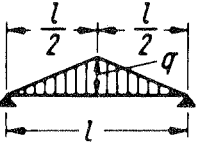
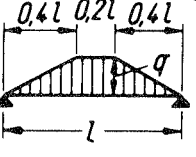
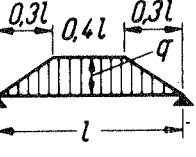
Δοκός εκ 5 ίσων ανοιγμάτων (συνέχεια)

	A	$0,395 \, pl$	$0,342 \, P$
	B	$1,132 \, pl$	$1,197 \, P$
	C	$0,974 \, pl$	$0,960 \, P$
	Q_{1b}	$-0,605 \, pl$	$-0,658 \, P$
	Q_{2b}	$0,526 \, pl$	$0,540 \, P$
	Q_{2c}	$-0,474 \, pl$	$-0,460 \, P$
	Q_{3c}	$0,500 \, pl$	$0,500 \, P$
	$\max M_1$	$0,100 \, pl^2$	$0,211 \, Pl$
	$\min M_2$	—	$-0,069 \, Pl$
	$\max M_3$	$0,086 \, pl^2$	$0,191 \, Pl$
	M_b	$-0,053 \, pl^2$	$-0,079 \, Pl$
	M_c	$-0,039 \, pl^2$	$-0,059 \, Pl$
	$\max A$	$0,447 \, pl$	$0,421 \, P$
	$\min M_1$	—	$-0,039 \, Pl$
	$\max M_2$	$0,079 \, pl^2$	$0,181 \, Pl$
	$\min M_3$	—	$-0,059 \, Pl$
	M_b	$-0,053 \, pl^2$	$-0,079 \, Pl$
	M_c	$-0,039 \, pl^2$	$-0,059 \, Pl$
	$\min A$	$-0,053 \, pl$	$-0,079 \, P$

Συνεχής δοκός εκ πέντε ίσων ανοιγμάτων

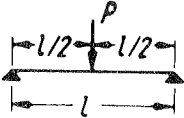
ανά άνοιγμα (Συνέχεια)

Είδος φορτίσεως

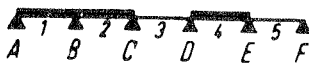
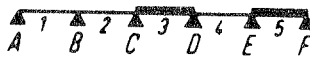
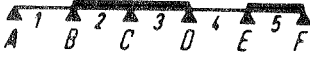
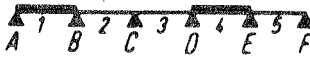
 Μετ' τα σημεία 1 και 2	 $K = 0,5 \cdot q \cdot l$	 $K = 0,6 \cdot q \cdot l$	 $K = 0,7 \cdot q \cdot l$
---	---	---	--

0,719 P	0,369 K	0,370 K	0,373 K
2,351 P	1,163 K	1,162 K	1,158 K
1,930 P	0,968 K	0,968 K	0,969 K
— 1,281 P	— 0,631 K	— 0,631 K	— 0,627 K
1,070 P	0,532 K	0,532 K	0,531 K
— 0,930 P	— 0,468 K	— 0,468 K	— 0,469 K
1,000 P	0,500 K	0,500 K	0,500 K
(0,287 0,240) Pl	0,135 Kl	0,132 Kl	0,126 Kl
— (0,129 0,117) Pl	— 0,058 Kl	— 0,058 Kl	— 0,056 Kl
0,228 Pl	0,117 Kl	0,114 Kl	0,109 Kl
— 0,140 Pl	— 0,066 Kl	— 0,066 Kl	— 0,064 Kl
— 0,105 Pl	— 0,050 Kl	— 0,050 Kl	— 0,048 Kl
0,860 P	0,434 K	0,434 K	0,436 K
— (0,047 0,094) Pl	— 0,030 Kl	— 0,030 Kl	— 0,029 Kl
(0,205 0,216) Pl	0,109 Kl	0,106 Kl	0,101 Kl
— 0,105 Pl	— 0,050 Kl	— 0,050 Kl	— 0,048 Kl
— 0,140 Pl	— 0,066 Kl	— 0,066 Kl	— 0,064 Kl
— 0,105 Pl	— 0,050 Kl	— 0,050 Kl	— 0,048 Kl
— 0,140 P	— 0,066 K	— 0,066 K	— 0,064 K

Συνεχής δοκός με ίσα ανοίγματα και φόρτιση

Φορτιζόμενα ανοίγματα	Μεγέθη δυνάμεων και ροπών		
			

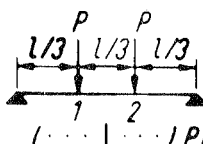
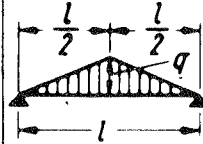
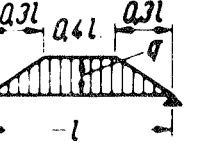
Δοκός εκ 5 ίσων ανοιγμάτων (συνέχεια)

	$\min M_b$	$-0,120 \, pl^2$	$-0,179 \, Pl$
	M_c	$-0,022 \, pl^2$	$-0,032 \, Pl$
	M_d	$-0,044 \, pl^2$	$-0,066 \, Pl$
	M_e	$-0,051 \, pl^2$	$-0,077 \, Pl$
	$\max B$	$1,218 \, pl$	$1,327 \, P$
	$\min Q_{1b}$	$-0,620 \, pl$	$-0,679 \, P$
	$\max Q_{2b}$	$0,598 \, pl$	$0,647 \, P$
	$\max M_b$	$0,014 \, pl^2$	$0,022 \, Pl$
	M_c	$-0,057 \, pl^2$	$-0,086 \, Pl$
	M_d	$-0,035 \, pl^2$	$-0,052 \, Pl$
	M_e	$-0,054 \, pl^2$	$-0,081 \, Pl$
	$\min B$	$-0,086 \, pl$	$-0,129 \, P$
	$\max Q_{1b}$	$0,014 \, pl$	$0,022 \, P$
	$\min Q_{2b}$	$-0,072 \, pl$	$-0,108 \, P$
	M_b	$-0,035 \, pl^2$	$-0,052 \, Pl$
	$\min M_c$	$-0,111 \, pl^2$	$-0,167 \, Pl$
	M_d	$-0,020 \, pl^2$	$-0,031 \, Pl$
	M_e	$-0,057 \, pl^2$	$-0,086 \, Pl$
	$\max C$	$1,167 \, pl$	$1,251 \, P$
	$\min Q_{2c}$	$-0,576 \, pl$	$-0,615 \, P$
	$\max Q_{3c}$	$0,591 \, pl$	$0,636 \, P$
	M_b	$-0,071 \, pl^2$	$-0,106 \, Pl$
	$\max M_c$	$0,032 \, pl^2$	$0,048 \, Pl$
	M_d	$-0,059 \, pl^2$	$-0,088 \, Pl$
	M_e	$-0,048 \, pl^2$	$-0,072 \, Pl$
	$\min C$	$-0,194 \, pl$	$-0,291 \, P$
	$\max Q_{3c}$	$0,103 \, pl$	$0,154 \, P$
	$\min Q_{3c}$	$-0,091 \, pl$	$-0,136 \, P$

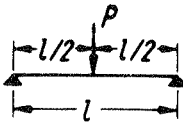
Συνεχής δοκός εκ πέντε ίσων ανοιγμάτων

ανά άνοιγμα (Συνέχεια)

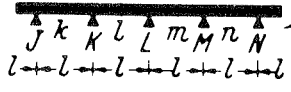
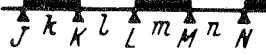
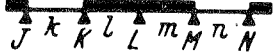
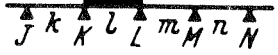
Είδος φορτίσεως

 M εις τα σημεία 1 και 2	 $K = 0,5 \cdot q \cdot l$	 $K = 0,6 \cdot q \cdot l$	 $K = 0,7 \cdot q \cdot l$
$-0,319 Pl$ $-0,057 Pl$ $-0,118 Pl$ $-0,137 Pl$ $2,581 P$ $-1,319 P$ $1,262 P$	$-0,149 Kl$ $-0,027 Kl$ $-0,055 Kl$ $-0,064 Kl$ $1,271 K$ $-0,649 K$ $0,622 K$	$-0,148 Kl$ $-0,027 Kl$ $-0,055 Kl$ $-0,063 Kl$ $1,269 K$ $-0,648 K$ $0,621 K$	$-0,144 Kl$ $-0,027 Kl$ $-0,053 Kl$ $-0,062 Kl$ $1,261 K$ $-0,644 K$ $0,617 K$
$0,038 Pl$ $-0,153 Pl$ $-0,093 Pl$ $-0,144 Pl$ $-0,230 P$ $0,038 P$ $-0,191 P$	$0,018 Kl$ $-0,072 Kl$ $-0,044 Kl$ $-0,067 Kl$ $-0,108 K$ $0,018 K$ $-0,090 K$	$0,018 Kl$ $-0,071 Kl$ $-0,043 Kl$ $-0,067 Kl$ $-0,108 K$ $0,018 K$ $-0,089 K$	$0,017 Kl$ $-0,069 Kl$ $-0,043 Kl$ $-0,065 Kl$ $-0,103 K$ $0,017 K$ $-0,086 K$
$-0,093 Pl$ $-0,297 Pl$ $-0,054 Pl$ $-0,153 Pl$ $2,447 P$ $-1,204 P$ $1,242 P$	$-0,044 Kl$ $-0,139 Kl$ $-0,025 Kl$ $-0,071 Kl$ $1,209 K$ $-0,595 K$ $0,614 K$	$-0,043 Kl$ $-0,138 Kl$ $-0,025 Kl$ $-0,071 Kl$ $1,208 K$ $-0,595 K$ $0,613 K$	$-0,042 Kl$ $-0,134 Kl$ $-0,024 Kl$ $-0,069 Kl$ $1,202 K$ $-0,592 K$ $0,610 K$
$-0,188 Pl$ $0,086 Pl$ $-0,156 Pl$ $-0,128 Pl$ $-0,517 P$ $0,274 P$ $-0,242 P$	$-0,087 Kl$ $0,040 Kl$ $-0,074 Kl$ $-0,060 Kl$ $-0,241 K$ $0,127 K$ $-0,114 K$	$-0,087 Kl$ $0,040 Kl$ $-0,073 Kl$ $-0,059 Kl$ $-0,240 K$ $0,127 K$ $-0,113 K$	$-0,085 Kl$ $0,038 Kl$ $-0,072 Kl$ $-0,058 Kl$ $-0,233 K$ $0,123 K$ $-0,110 K$

Συνεχής δοκός με ίσα ανοίγματα και φόρτιση

Φορτιζόμενα ανοίγματα	Μεγέθη δυνάμεων και ροπών		
			

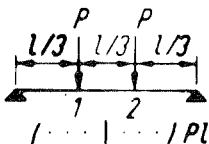
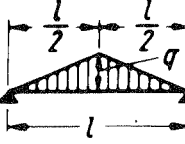
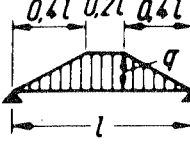
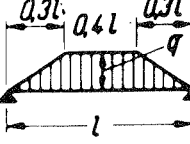
Δοκός άπειραρίθμων ίσων ανοιγμάτων

	$M_I = M_K =$ $= M_L = M_M$	$-0,083 \, pl^2$	$-0,125 \, Pl$
	$M_{\text{ανοίγματος}}$	$0,042 \, pl^2$	$0,125 \, Pl$
	Q	$0,500 \, pl$	$0,500 \, P$
	Θλίψις εδράσεως	$1,000 \, pl$	$1,000 \, P$
	$M_I = M_K =$ $= M_L = M_M$	$-0,042 \, pl^2$	$-0,063 \, Pl$
	$M_{\text{ανοίγματος } h} =$ $= M_{\text{ανοίγματος } m}$	$0,083 \, pl^2$	$0,188 \, Pl$
	Θλίψις εδράσεως	$0,500 \, pl$	$0,500 \, P$
	M_L	$-0,114 \, pl^2$	$-0,171 \, Pl$
	$M_K = M_M$	$-0,022 \, pl^2$	$-0,034 \, Pl$
	Θλίψις εδράσεως L	$1,184 \, pl$	$1,274 \, P$
	$M_K = M_L$	$-0,054 \, pl^2$	$-0,079 \, Pl$
	$M_{\text{ανοίγματος } l}$	$0,071 \, pl^2$	$0,171 \, Pl$
	$M_I = M_M$	$0,014 \, pl^2$	$0,021 \, Pl$

Συνεχής δοκός άπειραρίθμων ίσων άνοιγμάτων

ανά άνοιγμα (Συνέχεια)

Είδος φορτίσεως

 Μετρά σημεία 1 και 2	 $K = 0,5 \cdot q \cdot l$	 $K = 0,6 \cdot q \cdot l$	 $K = 0,7 \cdot q \cdot l$
---	---	---	--

— 0,222 Pl	— 0,104 Kl	— 0,103 Kl	— 0,101 Kl
0,111 Pl	0,062 Kl	0,060 Kl	0,057 Kl
1,000 P	0,500 K	0,500 K	0,500 K
2,000 P	1,000 K	1,000 K	1,000 K
— 0,111 Pl	— 0,052 Kl	— 0,052 Kl	— 0,051 Kl
0,222 Pl	0,115 Kl	0,112 Kl	0,107 Kl
1,000 P	0,500 K	0,500 K	0,500 K
— 0,304 Pl	— 0,142 Kl	— 0,141 Kl	— 0,137 Kl
— 0,060 Pl	— 0,028 Kl	— 0,028 Kl	— 0,027 Kl
2,488 P	1,229 K	1,227 K	1,221 K
— 0,141 Pl	— 0,066 Kl	— 0,066 Kl	— 0,064 Kl
0,192 Pl	0,101 Kl	0,098 Kl	0,093 Kl
0,037 Pl	0,017 Kl	0,017 Kl	0,017 Kl

ΠΙΝΑΚΑΣ 58

Οριακά έντατικά μεγέθη συνεχουσών δοκού σέ συνάρτηση μέ τόν λόγο $M_j = \frac{q l^2}{m_j}$; $Q_{jk} = \frac{q l}{q_{jk}}$; $q = q + p$

$\frac{q}{q}$	Δοκός εκ δύο άνοιγμάτων								$\frac{q}{q}$	$p = 0$
$\frac{q}{q}$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
m_1	10.45	10.75	11.07	11.41	11.75	12.12	12.50	12.90	13.32	13.76
m_B	-8.00	-8.00	-8.00	-8.00	-8.00	-8.00	-8.00	-8.00	-8.00	-8.00
q_{1A}	2.29	2.32	2.35	2.39	2.42	2.46	2.50	2.54	2.58	2.62
q_{1B}	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60	-1.60

$\frac{q}{q}$	Δοκός εκ τριών άνοιγμάτων								$\frac{q}{q}$	$p = 0$
$\frac{q}{q}$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
m_1	9.88	10.10	10.33	10.57	10.82	11.07	11.34	11.61	11.90	12.19
m_B	-8.57	-8.70	-8.82	-8.96	-9.09	-9.23	-9.37	-9.52	-9.68	-9.84
m_2	13.33	14.29	15.38	16.67	18.18	20.00	22.22	25.00	28.57	33.33
q_{1A}	2.22	2.25	2.27	2.30	2.33	2.35	2.38	2.41	2.44	2.47
q_{1B}	-1.62	-1.63	-1.63	-1.63	-1.64	-1.64	-1.65	-1.65	-1.66	-1.66
q_{2B}	1.71	1.74	1.76	1.79	1.82	1.85	1.87	1.90	1.94	1.97

$\frac{q}{q}$	Δοκός εκ τεσσάρων άνοιγμάτων								$\frac{q}{q}$	$p = 0$
$\frac{q}{q}$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
m_1	10.04	10.28	10.53	10.80	11.07	11.36	11.65	11.96	12.28	12.61
m_B	-8.30	-8.39	-8.48	-8.58	-8.68	-8.78	-8.89	-9.00	-9.11	-9.22
m_2	12.42	13.14	13.96	14.87	15.92	17.12	18.53	20.17	22.14	24.54

m_C	-9.33	-9.66	-10.00	-10.37	-10.77	-11.20	-11.67	-12.17	-12.73	-13.33	-14.00
q_{1A}	2.24	2.27	2.30	2.32	2.35	2.38	2.41	2.45	2.48	2.51	2.55
q_{1B}	-1.61	-1.61	-1.62	-1.62	-1.63	-1.63	-1.63	-1.64	-1.64	-1.64	-1.65
q_{2B}	1.66	1.68	1.70	1.72	1.74	1.76	1.78	1.80	1.82	1.84	1.87
q_{2C}	-1.75	-1.78	-1.82	-1.85	-1.89	-1.93	-1.97	-2.01	-2.06	-2.11	-2.15

Δοκός ἐκ πέντε ἀνοιγμάτων											
$\frac{g}{q}$	A B C C C A										
	1	2	2	3	2	2	2	2	2	2	1
$\frac{g}{q}$	$g = 0$	$p = q$									$g = q$
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	$p = 0$
m_1	9.99	10.23	10.48	10.74	11.00	11.28	11.57	11.87	12.18	12.50	12.84
m_B	-8.36	-8.46	-8.57	-8.67	-8.78	-8.89	-9.01	-9.13	-9.25	-9.37	-9.50
m_2	12.65	13.43	14.31	15.32	16.48	17.82	19.40	21.29	23.59	26.45	30.08
m_C	-8.99	-9.26	-9.54	-9.85	-10.17	-10.52	-10.89	-11.28	-11.71	-12.17	-12.67
m_3	11.69	12.26	12.88	13.57	14.34	15.20	16.17	17.27	18.54	20.00	21.71
q_{1A}	2.24	2.26	2.29	2.32	2.35	2.37	2.41	2.44	2.47	2.50	2.53
q_{1B}	-1.61	-1.62	-1.62	-1.63	-1.63	-1.63	-1.64	-1.64	-1.64	-1.65	-1.65
q_{2B}	1.67	1.69	1.71	1.73	1.76	1.78	1.80	1.83	1.85	1.87	1.90
q_{2C}	-1.73	-1.77	-1.80	-1.83	-1.87	-1.90	-1.94	-1.98	-2.02	-2.07	-2.11
q_{3C}	1.69	1.72	1.75	1.77	1.80	1.83	1.86	1.90	1.93	1.96	2.00

Δοκός ἐξ ∞ ἀνοιγμάτων											
$\frac{g}{q}$	S S S S S S S S S S S										
	1	2	2	3	2	2	2	2	2	2	1
$\frac{g}{q}$	$g = 0$	$p = q$									$g = q$
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	$p = 0$
m_F	12.00	12.63	13.33	14.12	15.00	16.00	17.14	18.46	20.00	21.82	24.00
m_S	-8.78	-9.03	-9.28	-9.55	-9.84	-10.14	-10.47	-10.81	-11.18	-11.58	-12.00
q_{FS}	-1.69	-1.72	-1.74	-1.77	-1.80	-1.83	-1.86	-1.90	-1.93	-1.96	-2.00

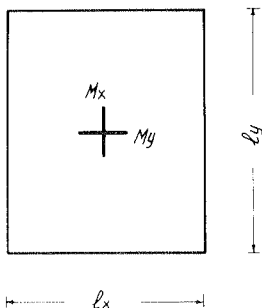
ΠΙΝΑΚΑΣ 59

Συνδυασμός όπλισμών πλακών												
Αποστά- σεις βέ cm	Διάμετρος βέ mm											
	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	
6,0	4,71	8,38	13,09	18,85	25,66	33,52	42,41	52,36	63,36	81,83	102,67	16,7
6,5	4,35	7,73	12,08	17,40	23,68	30,95	39,15	48,33	58,48	75,54	94,77	15,4
7,0	4,04	7,18	11,22	16,16	21,99	28,73	36,36	44,87	54,30	70,14	88,00	14,3
7,5	3,77	6,70	10,47	15,08	20,52	26,81	33,93	41,88	50,81	65,47	82,13	13,4
8,0	3,53	6,28	9,82	14,14	19,24	25,14	31,81	39,26	47,51	61,38	77,00	12,5
8,5	3,33	5,91	9,24	13,31	18,11	23,66	29,94	36,95	44,72	57,76	72,47	11,8
9,0	3,14	5,59	8,73	12,57	17,10	22,34	28,28	34,90	42,23	54,56	68,44	11,1
9,5	2,98	5,29	8,27	11,90	16,20	21,17	26,79	33,06	40,01	51,68	64,84	10,5
10,0	2,83	5,00	7,85	11,31	15,39	20,11	25,45	31,41	38,01	49,10	61,60	10,0
10,5	2,69	4,79	7,48	10,77	14,66	19,15	24,24	29,91	36,20	46,76	58,67	9,5
11,0	2,57	4,57	7,14	10,28	13,99	18,28	23,14	28,55	34,55	44,64	56,00	9,1
11,5	2,46	4,37	6,83	9,84	13,39	17,49	22,13	27,31	33,05	42,70	53,57	8,7
12,0	2,36	4,19	6,54	9,42	12,83	16,76	21,21	26,17	31,67	40,92	51,33	8,3
12,5	2,26	4,02	6,28	9,05	12,32	16,09	20,36	25,13	30,41	39,28	49,28	8,0
13,0	2,17	3,87	6,04	8,70	11,84	15,47	19,58	24,16	29,24	37,77	47,38	7,7
13,5	2,09	3,72	5,82	8,38	11,40	14,90	18,85	23,27	28,16	36,37	45,63	7,4
14,0	2,02	3,59	5,61	8,08	11,00	14,36	18,18	22,44	27,15	35,07	44,00	7,1
14,5	1,95	3,47	5,42	7,80	10,62	13,87	17,55	21,66	26,21	33,86	42,48	6,9
15,0	1,89	3,35	5,24	7,54	10,26	13,41	16,97	20,94	25,34	32,73	41,07	6,7
15,5	1,82	3,24	5,07	7,30	9,93	12,97	16,42	20,27	24,52	31,68	39,74	6,5
16,0	1,77	3,14	4,91	7,07	9,62	12,57	15,90	19,64	23,76	30,69	38,50	6,3
16,5	1,71	3,05	4,76	6,85	9,33	12,19	15,42	19,04	23,04	29,76	37,33	6,1
17,0	1,66	2,96	4,62	6,65	9,05	11,83	14,97	18,48	22,36	28,88	36,24	5,9
17,5	1,62	2,87	4,49	6,46	8,79	11,49	14,54	17,95	21,72	28,06	35,20	5,7
18,0	1,57	2,79	4,36	6,28	8,55	11,17	14,14	17,46	21,12	27,28	34,22	5,6
18,5	1,53	2,72	4,25	6,11	8,32	10,87	13,76	16,94	20,55	26,54	33,30	5,4
19,0	1,49	2,65	4,13	5,95	8,10	10,58	13,39	16,54	20,01	25,84	32,42	5,3
19,5	1,45	2,58	4,03	5,80	7,89	10,31	13,05	16,11	19,49	25,18	31,59	5,1
20,0	1,41	2,51	3,93	5,65	7,69	10,05	12,72	15,71	19,01	24,55	30,80	5,0

ΠΙΝΑΚΑΣ 60

Στήριξη 1

Ελεύθερη ξδραση τών τεσσάρων παρυφών



$$q_x = k_x \cdot q$$

$$q_y = k_y \cdot q$$

$$M_x = v_x \frac{q_x l_x^2}{8}$$

$$M_y = v_y \frac{q_y l_y^2}{8}$$

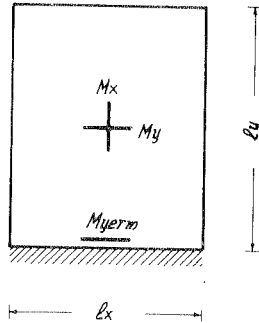
$\epsilon = l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
k_x	0,500	0,549	0,594	0,636	0,675	0,709	0,741	0,769	0,793	0,816	0,835
k_y	0,500	0,451	0,406	0,364	0,325	0,291	0,259	0,231	0,207	0,184	0,165
$v_x = v_y$	0,583	0,586	0,591	0,599	0,610	0,621	0,635	0,649	0,663	0,678	0,691
$v'_x = v'_y$	0,792	0,793	0,795	0,799	0,805	0,811	0,818	0,825	0,832	0,839	0,845

$\epsilon = l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
k_x	0,835	0,852	0,868	0,881	0,893	0,904	0,913	0,921	0,929	0,935	0,941
k_y	0,165	0,148	0,132	0,119	0,107	0,096	0,087	0,079	0,071	0,065	0,059
$v_x = v_y$	0,691	0,704	0,718	0,730	0,742	0,755	0,765	0,775	0,786	0,794	0,804
$v'_x = v'_y$	0,845	0,852	0,859	0,865	0,871	0,878	0,883	0,887	0,893	0,897	0,902

ΠΙΝΑΚΑΣ 61α

Στήριξη 2α

Πλήρης πάκτωση μιας παρυφής και έλευθερη
έξοραση των τριών άλλων



$$q_x = k_x \cdot q$$

$$q_y = k_y \cdot q$$

$$M_x = v_x \frac{q_x l_x^2}{8}$$

$$M_y = v_y \frac{q_y l_y^2}{14,22}$$

$$M_{\gamma \epsilon \rho \mu} = - \frac{q_y l_y^2}{8}$$

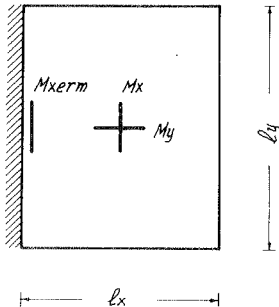
$\epsilon = l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
k_x	0,286	0,327	0,369	0,412	0,453	0,494	0,538	0,571	0,606	0,639	0,669
k_y	0,714	0,673	0,631	0,588	0,547	0,506	0,467	0,429	0,394	0,361	0,331
v_x	0,762	0,753	0,746	0,740	0,738	0,737	0,737	0,739	0,742	0,747	0,752
v_y	0,665	0,652	0,642	0,635	0,631	0,629	0,630	0,633	0,638	0,644	0,651
v'_x	0,881	0,876	0,873	0,870	0,869	0,868	0,869	0,869	0,871	0,873	0,876
v'_y	0,833	0,826	0,821	0,818	0,815	0,815	0,815	0,817	0,819	0,822	0,825

$\epsilon = l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
k_x	0,699	0,698	0,724	0,748	0,770	0,790	0,808	0,824	0,839	0,853	0,865
k_y	0,331	0,302	0,276	0,252	0,230	0,210	0,192	0,176	0,161	0,147	0,135
v_x	0,752	0,758	0,764	0,771	0,778	0,785	0,792	0,799	0,806	0,813	0,820
v_y	0,651	0,660	0,669	0,678	0,688	0,698	0,708	0,717	0,727	0,738	0,747
v'_x	0,876	0,879	0,882	0,886	0,889	0,893	0,896	0,900	0,903	0,907	0,910
v'_y	0,825	0,830	0,834	0,839	0,844	0,849	0,854	0,859	0,864	0,869	0,873

ΠΙΝΑΚΑΣ 618

Στήριξη 2B

Πλήρης πάκτωση μιάς παρυφής καί ἐλεύθερη
ξόδραση τῶν τριῶν ἄλλων



$$q_x = k_x \cdot q$$

$$q_y = k_y \cdot q$$

$$M_x = v_x \frac{q_x l_x^2}{14,22}$$

$$M_{xerm} = - \frac{q_x l_x^2}{8}$$

$$M_y = v_y \frac{q_y l_y^2}{8}$$

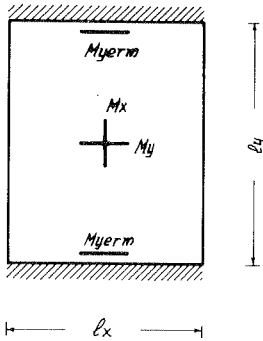
$\epsilon = l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
k_x	0,714	0,752	0,785	0,814	0,838	0,859	0,877	0,893	0,906	0,917	0,927
k_y	0,286	0,248	0,215	0,186	0,162	0,141	0,123	0,107	0,094	0,083	0,073
v_x	0,665	0,680	0,695	0,711	0,727	0,742	0,757	0,770	0,783	0,795	0,807
v_y	0,762	0,772	0,783	0,795	0,806	0,816	0,827	0,837	0,846	0,855	0,863
v'_x	0,833	0,840	0,848	0,856	0,864	0,871	0,878	0,885	0,892	0,898	0,903
v'_y	0,881	0,886	0,892	0,898	0,903	0,908	0,913	0,919	0,923	0,927	0,932

$\epsilon = l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
k_x	0,927	0,935	0,942	0,949	0,954	0,959	0,963	0,967	0,970	0,973	0,976
k_y	0,073	0,065	0,058	0,051	0,046	0,041	0,037	0,033	0,030	0,027	0,024
v_x	0,807	0,817	0,827	0,837	0,845	0,853	0,860	0,867	0,874	0,880	0,886
v_y	0,863	0,870	0,877	0,884	0,890	0,895	0,901	0,906	0,910	0,915	0,920
v'_x	0,903	0,909	0,914	0,918	0,923	0,927	0,930	0,934	0,937	0,940	0,943
v'_y	0,932	0,935	0,938	0,942	0,945	0,948	0,950	0,953	0,955	0,957	0,960

ΠΙΝΑΚΑΣ 62α

Στήριξη 3α

Πλήρης πάκτωση δύο άπέναντι παρυφών και
έλεύθερη ξδραση τών δύο άλλων



$$q_x = k_x \cdot q$$

$$q_y = k_y \cdot q$$

$$M_x = V_x \frac{q_x l_x^2}{8}$$

$$M_y = V_y \frac{q_y l_y^2}{24}$$

$$M_{yerm} = - \frac{q_y l_y^2}{12}$$

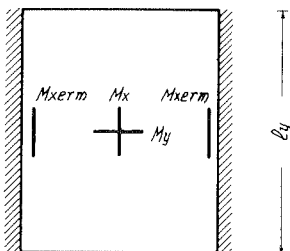
$e=l_y:l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
k_x	0,167	0,196	0,226	0,259	0,293	0,328	0,364	0,399	0,434	0,469	0,503
k_y	0,833	0,804	0,774	0,741	0,707	0,672	0,636	0,601	0,566	0,531	0,497
v_x	0,861	0,852	0,844	0,837	0,830	0,825	0,821	0,818	0,815	0,814	0,814
v_y	0,768	0,754	0,740	0,728	0,717	0,708	0,701	0,696	0,692	0,690	0,689
v'_x	0,930	0,926	0,922	0,918	0,915	0,913	0,910	0,909	0,908	0,907	0,907
v'_y	0,884	0,877	0,870	0,864	0,859	0,854	0,851	0,848	0,846	0,845	0,845

$e=l_y:l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
k_x	0,503	0,536	0,567	0,597	0,626	0,652	0,677	0,701	0,723	0,743	0,762
k_y	0,497	0,464	0,433	0,403	0,374	0,348	0,323	0,299	0,277	0,257	0,238
v_x	0,814	0,814	0,815	0,817	0,819	0,823	0,826	0,829	0,833	0,837	0,841
v_y	0,689	0,690	0,692	0,695	0,700	0,704	0,709	0,716	0,722	0,729	0,736
v'_x	0,907	0,907	0,908	0,909	0,910	0,911	0,913	0,915	0,917	0,919	0,921
v'_y	0,845	0,845	0,846	0,848	0,850	0,852	0,855	0,858	0,861	0,864	0,868

ΠΙΝΑΚΑΣ 62B

Στήριξη 3B

Πλήρης πάκτωση δύο άπέναντι παρυφών και
έλευθερη ξδραση των δύο άλλων



$$q_x = k_x \cdot q$$

$$q_y = k_y \cdot q$$

$$M_x = v_x \frac{q_x l_x^2}{24}$$

$$M_{xerm} = - \frac{q_x l_x^2}{12}$$

$$M_y = v_y \frac{q_y l_y^2}{8}$$

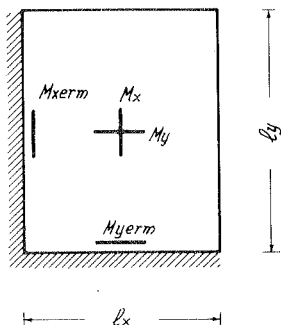
$l_y:l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
k_x	0,833	0,859	0,880	0,897	0,912	0,924	0,935	0,943	0,951	0,957	0,962
k_y	0,167	0,141	0,120	0,103	0,088	0,076	0,065	0,057	0,049	0,043	0,038
v_x	0,768	0,784	0,798	0,812	0,824	0,836	0,846	0,856	0,865	0,874	0,881
v_y	0,861	0,870	0,879	0,886	0,894	0,901	0,908	0,913	0,920	0,925	0,929
v'_x	0,884	0,892	0,899	0,906	0,912	0,918	0,923	0,928	0,933	0,937	0,941
v'_y	0,930	0,935	0,940	0,943	0,947	0,951	0,954	0,957	0,960	0,962	0,964

$l_y:l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
k_x	0,962	0,967	0,970	0,974	0,977	0,979	0,981	0,983	0,985	0,986	0,988
k_y	0,038	0,033	0,030	0,026	0,023	0,021	0,019	0,017	0,015	0,014	0,012
v_x	0,881	0,888	0,895	0,901	0,906	0,911	0,916	0,920	0,924	0,928	0,931
v_y	0,929	0,934	0,937	0,941	0,944	0,946	0,950	0,952	0,955	0,956	0,959
v'_x	0,941	0,944	0,947	0,950	0,953	0,956	0,958	0,960	0,962	0,964	0,966
v'_y	0,964	0,967	0,969	0,971	0,972	0,973	0,975	0,976	0,977	0,978	0,980

ΠΙΝΑΚΑΣ 63

Στήριξη 4

Πλήρης πάκτωση δύο γειτονικών παρυφών και
ελεύθερη ξδραση τών δύο άλλων



$$q_x = k_x \cdot q$$

$$q_y = k_y \cdot q$$

$$M_x = v_x \frac{q_x l_x^2}{14,22}$$

$$M_{xerm} = - \frac{q_x l_x^2}{8}$$

$$M_y = v_y \frac{q_y l_y^2}{14,22}$$

$$M_{yerm} = - \frac{q_y l_y^2}{8}$$

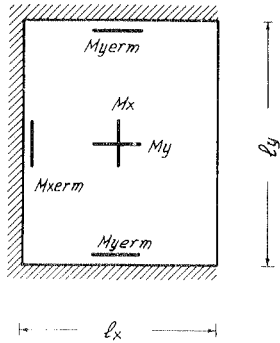
$\epsilon = l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
k_x	0,500	0,549	0,594	0,636	0,675	0,709	0,741	0,769	0,793	0,816	0,835
k_y	0,500	0,451	0,406	0,364	0,325	0,291	0,259	0,231	0,207	0,184	0,165
$v_x = v_y$	0,766	0,767	0,770	0,774	0,780	0,787	0,794	0,803	0,810	0,819	0,826
$v'_x = v'_y$	0,883	0,883	0,885	0,887	0,890	0,893	0,897	0,901	0,905	0,909	0,913

$\epsilon = l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
k_x	0,835	0,852	0,868	0,881	0,893	0,904	0,913	0,921	0,929	0,935	0,941
k_y	0,165	0,148	0,132	0,119	0,107	0,096	0,087	0,079	0,071	0,065	0,059
$v_x = v_y$	0,826	0,833	0,841	0,848	0,855	0,862	0,868	0,873	0,879	0,884	0,890
$v'_x = v'_y$	0,913	0,917	0,921	0,924	0,927	0,931	0,934	0,937	0,940	0,942	0,945

ΠΙΝΑΚΑΣ 64α

Στήριξη 5α

Πλήρης πάκτωση των τριών παρυφών και
ελεύθερη όδραση της άλλης



$$q_x = k_x \cdot q$$

$$q_y = k_y \cdot q$$

$$M_x = v_x \frac{q_x l_x^2}{14,22}$$

$$M_{xerm} = - \frac{q_x l_x^2}{8}$$

$$M_y = v_y \frac{q_y l_y^2}{24}$$

$$M_{yerm} = - \frac{q_y l_y^2}{12}$$

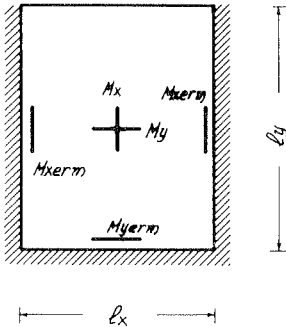
$\epsilon = l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
k_x	0,333	0,378	0,423	0,467	0,509	0,550	0,588	0,624	0,658	0,688	0,717
k_y	0,667	0,622	0,577	0,533	0,491	0,450	0,412	0,376	0,342	0,312	0,283
v_x	0,844	0,839	0,836	0,834	0,834	0,835	0,837	0,839	0,843	0,847	0,851
v_y	0,815	0,810	0,806	0,804	0,804	0,805	0,807	0,810	0,814	0,818	0,823
v'_x	0,922	0,920	0,918	0,917	0,917	0,917	0,918	0,920	0,921	0,923	0,925
v'_y	0,907	0,905	0,903	0,902	0,902	0,902	0,903	0,905	0,907	0,909	0,912

$\epsilon = l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
k_x	0,717	0,743	0,766	0,788	0,807	0,824	0,840	0,854	0,867	0,878	0,889
k_y	0,283	0,257	0,234	0,212	0,193	0,176	0,160	0,146	0,133	0,122	0,111
v_x	0,851	0,855	0,860	0,864	0,869	0,874	0,878	0,883	0,887	0,892	0,896
v_y	0,823	0,828	0,834	0,840	0,845	0,850	0,856	0,861	0,867	0,871	0,876
v'_x	0,925	0,927	0,930	0,932	0,935	0,937	0,939	0,941	0,944	0,946	0,948
v'_y	0,912	0,914	0,917	0,920	0,923	0,925	0,928	0,931	0,933	0,936	0,938

ΠΙΝΑΚΑΣ 64B

Στήριξη 5B

Πλήρης πάκτωση τών τριών παρυφών και
ελεύθερη έκδοραση τής άλλης



$$q_x = k_x \cdot q$$

$$q_y = k_y \cdot q$$

$$M_x = v_x \frac{q_x l_x^2}{24}$$

$$M_{xerm} = -\frac{q_x l_x^2}{12}$$

$$M_y = v_y \frac{q_y l_y^2}{14,22}$$

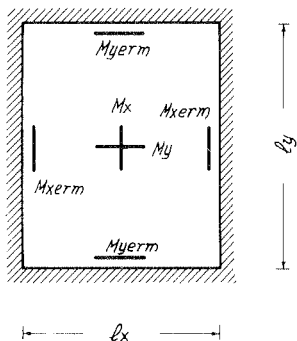
$$M_{yerm} = -\frac{q_y l_y^2}{8}$$

$\epsilon = l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
k_x	0,667	0,709	0,745	0,778	0,806	0,830	0,851	0,869	0,885	0,898	0,910
k_y	0,333	0,291	0,255	0,222	0,194	0,170	0,149	0,131	0,115	0,102	0,090
v_x	0,815	0,821	0,829	0,837	0,844	0,852	0,860	0,868	0,875	0,881	0,888
v_y	0,844	0,850	0,856	0,862	0,869	0,875	0,882	0,888	0,894	0,899	0,905
v'_x	0,907	0,911	0,914	0,918	0,922	0,926	0,930	0,934	0,937	0,941	0,944
v'_y	0,922	0,925	0,923	0,931	0,934	0,938	0,941	0,944	0,947	0,950	0,953

$\epsilon = l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
k_x	0,910	0,920	0,929	0,937	0,944	0,949	0,955	0,959	0,963	0,967	0,970
k_y	0,090	0,080	0,071	0,063	0,056	0,051	0,045	0,041	0,037	0,033	0,030
v_x	0,888	0,894	0,899	0,904	0,909	0,914	0,918	0,922	0,926	0,929	0,933
v_y	0,905	0,910	0,915	0,920	0,923	0,927	0,931	0,934	0,937	0,941	0,943
v'_x	0,944	0,947	0,950	0,952	0,955	0,957	0,959	0,961	0,963	0,965	0,966
v'_y	0,953	0,955	0,957	0,960	0,962	0,963	0,966	0,967	0,969	0,971	0,972

Στήριξη 6

Πλήρης πάκτωση τών τεσσάρων παρυφών



$$q_x = k_x \cdot q$$

$$q_y = k_y \cdot q$$

$$M_x = v_x \frac{q_x l_x^2}{24}$$

$$M_{xerm} = - \frac{q_x l_x^2}{12}$$

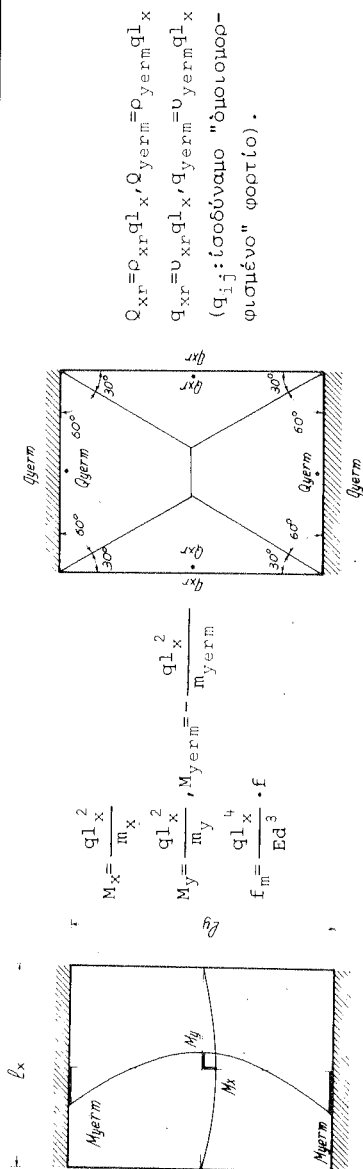
$$M_y = v_y \frac{q_y l_y^2}{24}$$

$$M_{yerm} = - \frac{q_y l_y^2}{12}$$

$\epsilon = l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
k_x	0,500	0,549	0,594	0,636	0,675	0,709	0,741	0,769	0,793	0,816	0,835
k_y	0,500	0,451	0,406	0,364	0,325	0,291	0,259	0,231	0,207	0,184	0,165
$v_x = v_y$	0,861	0,862	0,864	0,866	0,870	0,874	0,878	0,883	0,888	0,893	0,897
$v'_x = v'_y$	0,931	0,931	0,932	0,933	0,935	0,937	0,939	0,942	0,944	0,946	0,948

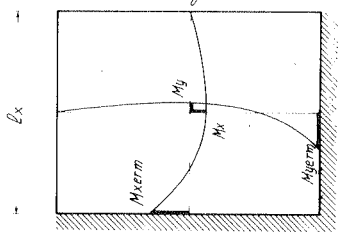
$\epsilon = l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
k_x	0,835	0,852	0,868	0,881	0,893	0,904	0,913	0,921	0,929	0,935	0,941
k_y	0,165	0,148	0,132	0,119	0,107	0,096	0,087	0,079	0,071	0,065	0,059
$v_x = v_y$	0,897	0,901	0,906	0,911	0,914	0,918	0,922	0,925	0,929	0,931	0,935
$v'_x = v'_y$	0,948	0,951	0,953	0,956	0,957	0,959	0,961	0,962	0,964	0,966	0,967

ΠΙΝΑΚΑΣ 68α

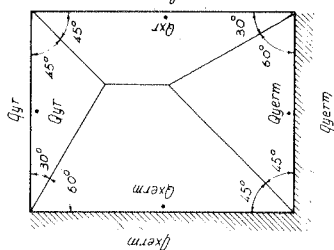


$\epsilon = l_y : l_x =$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
m_x	63,3	52,2	46,1	39,8	35,5	31,5	28,5	25,8	23,7	22,0	20,4	17,9	16,0	14,6	13,4	12,5
m_y	35,1	33,7	32,9	32,2	31,7	31,3	31,2	31,2	31,4	31,7	32,1	33,3	34,9	37,1	39,7	42,4
m_{yrm}	14,3	13,4	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,75	9,5	9,2	8,9	8,7	8,5	8,4
100f	2,30	2,66	3,03	3,43	3,83	4,25	4,67	5,10	5,53	5,96	6,39	7,22	8,02	8,78	9,49	10,13

$\epsilon = l_y : l_x =$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
ρ_{xr}	0,25	0,26	0,27	0,28	0,30	0,31	0,32	0,33	0,34	0,35	0,36	0,38	0,40	0,41	0,42	0,43
ρ_{yrm}	0,52	0,54	0,56	0,58	0,59	0,61	0,62	0,64	0,65	0,66	0,67	0,69	0,70	0,71	0,71	0,72
u_{xr}	0,14	0,15	0,16	0,17	0,17	0,18	0,19	0,20	0,20	0,21	0,22	0,23	0,25	0,26	0,27	0,28
u_{yrm}	0,36	0,37	0,37	0,38	0,39	0,40	0,41	0,41	0,42	0,42	0,42	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43



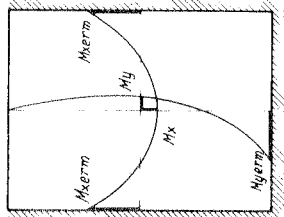
$$M_x = \frac{ql_x^2}{m_x}, M_y = \frac{ql_y^2}{m_y}, M_{x\text{term}} = \frac{ql_x^2}{m_{x\text{term}}}, M_{y\text{term}} = \frac{ql_y^2}{m_{y\text{term}}}, f_m = \frac{ql_x^4}{Ed^3} \cdot f$$



$Q_{xr} = \rho_{xr} q_{1,x}, Q_{xerm} = \rho_{xerm} q_{1,x}$
 $Q_{yr} = \rho_{yr} q_{1,x}, Q_{yerm} = \rho_{yerm} q_{1,x}$
 $q_{xr} = v_{xr} q_{1,x}, q_{xerm} = v_{xerm} q_{1,x}$
 $q_{yr} = v_{yr} q_{1,x}, q_{yerm} = v_{yerm} q_{1,x}$
 (q_{1,j}: το οδοντωμο "δμοιομορφοισμειν" πορι(ο)).

$\epsilon_{\mathbf{L}_y, \mathbf{L}_x} =$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
m_x	40,2	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,0	19,9	19,1	18,4	17,9
m_{xerm}	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,2	8,9	8,7	8,5	8,4
m_y	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0	54,8	56,3	57,7	59,0	60,2
m_{yerm}	14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2
100f	2,52	2,81	3,02	3,29	3,48	3,69	3,89	4,08	4,26	4,43	4,59	4,84	5,08	5,29	5,47	5,62

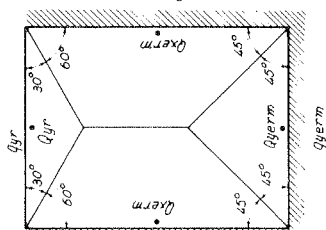
[illegible]



$$v_x = \frac{ql_x^2}{m_x}, M_{xerm} = -\frac{ql_x^2}{m_{xerm}}$$

$$M_y = \frac{ql^2}{m_y} x, M_{yerm} = -\frac{ql^2}{m_{yerm}}$$

$$f_m = \frac{f_1 - x}{Ed^3} \cdot f$$



$$Q_{\text{ext}} = Q_{\text{ext}}^{\text{Lx}}$$

$$Q_{vr} = \rho_{vr} q_{1x}, Q_{yerm} = \rho_{yerm} q_{1x}$$

$$q_{\text{term}} = u_{\text{term}} q_{\text{Lx}}$$

$$q_{yr} = u_{yr} q_{lx}, q_{yerm} = p_{yerm} q_{lx}$$

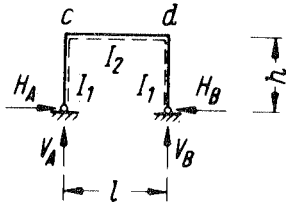
(g_{ij}) : ισχύναμο "όμοιομορ-
ποιησμένο" πορτίο).

$\epsilon = y_i - \hat{x}_i$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
m_x	44,1	40,5	37,9	35,5	33,8	32,3	31,0	29,9	28,2	27,6	26,5	25,7	25,1	24,7	24,5	
$m_{x_{\text{erm}}}$	16,2	15,3	14,8	14,2	13,9	13,5	13,2	12,9	12,7	12,6	12,5	12,3	12,2	12,1	12,0	12,0
m_y	55,9	57,5	60,3	64,2	66,2	67,7	69,0	70,5	72,0	73,4	75,2	78,7	82,5	86,8	91,7	97,0
$m_{y_{\text{erm}}}$	18,3	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
100f	1,88	2,02	2,14	2,26	2,36	2,45	2,53	2,61	2,68	2,74	2,80	2,89	2,96	3,03	3,07	3,09

[illegible]

ΠΙΝΑΚΑΣ 72

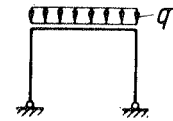
Αμφιαρθρωτό, δίστυλο πλαίσιο



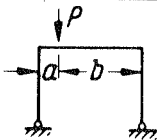
$$k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{l}$$

Είς μὴ φορτιζόμενον στύλον:

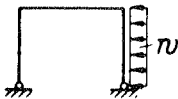
$$M_C = -H_A \cdot h, \quad M_D = -H_B \cdot h$$



$$H_A = H_B = \frac{q \cdot l^2}{4h(2k+3)}, \quad V_A = V_B = \frac{q \cdot l}{2}$$

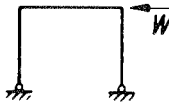


$$H_A = H_B = \frac{3}{2} \cdot \frac{P \cdot a \cdot b}{h \cdot l(2k+3)}, \quad V_A = P \frac{b}{l}, \quad V_B = P \frac{a}{l}$$

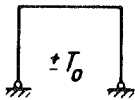


$$H_A = \frac{w \cdot h}{8} \cdot \frac{5k+6}{2k+3}, \quad V_A = V_B = \frac{w \cdot h^2}{2l}$$

$$H_B = -\frac{w \cdot h}{8} \cdot \frac{11k+18}{2k+3}, \quad M_D = -H_B \cdot h - 0,5 w \cdot h^2$$

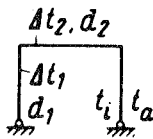


$$H_A = -H_B = \frac{W}{2}, \quad V_A = V_B = \frac{W \cdot h}{l}$$



Όμοιόμορφος θέρμανσις T_0

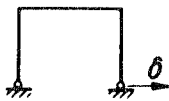
$$H_A = H_B = \alpha_T T_0 \frac{E \cdot J_2}{h^3} \cdot \frac{3}{2k+3}, \quad V_A = V_B = 0$$



Ανομοιόμορφος θέρμανσις $\Delta t = t_i - t_a$

$$H_A = H_B = \alpha_T \left(\frac{\Delta t_1 \cdot h}{d_1} + \frac{\Delta t_2 \cdot l}{d_2} \right) \frac{E \cdot J_2}{h \cdot l} \cdot \frac{3}{2k+3},$$

$$V_A = V_B = 0$$

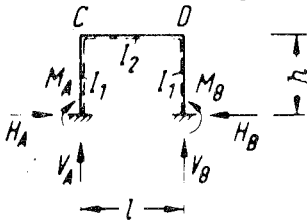


Μετατόπισις στηρίξεως δ

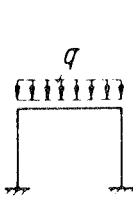
$$H_A = H_B = -\frac{3 \delta \cdot E \cdot J_2}{h^3 \cdot l(2k+3)}, \quad V_A = V_B = 0$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 73

Άμφιακτο, δίστυλο πλαίσιο



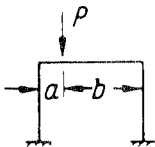
$$k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{l}$$



$$H = H_A = H_B = \frac{q \cdot l^2}{4h(k+2)}, \quad V_A = V_B = \frac{q \cdot l}{2}$$

$$M_A = M_B = \frac{q \cdot l^2}{12(k+2)} = H \cdot \frac{h}{3}$$

$$M_C = M_D = \frac{q \cdot l^2}{6(k+2)} = -\frac{2}{3} H \cdot h$$

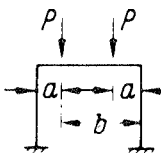


$$H = H_A = H_B = \frac{3P \cdot a \cdot b}{2h \cdot l(k+2)}$$

$$V_A = \frac{P \cdot b}{l} \left(1 + \frac{a(b-a)}{l^2(6k+1)} \right), \quad V_B = P - V_A$$

$$M_A = \frac{P \cdot a \cdot b}{2l^2} \cdot \frac{5k \cdot l - l + 2a(k+2)}{(k+2)(6k+1)}, \quad M_C = M_A - H \cdot h$$

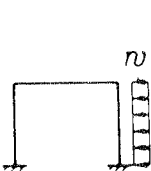
$$M_B = \frac{P \cdot a \cdot b}{2l^2} \cdot \frac{7k \cdot l + 3l - 2a(k+2)}{(k+2)(6k+1)}, \quad M_D = M_B - H \cdot h$$



$$H = H_A = H_B = \frac{3P \cdot a \cdot b}{h \cdot l(k+2)}, \quad V_A = V_B = P$$

$$M_A = M_B = \frac{P \cdot a \cdot b}{l(k+2)} = H \cdot \frac{h}{3}$$

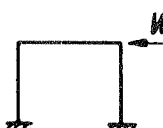
$$M_C = M_D = -\frac{2P \cdot a \cdot b}{l(k+2)} = -\frac{2}{3} H \cdot h$$



$$H_A = \frac{w \cdot h}{8} \cdot \frac{2k+3}{k+2}, \quad H_B = H_A - w \cdot h, \quad V_A = -V_B = \frac{w \cdot h^2 \cdot k}{l(6k+1)}$$

$$M_A = \frac{w \cdot h^2}{24} \left(\frac{5k+9}{k+2} - \frac{12k}{6k+1} \right), \quad M_C = M_A - H_A \cdot h$$

$$M_B = -\frac{w \cdot h^2}{24} \left(12 - \frac{5k+9}{k+2} - \frac{12k}{6k+1} \right), \quad M_D = M_B - H \cdot h + \frac{w \cdot h^2}{2}$$

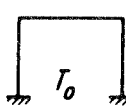


$$H_A = -H_B = \frac{W}{2}, \quad V_A = -V_B = \frac{3W \cdot h \cdot k}{l(6k+1)}$$

$$M_A = -M_B = \frac{W \cdot h}{2} \cdot \frac{3k+1}{6k+1}$$

$$M_C = -M_D = -\frac{W \cdot h}{2} \cdot \frac{3k}{6k+1}$$

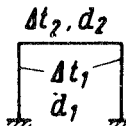
Ὁμοιόμορφος θέρμανσις T_0



$$H = H_A = H_B = 3\alpha_T \cdot T_0 \cdot \frac{E \cdot J_2}{h^3} \cdot \frac{2k+1}{k(k+2)}, \quad V_A = V_B = 0$$

$$M_A = M_B = H \frac{h(k+1)}{2k+1}, \quad M_C = M_D = -H \frac{h \cdot k}{2k+1}$$

Ἀνομοιόμορφος θέρμανσις $\Delta t = t_i - t_a$



$$H = H_A = H_B = -\alpha_T \frac{E \cdot J_2}{h \cdot l} \left(\frac{\Delta t_2}{d_2} k \cdot l - \frac{\Delta t_1}{d_1} h \right) \frac{3}{k(k+2)}$$

$$V_A = V_B = 0$$

$$M_A = M_B = \alpha_T \frac{E \cdot J_2}{l} \left(\frac{\Delta t_1}{d_1} h(k+3) - \frac{\Delta t_2}{d_2} l \right) \frac{1}{k(k+2)}$$

$$M_C = M_D = M_A - H \cdot h$$

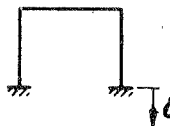
Ὁριζόντιος μετατόπισις στηρίξεως δ_h



$$H = H_A = H_B = -3\delta_h \frac{E \cdot J_2}{h^3 \cdot l} \cdot \frac{2k+1}{k(k+2)}, \quad V_A = V_B = 0$$

$$M_A = M_B = H \cdot h \frac{1+k}{2+k}, \quad M_C = M_D = -H \cdot h \frac{1}{2+k}$$

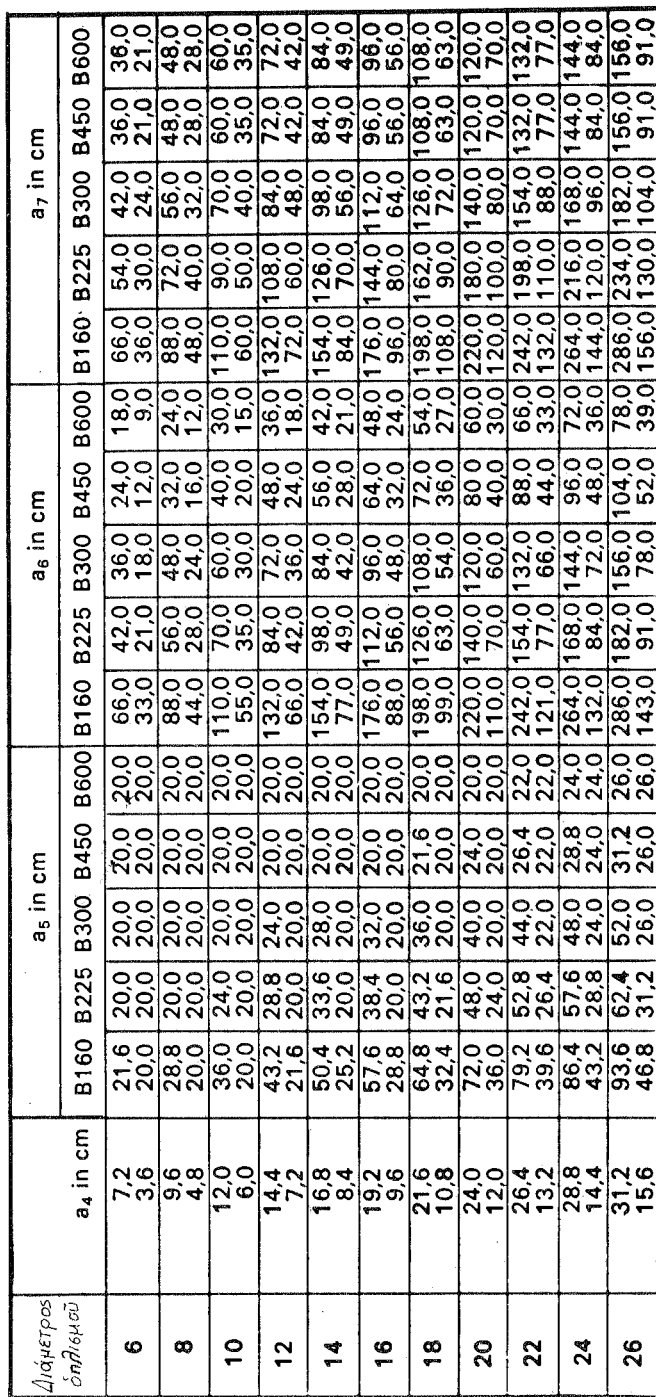
Κατακόρυφος μετατόπισις στηρίξεως δ_v



$$H_A = H_B = 0, \quad V_A = -V_B = 6\delta_v \cdot \frac{E \cdot J_2}{l^2} \cdot \frac{1}{6k+1}$$

$$M_A = M_C = -M_B = -M_D = -3\delta_v \cdot \frac{E \cdot J_2}{l} \cdot \frac{1}{6k+1} = -V_A \frac{l}{2}$$

Μήκη άγκύρωσης όπλισμού RIPPEN-TORSTAHL



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Θ. ΤΑΣΙΟΣ: "Μαθήματα 'Ωπλισμένου Σκυροδέματος" 1972
2. Γ. ΠΕΝΕΛΗΣ: "Μαθήματα Σιδηροπαγοῦς Σκυροδέματος" 1973
3. F. LEONHARDT-E. MÖNNIG: "'Η Τέχνη τοῦ 'Οπλισμοῦ" 1974
4. H. RÜSCH: "'Ωπλισμένον καί Προεντεταμένον Σκυρόδεμα" 1973
5. Π. ΣΠΥΡΟΠΟΥΛΟΣ: "Νεώτεραι ἐξελίξεις εἰς τό πρόβλημα τῆς στρέψεως στοιχείων ἐξ 'Ωπλ.Σκυροδέματος " 1971
6. BETON-KALENDER 1968, 1969, 1971, 1972, 1975
7. A. GLEINLOGEL - W. HASELBACH: "Πλάισια" 1967
8. J. HAHN: "Πλάκες-Πλάισια-Συνεχεῖς Δοκοί" 1971
9. Γ. ΓΚΡΟΣ: "Μετάφρασις DIN 1045" 1972
10. K. STIGLAT - H. WIPPEL: "PLATTEN" 1973.

ΑΛΛΕΣ ΕΚΔΟΣΕΙΣ

- 1. εφαρμογές οπλισμένου σκυροδεματος "τομος α"**
- 2. εφαρμογές οπλισμένου σκυροδεματος "τομος β"**
- 3. εφαρμογές οπλισμένου σκυροδεματος "τομος γ"**
- 4. ασκήσεις προεντεταμένου σκυροδεματος**